

高點

堅持夢想
全力相挺

公職 快速通關

EXPRESS >>>

Pass!

高普考准考證 就是你的 **VIP券**

弱科健檢

加入【高點·高上生活圈】可免費預約參加 ▶▶▶



113/7/5-14 優惠再升級！

【面授/網院】全修課程最高折 5,000 元，再提供線上補課
考取班享專案優惠價，最高折 **10,000 元**
分眾課另享現金折扣

【雲端函授】全修課程最高折 3,000 元

113/7/31 前 商管 會計 資訊 地政 享准考證優惠！

113 地方特考 衝刺

【總複習】網院：特價 2,000 元起、雲端：特價 3,000 元起
【申論寫作正解班】網院：特價 3,000 元起/科、雲端：特價 6 折起/科
【經典題庫班】網院：特價 2,500 元起/科、雲端：特價 6 折起/科

114 高普考 達陣

【全修課程】面授/網院：高考特價 46,000 元起、普考特價 41,000 元起
雲端：高考特價 51,000 元、普考特價 46,000 元
【考取班】高考：特價 75,000 元、普考：特價 65,000 元 (限面授/網院)
【狂作題班】面授：特價 6,000 元/科

單科 加強方案

【113年度】網院：定價 5 折起、雲端：定價 7 折起
【114年度】面授/網院：定價 65 折起、雲端：定價 85 折

※優惠詳情依各分班櫃檯公告為準

《統計學概要》

參考值：

$$P(Z > z_{\alpha}) = \alpha :$$

$$z_{0.025} = 1.96, z_{0.05} = 1.645。$$

$$P(t > t_{\alpha}(n)) = \alpha :$$

$$t_{0.025}(4) = 2.776, t_{0.025}(5) = 2.571,$$

$$t_{0.05}(4) = 2.132, t_{0.05}(5) = 2.015。$$

$$P(F > F_{\alpha}(n_1, n_2)) = \alpha :$$

$$F_{0.05}(2, 6) = 5.14, F_{0.05}(2, 8) = 4.46,$$

$$F_{0.025}(2, 6) = 7.26, F_{0.025}(2, 8) = 6.06。$$

一、某廠商因其生產之商品數量極大，故委託A與B兩家代工廠商代為生產，已知A、B二家代工廠的生產量比例為3：1。根據以往查核資料，A代工廠產品的不良率為2%，B代工廠產品的不良率為4%，此二不良率皆符合該廠商對其商品不良率的要求。

(一)若有一消費者隨機購買一件該廠商生產之商品，

1.此商品為從A代工廠生產且為不良品的機率為何？(4分)

2.此商品為從B代工廠生產且為不良品的機率為何？(4分)

(二)接續題(一)，若該消費者隨機購買一件該廠商生產之商品，此商品為不良品的機率為何？(4分)

(三)若有一消費者隨機購買該廠商生產之商品，發現此商品為不良品，則該產品是來自B代工廠的機率為何？(8分)

試題評析	屬於貝氏定理的常考題型，需掌握好條件機率的計算。
考點命中	《統計學(概要)重點整理》，高點文化出版，頁2-29～頁2-34。

答：

(一)設A為A代工廠商，B為B代工廠商，

D為不良率，

$$\text{則 } P(A) = 0.75, P(D|A) = 0.02$$

$$P(B) = 0.25, P(D|B) = 0.04$$

$$1. \text{由題意所求為：} P(A \cap D) = P(A) \times P(D|A) = 0.75 \times 0.02 = 0.015$$

$$2. \text{由題意所求為：} P(B \cap D) = P(B) \times P(D|B) = 0.25 \times 0.04 = 0.01$$

$$(二) P(D) = P(A \cap D) + P(B \cap D) = P(A) \times P(D|A) + P(B) \times P(D|B) = 0.015 + 0.01 = 0.025$$

$$(三) P(B|D) = \frac{P(B \cap D)}{P(D)} = \frac{0.01}{0.025} = 0.4$$

二、某知名飲品店想瞭解消費者自備飲料杯情形，隨機抽訪1,000位消費者，分析資料後得知其中有400位男生及600位女生，且男生中有100位有自備飲料杯的習慣，而女生中有300位有自備飲料杯的習慣。

(一)估計來該店之消費者會自備飲料杯比例的95%信賴區間。(7分)

(二)估計來該店之消費者中，男生與女生有自備飲料杯比例差的95%信賴區間。(12分)

(三)若該飲品店準備要進行某一項新品喜好度調查，預估消費者對該新品的喜好百分比會有60%

(即 $p = 0.6$)，若要求此喜好百分比在信賴水準為95%設定下的估計誤差值 d 不超過0.02，在假設大樣本條件下，應抽出多少樣本數？(6分)

