



112

# 高點土木/結構技師

卓越佳績

## 112土木技師【榜眼】

呂○宏 (台科畢)

## 應屆四榜【土木技師/土木高普考/成大碩士】

李○鑫 (北科畢)

### 傑出連續成功學員

- 江○宥 (高科大營建畢) **應屆考取** 土木技師【狀元】、土木高考【狀元】  
**隔年考取** 112結構技師
- 林○鴻 (台科大營建畢) **連續考取** 111土木技師、112土木高考【探花】  
 112結構技師

### 土木技師 / 高考雙榜達人

- |           |            |           |
|-----------|------------|-----------|
| 周○濂 (台科畢) | 林○富 (高科畢)  | 陳○翰 (交大畢) |
| 施○爾 (中興畢) | 黃○寧 (北科畢)  | 楊○濤 (交大畢) |
| 蔡○峰 (中央畢) | 李○鑫 (北科畢)  | 江○衡 (淡江畢) |
| 林○均 (北科畢) | 吳○佑 (金門畢)  | 林○萱 (北科畢) |
| 陳○澤 (北科畢) | 施○棠 (高點學員) | .....     |

加LINE好友  
立享團報優惠



**榜眼**

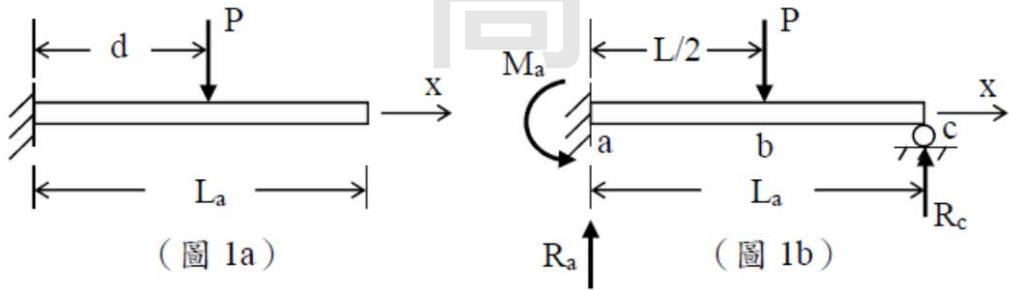
- |                   |                   |                  |
|-------------------|-------------------|------------------|
| 【土木工程技師】呂○宏(台科畢)  | 【土木工程技師】苗○鈞(成大畢)  | 【土木工程技師】林○佑(中央畢) |
| 【土木工程技師】施○爾(中興畢)  | 【土木工程技師】王○良(成大畢)  | 【土木工程技師】曾○閔(台科畢) |
| 【土木工程技師】林○均(北科畢)  | 【土木工程技師】郭○林(台科畢)  | 【土木工程技師】田○維(淡江畢) |
| 【土木工程技師】黃○睿(嘉大畢)  | 【土木工程技師】王○弘(成大畢)  | 【土木工程技師】黃○霖(淡江畢) |
| 【土木工程技師】林○富(高科畢)  | 【土木工程技師】王○翔(台科畢)  | 【土木工程技師】翁○庭(北科畢) |
| 【土木工程技師】陳○維(台大畢)  | 【土木工程技師】楊○凱(朝陽畢)  | 【土木工程技師】李○毅(台科畢) |
| 【土木工程技師】李○洋(台科畢)  | 【土木工程技師】陳○弋(淡江畢)  | 【土木工程技師】邱○明(宜大畢) |
| 【土木工程技師】林○萱(北科畢)  | 【土木工程技師】蔡○翔(高點學員) | 【土木工程技師】黃○慈(交大畢) |
| 【土木工程技師】周○濂(台科畢)  | 【土木工程技師】徐○翔(中央畢)  | 【土木工程技師】林○鈞(台大畢) |
| 【土木工程技師】蔡○峰(中央畢)  | 【土木工程技師】賴○彥(台科畢)  | 【土木工程技師】蕭○峰(台科畢) |
| 【土木工程技師】陳○澤(北科畢)  | 【土木工程技師】黃○誠(中原畢)  | 【土木工程技師】陳○儒(交大畢) |
| 【土木工程技師】李○潔(台科畢)  | 【土木工程技師】陳○睿(中央畢)  | 【結構工程技師】陳○浩(北科畢) |
