升學 證照 公職 第一選擇

高點土木

王牌師資，榜首大推！

楊〇澔（交大）

應屆考取 土木技師

林〇富（高科大）

應屆考取 土木技師

112年專門職業及技術人員高等考試技師考試成績通知

等級：專技高考　類科：土木工程技師

座號：01610580　姓 名：楊〇澔

筆試科目	01.結構設計	60.0000
筆試科目	02.施工法	49.0000
筆試科目	03.工程測量	42.0000
筆試科目	04.結構分析	73.0000
筆試科目	05.大地工程學	63.0000
筆試科目	06.營建管理	66.0000
筆 試科目 58.8333 占總成績 100%		58.8333

總成績 58.83分　（及格標準： 56.00分）及格

112年專門職業及技術人員高等考試技師考試成績通知

等級：專技高考　類科：土木工程技師

座號：01640264　姓 名：林〇富

筆試科目	01.結構設計	85.0000
筆試科目	02.施工法	57.0000
筆試科目	03.工程測量	37.0000
筆試科目	04.結構分析	93.0000
筆試科目	05.大地工程學	72.0000
筆試科目	06.營建管理	54.0000
筆 試科目 66.3333 占總成績 100%		66.3333

總成績 66.33分　（及格標準： 56.00分）及格

應屆準備技師，計算題分數是取分關鍵

土技的六科中我較著重在結構設計(RC+鋼構)、結構分析(材力+結構)和大地工程學(土力+基工+地質)，因這幾科中佔了大量計算題，計算題的分數是相對較好把握的，只要勤於練習歷屆的考古題，在考場上你將會有更高的機率碰到類似的題目。

計算科目強勢師資群：

歐陽(陳漢屏)/洪達(范鴻達)/程中鼎老師(陳明徹)三位老師的授課內容都清晰易懂，講義內含大量的歷屆試題，並且有詳細的運算過程，對於備考的幫助非常大，如果覺得練習題目不夠，也可以考慮購買三位老師題庫班的書。整體來說，多做歷屆考古題將會大幅提升上榜機率。

高點在網上的評價普遍都不錯，歐陽(陳漢屏)老師，授課內容相當充實，會先講解原理再帶入題目，更會準備許多道具，可以直觀的看到許多課本中無法表現出的內容，對於知識有更深印象。另一位令我印象深刻的是高克剛(高培修)老師，授課風格有趣會帶許多題型，讓學生思考使用不同方法破解，讓我對結構學有再更深一步認識。

重點計算科目：

土壤力學、基礎工程、結構設計、材料力學跟結構學

這幾科佔整體時間的70%，大部分題型計算都有固定的方式，相較申論題較沒有模糊空間，老師們的課本及題庫本都相當推薦，在刷題目自修過程中能幫助思考不同題型使用不同方法破解，讓我對結構學有再更深一步認識。

★土力/基工/RC/地質/材力：歐陽(陳漢屏)、材力/鋼構：程中鼎(陳明徹)、結構：洪達(范鴻達)、高克剛(高培修)

多元上課方式，依自身需求彈性學習！

上 雲端

PC、平板、手機
隨時連網收看！

上 VOD

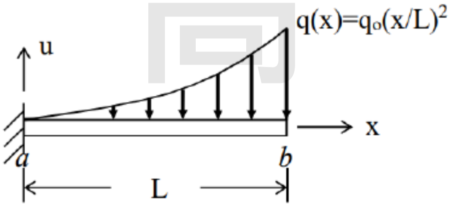
自由選擇師資，
有效運用上課時間！

上 面授

名師授課風采，
近距離親自體驗！

《材料力學》

一、參考(圖 1)之方向定義，試寫出梁的撓曲變形函數 u(x)與分布載重 q(x) 之間的關係式，並列舉有關此式至少三個基本假設。試以此關係式出發， 推導圖 1 左端固定之懸臂梁撓曲變形函數，以及梁右端點 b 之順時針旋 轉傾斜角 θ 與垂直向下位移Δ。令 EI 為此梁之撓曲剛度，qo為載重係數， 兩者皆為常數。(25 分)



試題評析	本題屬於連續積分法考題，由於題目已給定函數q(x)故從四階微分方程式開始起手較為方便；另外本題要寫出連續積分法的三個基本假設，在國考中屬於較冷門問法。
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.1.11。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.1.12。