試題評析 屬於單一母體比例的信賴區間與兩母體比例的信賴區間，以及樣本數的估計之基本題型。

考點命中 《統計學(概要)重點整理》，高點文化出版，頁9-26~頁9-29，頁9-31~頁9-33。

答：

$$(一)n_1 = 400, n_2 = 600;$$

$$x_1 = 100, x_2 = 300;$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{100 + 300}{400 + 600} = 0.4$$

$n = n_1 + n_2 = 1000$ 為大樣本

∴來該店之消費者會自備飲料杯比例的95%信賴區間為：

$$\left(\hat{p} - Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\hat{p} \times (1 - \hat{p})}{n}}, \hat{p} + Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\hat{p} \times (1 - \hat{p})}{n}} \right)$$

$$\Rightarrow \left(0.4 - 1.96 \times \sqrt{\frac{0.4 \times (1 - 0.4)}{1000}}, 0.4 + 1.96 \times \sqrt{\frac{0.4 \times (1 - 0.4)}{1000}} \right)$$

$$\Rightarrow (0.3696, 0.4304)$$

(二)設 p_1 為男生有自備飲料的比

p_2 為女生有自備飲料的比

$$\text{故 } \hat{p}_1 = \frac{100}{400} = 0.25$$

$$\hat{p}_2 = \frac{300}{600} = 0.5$$

$n_1 = 400, n_2 = 600$ 皆為大樣本

∴來該店之消費者中，男生與女生有自備飲料杯比例差的95%信賴區間為：

$$\left(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \times (1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \times (1 - \hat{p}_2)}{n_2}}, \hat{p}_1 - \hat{p}_2 + Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\hat{p}_1 \times (1 - \hat{p}_1)}{n_1} + \frac{\hat{p}_2 \times (1 - \hat{p}_2)}{n_2}} \right)$$

$$\Rightarrow \left(0.25 - 0.5 - 1.96 \times \sqrt{\frac{0.25 \times (1 - 0.25)}{400} + \frac{0.5 \times (1 - 0.5)}{600}}, 0.25 - 0.5 + 1.96 \times \sqrt{\frac{0.25 \times (1 - 0.25)}{400} + \frac{0.5 \times (1 - 0.5)}{600}} \right)$$

$$\Rightarrow (-0.3094, -0.1906)$$

(三) $p = 0.6$ ，誤差界線 $d = Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\hat{p} \times (1 - \hat{p})}{n}}$

故所求為：

$$d < 0.02 \Rightarrow Z_{\frac{\alpha}{2}} \times \sqrt{\frac{\hat{p} \times (1 - \hat{p})}{n}} < 0.02 \Rightarrow 1.96 \times \sqrt{\frac{0.6 \times (1 - 0.6)}{n}} \Rightarrow n > 2304.96$$

取 $n = 2305$

三、某公司為瞭解其推出新產品上市一個月後在北、中、南3個營業區的平均銷售量是否會有不同，從3個營業區各隨機抽出3家分店，蒐集整理新品銷售量相關之資料(單位：百件)：

	北區	中區	南區
分店數	3	3	3
平均數	7	8	12
變異數	—	—	—

已知9家分店所有銷售量資料的(總)變異數為10.5，請利用單因子變異數分析方法，在5%的顯著水準下，檢定3個營業區銷售量的平均數是否有差異？

(一)請寫出虛無與對立假設(3分)

(二)請列出變異數分析表(ANOVA表)及得到F統計量的估計值的每一個計算過程(18分)

(三)檢定結果與結論(4分)

試題評析	屬於單一因子變異數分析的考古題型，此題需要注意題目敘述中的「9家分店所有銷售量資料的(總)變異數」為 S^2 。
考點命中	《統計學(概要)重點整理》，高點文化出版，頁11-2~頁11-13。

答：

$$(一) \begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \\ H_1: \mu_i \text{不全相同}, i = 1, 2, 3 \end{cases}$$

(二)ANOVA表：

變異來源	平方和(SS)	自由度(d.f.)	均方和(MS)	F值
處理(Treatment)	④	①	⑦	⑨
誤差(Error)	⑥	②	⑧	
總變異(Total)	⑤	③		

$$\bar{x}_{..} = \frac{7+8+12}{3} = 9$$

$$① = k-1 = 3-1 = 2$$

$$② = N-k = 9-3 = 6$$

$$③ = N-1 = 9-1 = 8$$

$$④ = \text{SSTR} = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 = 3(7-9)^2 + 3(8-9)^2 + 3(12-9)^2 = 42$$

$$⑤ = \text{SST} = (N-1)S^2 = (9-1) \times 10.5 = 84$$

$$⑥ = \text{SSE} = \text{SST} - \text{SSTR} = 84 - 42 = 42$$

$$⑦ = \text{MSTR} = \text{SSTR} / k - 1 = 42 / 2 = 21$$

$$⑧ = \text{MSE} = \text{SSE} / N - k = 42 / 6 = 7$$

$$⑨ = F = \text{MSTR} / \text{MSE} = 21 / 7 = 3$$

∴ANOVA表：

變異來源	平方和(SS)	自由度(d.f.)	均方和(MS)	F值
處理(Treatment)	42	2	21	3
誤差(Error)	42	6	7	
總變異(Total)	84	8		