| 【土木工程技師】黃○寧(北科畢)  | 【土木工程技師】黃○宸(中原畢)  | 【結構工程技師】夏○男(台大畢) |
| 【土木工程技師】陳○瑜(交大畢)  | 【土木工程技師】陳○迪(交大畢)  | 【結構工程技師】黃○傑(台大畢) |
| 【土木工程技師】施○棠(高點學員) | 【土木工程技師】劉○紘(北科畢)  | 【結構工程技師】張○泓(雲科畢) |
| 【土木工程技師】陳○翰(交大畢)  | 【土木工程技師】洪○智(嘉大畢)  | 【結構工程技師】白○豪(台大畢) |
| 【土木工程技師】洪○宥(台科畢)  | 【土木工程技師】陳○豪(北科畢)  | 【結構工程技師】呂○辰(中興畢) |
| 【土木工程技師】王○ (雲科畢)  | 【土木工程技師】李○澤(台大畢)  | 【結構工程技師】吳○漢(北科畢) |
| 【土木工程技師】楊○濤(交大畢)  | 【土木工程技師】李○達(北科畢)  | 【結構工程技師】吳○彧(淡江畢) |
| 【土木工程技師】江○衡(淡江畢)  | 【土木工程技師】吳○鑫(台科畢)  | 【結構工程技師】翁○軒(台科畢) |
| 【土木工程技師】吳○霏(台大畢)  | 【土木工程技師】黃○騰(雲科畢)  | 【結構工程技師】謝○霖(中央畢) |
| 【土木工程技師】王○碩(成大畢)  | 【土木工程技師】林○陽(交大畢)  | 【結構工程技師】張○丞(大學畢) |
| 【土木工程技師】李○鑫(北科畢)  | 【土木工程技師】夏○堯(成大畢)  | 【結構工程技師】陳○劭(海大畢) |
| 【土木工程技師】蕭○宜(台科畢)  | 【土木工程技師】陳○文(北科畢)  | 【結構工程技師】林○鴻(交大畢) |
| 【土木工程技師】吳○佑(金門畢)  | 【土木工程技師】陳○輔(交大畢)  | 【結構工程技師】江○宥(高科畢) |
| 【土木工程技師】呂○澤(雲科畢)  | 【土木工程技師】莊○豪(中興畢)  | 【結構工程技師】陳○禎(交大畢) |
| 【土木工程技師】王○清(北科畢)  | 【土木工程技師】劉○誌(成大畢)  |                  |
| 【土木工程技師】陳○沛(台科畢)  | 【土木工程技師】陳○清(台大畢)  |                  |
| 【土木工程技師】何○唐(中央畢)  | 【土木工程技師】黃○宸(成大畢)  |                  |
| 【土木工程技師】莊○玲(台大畢)  | 【土木工程技師】麥○森(交大畢)  |                  |
| 【土木工程技師】李○恩(台大畢)  | 【土木工程技師】李○毅(台大畢)  |                  |

更多榜單請上  
高點土木網查詢



# 《材料力學概要》

一、已知懸臂梁在自由端承受一垂直集中載重 $P$ 時，載重點的傾角為 $PL^2/(2EI)$ ，垂直位移為 $PL^3/(3EI)$ 。試以此結果出發，令 $EI$ 為梁之撓曲剛度，求（圖1a）自由端之傾角與位移，依據此結果，在（圖1b）中，以右端點 $c$ 之支承反力 $R_c$ 為贅餘力，計算固定端之支承反力 $M_a$ 與 $R_a$ ，以及梁右端點 $c$ 逆時針旋轉之傾斜角 $\theta_c$ 。（25分）