(三) $\alpha = 0.05$

$$\text{拒絕域} C = \{F | F > F_{\alpha}(k-1, N-k)\} = \{F | F > F_{0.05}(2, 6) = 5.14\}$$

$$F = 3 \notin C$$

結論：在 $\alpha = 0.05$ 下，無充分證據顯示3個營業區銷售量的平均數有差異。

四、某公司的維修部門負責該公司所有機器設備維修工作，部門經理為估計下年度所需之維修成本，蒐集了過去6個月的機器運轉時數(x_i)與所耗用的維修費用(y_i)資料，並建立了二者間的迴歸模型： $y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, i=1, 2, \dots, n$ ，假設 ε_i 為相互獨立且具有共同分配 $N(0, \sigma^2)$ 。令 y_i 的最小平方估計值為 $\hat{y}_i = a + bx_i$ ，已知樣本相關資訊如下：

$$n = 6, \sum_{i=1}^n x_i = 24, \sum_{i=1}^n y_i = 360, \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 20,$$

$$\sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = 2,000, \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 190,$$

其中 \bar{x} 和 \bar{y} 分別表示 n 個 x_i 和 n 個 y_i 的樣本平均數。

(一)計算最小平方估計值 \hat{y}_i 中的 a 和 b 的數值。(10分)

(二)已知迴歸模型的判定係數 R^2 為0.9025，計算出以下迴歸模型的變異數分析表中A1、A2、A3的數值。(12分)

	自由度	SS	MS	F
迴歸 (R)	—	A1	—	A3
殘差 (E)	—	—	48.75	
總和 (T)	—	A2		

(三)為了檢定迴歸模型的斜率戶是否大於0，即 $H_0: \beta \leq 0$ 對 $H_1: \beta > 0$ ，可以利用t檢定統計量進行，請1.先計算出b的標準誤；2.再計算對應本資料的t統計量的數值；3.最後判斷在5%的顯著水準下，該迴歸線的斜率是否大於0。(8分)

試題評析 屬於簡單線性迴歸模型的基本題型，迴歸模型的建立、迴歸模型參數的估計以及假設檢定。

考點命中 《統計學(概要)重點整理》，高點文化出版，頁12-34~頁12-40。

答：

$$(一) \hat{y}_i = a + bx_i$$

$$n=6,$$

$$\sum_{i=1}^n x_i = 24 \Rightarrow \bar{x} = 4$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = 360 \Rightarrow \bar{y} = 60$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})^2 = 20$$

$$S_{yy} = \sum_{i=1}^n (y_i - \bar{y})^2 = 2000$$

$$S_{xy} = \sum_{i=1}^n (x_i - \bar{x})(y_i - \bar{y}) = 190$$

$$\therefore b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{190}{20} = 9.5$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 60 - 9.5 \times 4 = 22$$

$$(二) \therefore R^2 = 0.9025$$

$$SSE = S_{yy}(1 - R^2) = 2000 \times (1 - 0.9025) = 195 \quad (\text{或 } SSE = MSE \times (n - 2) = 48.75 \times (6 - 2) = 195)$$

$$\therefore A2 = SST = S_{yy} = 2000$$

$$A1 = SSR = SST - SSE = 2000 - 195 = 1805$$

$$A3 = F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{1805/1}{48.75} = 37.0256$$

$$(三) 1. S(b) = \sqrt{\frac{MSE}{S_{xx}}} = \sqrt{\frac{48.75}{20}} = 1.5612$$

$$2. t = \frac{b - 0}{S(b)} = \frac{9.5}{1.5612} = 6.0851$$

$$3. \begin{cases} H_0: \beta \leq 0 \\ H_1: \beta > 0 \end{cases}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域 } C = \{t | t > t_{\alpha}(n - 2)\} = \{t | t > t_{0.05}(4) = 2.132\}$$

$$t = 6.0851 \in C$$

結論：在 $\alpha = 0.05$ 下，有充分證據顯示迴歸模型的斜率 β 大於0。

【參考書目】

George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

夏季 Online Book fair

線上書展 活動日期 7.11-8.31

學路相逢 拚個書贏

喜閱一夏 優選賞

全館8折 (特價書除外)

知識熱點 新書賞

當月新書 另享優惠

會員限定 超值選

百元花車 任您選



高點文化事業
publish.get.com.tw



活動詳情