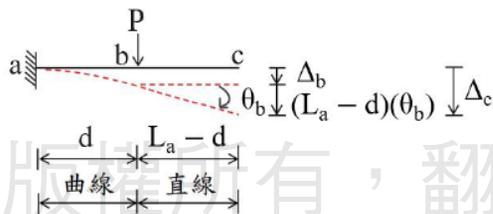
**試題評析** 屬於簡單的基本變位公式疊加法題型，上課有講一模一樣的考題，不要粗心一定可以拿到分數。

**考點命中** 1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.3.14。  
2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.3.15。

**答：**

1. 計算圖1a自由端之傾角與位移

懸臂梁打出去即是力量作用在懸臂梁內某點，透過打出去技巧求得外側某點撓度與撓角方法，是一種由內求外手段。將桿件點位編號如圖，此時 $b$ 點撓度 $\Delta_b$ 與撓角 $\theta_b$ 分別為：



$$\Delta_b = \frac{Pd^3}{3EI} \quad (\downarrow); \quad \theta_b = \frac{Pd^2}{2EI} \quad (\curvearrowright)$$

將整支梁變形曲線繪出，在桿件 $ab$ 段因受到彎矩而有彎曲變形而 $bc$ 段因無彎矩作用故變形後仍保持直線（斜直線）。由於 $bc$ 段為斜直線故整段斜率值相同，所以 $c$ 點撓角 $\theta_c$ 會等於 $b$ 點撓角 $\theta_b$ ：

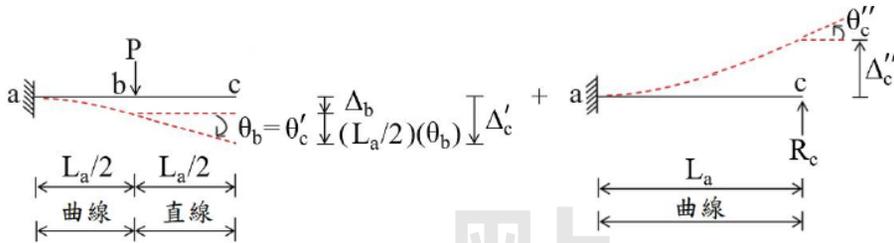
$$\text{自由端傾角 } \theta_c = \theta_b = \frac{Pd^2}{2EI} \quad (\curvearrowright)$$

c 點撓度  $\Delta_c$  則會等於 b 點撓度  $\Delta_b$  加上  $(L_a - d)(\theta_b)$ ，其中  $\Delta_b$  為長度 d 懸臂梁在自由端承受集中載重 P 所得之值，如圖右側； $(L_a - d)(\theta_b)$  為 bc 斜直線段因剛體運動而產生的高差值，故  $\Delta_c$  為：

$$\text{自由端位移 } \Delta_c = \Delta_b + (L_a - d)(\theta_b) = \frac{Pd^3}{3EI} + (L_a - d)\left(\frac{Pd^2}{2EI}\right) \quad (\downarrow)$$

2. 計算圖 1b 支承反力  $M_a$  與  $R_a$  及傾斜角  $\theta_c$

原結構為一度靜不定梁，假設 c 點反力  $R_c$  向上。當集中載重 P 作用時 ab 段會是彎曲變形而 bc 段會是剛體運動(因該段無力量作用)，由基本變位公式計算 b 點撓度及撓角(將圖 1a 中的 d 以  $d = L_a/2$  代入)：



$$\Delta_b = \frac{Pd^3}{3EI} = \frac{(P)(L_a/2)^3}{3EI} = \frac{PL_a^3}{24EI} \quad (\downarrow); \quad \theta_b = \frac{Pd^2}{2EI} = \frac{(P)(L_a/2)^2}{2EI} = \frac{PL_a^2}{8EI} \quad (\curvearrowright)$$

在僅有集中載重 P 作用下，此時 c 點撓度  $\Delta'_c$  會等於 b 點撓度  $\Delta_b$  加上 bc 段長度  $(L_a/2)$  乘上 b 點撓角  $\theta_b$ ：

$$\Delta'_c = \Delta_b + \frac{L_a}{2} \theta_b = \frac{PL_a^3}{24EI} + \left(\frac{L_a}{2}\right)\left(\frac{PL_a^2}{8EI}\right) = \frac{5PL_a^3}{48EI} \quad (\downarrow)$$

在僅有集中載重  $R_c$  作用下，c 點撓度  $\Delta''_c$  可由基本變位公式算出：

$$\Delta''_c = \frac{R_c L_a^3}{3EI} \quad (1)$$

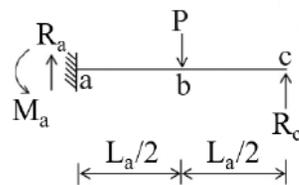
由於 c 點為滾支承故其撓度(位移)為零，因此  $\Delta'_c - \Delta''_c = 0$ ：

$$\Rightarrow \Delta'_c - \Delta''_c = 0 \Rightarrow \frac{5PL_a^3}{48EI} - \frac{R_c L_a^3}{3EI} = 0 \Rightarrow \text{可解 c 點反力 } R_c = \frac{5P}{16} \quad (\uparrow)$$

由力平衡可得 a 點支承反力  $M_a$  與  $R_a$ ：

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_a = P - R_c = \frac{11P}{16} \quad (\uparrow)$$

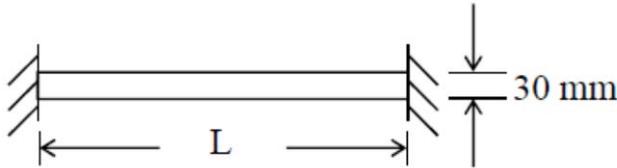
$$\sum M_a = 0 \Rightarrow M_a = (P)\left(\frac{L_a}{2}\right) - (R_c)(L_a) = \frac{3PL_a}{16} \quad (\oslash)$$



c點傾斜角即是因此 $\theta'_c - \theta''_c$  (計算時以順時針為正)：

$$\theta_c = \theta'_c - \theta''_c = \frac{PL_a^2}{8EI} - \frac{R_c L_a^2}{2EI} = \frac{PL_a^2}{8EI} - \frac{(\frac{5P}{16})(L_a^2)}{2EI} = \underline{\underline{-\frac{PL_a^2}{32EI}} \quad (\text{Ⓞ})}$$

二、一橫梁由彈性材料所組成，兩端固定，如(圖2)所示，斷面為高30mm、寬20mm之矩形，其彈性係數為 $E=60000\text{MPa}$ ，熱膨脹係數為 $\alpha=1.2\times 10^{-5}(1/^\circ\text{C})$ 。此時若將梁上方溫度提高 $5^\circ\text{C}$ ，且將梁下方溫度提高 $15^\circ\text{C}$ ，假設升溫前，梁未受力，試問升溫後，牆壁給梁之支承軸力 $F$ 與彎矩 $M$ 為何？(25分)



(圖 2)

試題評析	屬於簡單的一次靜不定考題，梁桿件有溫度變化之公式本來就要記；另外本題溫差會引致軸向有變化量進而產生軸力值，不要漏算了喔！
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.4.2。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.4.3。

答：

$$\text{由 } \kappa = \frac{M}{EI} = \frac{\alpha\Delta T}{h} \Rightarrow M = \frac{EI\alpha\Delta T}{h} = \frac{EI\alpha(T_2 - T_1)}{h}$$

係因梁下緣溫升較上緣溫升大且兩端固定，在固定端處反力矩為一對梁下受壓：

$$\text{固定端反力矩 } M = \frac{EI\alpha(T_2 - T_1)}{h} = \frac{(60000)\left(\frac{20 \times 30^3}{12}\right)(1.2 \times 10^{-5})(15 - 5)}{30}$$

$$\Rightarrow M = \underline{\underline{10800 \text{ N}\cdot\text{mm}}} \quad (\text{梁下受壓})$$

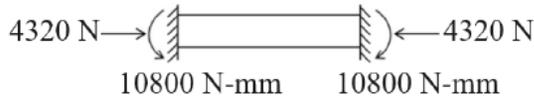
一般而言當變形極小時，通常會忽略梁撓曲所造成的軸向伸縮量，僅需考慮因軸力及溫度變化所生的軸向伸縮量；另本題在後續計算軸向溫度變化採斷面中點處末溫 $(T_1+T_2)/2$ 減去初始溫度 $T_0$ ：

$$\text{桿件總伸縮量 } \delta_{\text{total}} = (\text{軸力引致伸縮量}) + (\text{溫差引致伸縮量}) = \frac{SL}{AE} + \alpha\Delta TL = 0$$

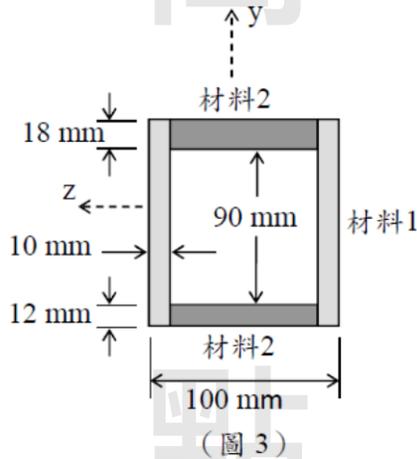
$$\Rightarrow S = -\alpha EA\Delta T = -\alpha EA\left(\frac{T_1+T_2}{2} - T_0\right) = -(1.2 \times 10^{-5})(60000)(20 \times 30)\left(\frac{5+15}{2}\right)$$

$$\Rightarrow S = \underline{\underline{-4320 \text{ N}}} \quad (\text{負值表桿件軸力受壓})$$

最後將支承處軸力F與彎矩M之值與方向繪出。



三、一左右對稱之箱型梁由兩種材料所製成，斷面尺寸如圖3所示。此斷面在z-軸向承受一純彎矩 $M_z$ ，若材料1與材料2為相同材料，試求中性軸（也就是z-軸）距離底緣的高度c。若材料2的彈性係數 $E_2$ 為材料1的彈性係數 $E_1$ 之兩倍， $E_2=2E_1$ ，則中性軸距離底緣的高度又為何？（25分）



(圖 3)

**試題評析** 求形心位置屬於送分；當斷面由兩種材料所組成就要想到複合斷面解法！

**考點命中** 1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題4.4.1。  
2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題4.4.2。

**答：**

1. 兩材料E值相同時之高度c(距離底緣)

直接採用形心公式計算：

$$c = \frac{(80 \times 12)(6) + (80 \times 18)(111) + (120 \times 10)(60) \times 2}{(80 \times 12) + (80 \times 18) + (120 \times 10) \times 2} = 64.5 \text{ mm (距底緣)}$$

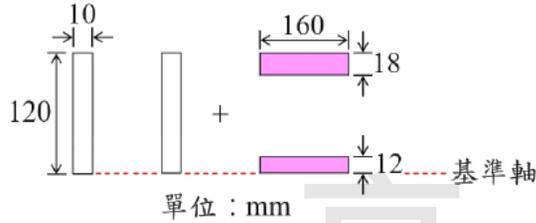
2. 材料2的 $E_2$ 為材料1的 $E_1$ 達兩倍時之高度c(距離底緣)

係因斷面為複合斷面故採用轉換斷面法計算：

$$\text{材料2與材料1彈性係數比 } n = \frac{\text{被換材料}}{\text{保留材料}} = \frac{E_2}{E_1} = 2$$

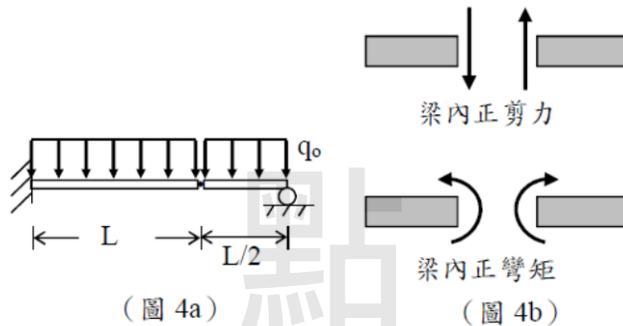
因此材料2之寬度放大 $n=2$ 倍，即材料2寬度變為 $bn = (80)(2) = 160 \text{ mm}$ 。轉換

斷面之形心位置c(距斷面底緣)：



$$c = \frac{(160 \times 12)(6) + (160 \times 18)(111) + (120 \times 10)(60) \times 2}{(160 \times 12) + (160 \times 18) + (120 \times 10) \times 2} = 66 \text{ mm (距底緣)}$$

四、一水平梁承受強度為 $q_0$ 之均布載重，此梁為兩段式，左端固定，兩段之間為鉸接，右端為一滾支承，如（圖4a）所示。梁內正剪力與正彎矩方向定義如（圖4b），試繪製相應之剪力圖與彎矩圖。（25分）



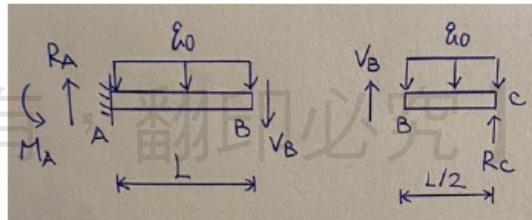
試題評析	屬於給定載重圖求剪力圖及彎矩圖題型，書中有極其類似題目，考場上不要粗心應可得分！
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，附錄二，例題2.10。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，附錄二，例題2.3.6。

答：

假設點位標號如圖，取出右側BC段：

$$\sum M_B = 0 \Rightarrow \text{C點反力 } R_C = \frac{q_0 L}{4} \quad (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \text{B點右側剪力 } V_B = \frac{q_0 L}{4} \quad (1)$$

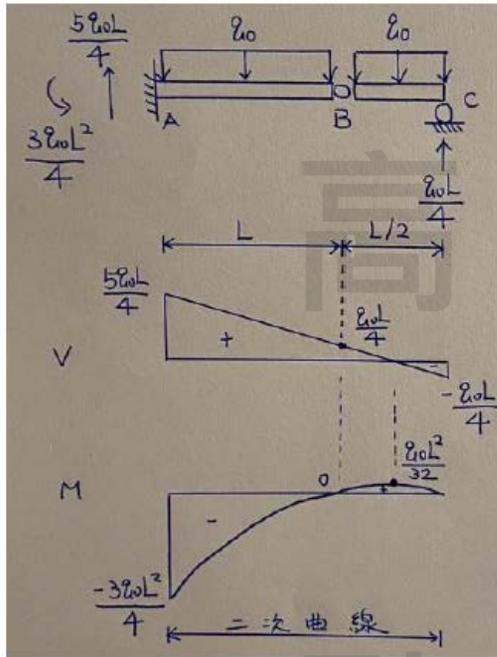


再看左側AB段：

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow \text{A點反力 } R_A = (q_0)(L) + V_B = \frac{5q_0 L}{4} \quad (1)$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow \text{A點反力矩 } M_A = (q_0)(L)\left(\frac{L}{2}\right) + (V_B)(L) = \frac{3q_0 L^2}{4} \quad (2)$$

最終將本題剪力圖與彎矩圖繪出。



【版權所有，翻印必究】