答：

1.計算載重函數q(x)，並由梁四階微分方程式開始積分至撓度方程式

題目已給載重函數q(x)，在第一象限中載重函數q(x)以**向上(載重箭頭)為正、向下(載重箭頭)為負**。本題第一象限給的載重函數q(x)箭頭向下，因此載重函數q(x)需先修正：

$$q(x) = -q_0 \frac{x^2}{L^2}$$

$$u'''' = \frac{q(x)}{EI} = \frac{-q_0}{EIL^2}x^2$$

$$u''' = \frac{-q_0}{EIL^2}(\frac{x^3}{3}+C_1)$$

$$u'' = \frac{-q_0}{EIL^2}(\frac{x^4}{12}+C_1x+C_2)$$

$$u' = \frac{-q_0}{EIL^2}(\frac{x^5}{60}+\frac{x^2}{2}C_1+C_2x+C_3)$$

$$u = \frac{-q_0}{EIL^2}(\frac{x^6}{360}+\frac{x^3}{6}C_1+\frac{x^2}{2}C_2+C_3x+C_4)$$

高點
【版權所有，翻印必究】

2.由梁邊界條件解出待定常數C_1、C_2、C_3及C_4

在a點**固定端**$(x=0)$處，其**撓度(位移)與撓角(轉角)為零**因此可寫出：

$$\Rightarrow \Delta_a = 0 \Rightarrow u(x=0)=0 \Rightarrow C_4 = 0$$

$$\Rightarrow \theta_a = 0 \Rightarrow u'(x=0)=0 \Rightarrow C_3 = 0$$

在b點**自由端**$(x=L)$處，其**剪力值為零**可寫出：

$$\Rightarrow V_b = 0 \Rightarrow u'''(x=L)=0 \Rightarrow \frac{-q_0}{EIL^2}(\frac{L^3}{3}+C_1)=0 \Rightarrow C_1 = -\frac{L^3}{3}$$

在b點**自由端**$(x=L)$處，其**彎矩值為零**可寫出：

$$\Rightarrow M_b = 0 \Rightarrow u''(x=L)=0 \Rightarrow \frac{-q_0}{EIL^2}(\frac{L^4}{12}+C_1L+C_2)=0 \Rightarrow C_2 = \frac{L^4}{4}$$

3.解出梁變形曲線

將常數C_1、C_2、C_3及C_4代回方程式u可得梁變形曲線：

$$\Rightarrow \underline{u = \frac{-q_0}{EIL^2}(\frac{x^6}{360}-\frac{x^3L^3}{18}+\frac{x^2L^4}{8})}$$

4.求出b點順時針旋轉傾斜角θ_b與垂直向下位移Δ_b

$$\text{b點轉角}\ \theta_b = u'(x=L) = \frac{-q_0}{EIL^2}(\frac{L^5}{60}-\frac{L^5}{6}+\frac{L^5}{4}) = \underline{\frac{-q_0L^3}{10EI}(\circlearrowright)}$$

$$\text{b點位移}\ \Delta_b = u(x=L) = \frac{-q_0}{EIL^2}(\frac{L^6}{360}-\frac{L^6}{18}+\frac{L^6}{8}) = \underline{\frac{-13q_0L^4}{180EI}(\downarrow)}$$

5.關係式所採用的三個基本假設

連續積分法的基本假設有：

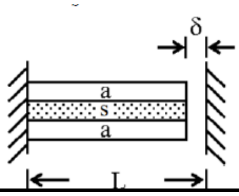
(1)桿件變形滿足**小變形**之假設，即$\kappa \approx y''$。

(2)斷面為**均質等向線彈性**材料，即**滿足虎克定律**。

(3)斷面在變形後其**平面保持平面**，不會有翹曲現象產生。

高點
【版權所有，翻印必究】

二、一根三夾板梁由兩種彈性材料組成，夾心層材料之彈性係數為 Es=200000 MPa，上下兩外層由材料 Ea=50000 MPa 所製成。各層具有矩 形斷面，且各層之斷面積相同，皆為 A=20 mm2，長度 L=1200 mm。心 層與外層之熱膨脹係數分別為 s=1.0×10-5(1/℃)與 a=2.0×10-5(1/℃)。此 梁將被安裝於兩剛性牆面之間，事先預留 =0.2 mm 之微小間隙使其暫不 受力，如(圖 2)所示，此時若將溫度均勻提高 T=20℃，試問升溫後組 合梁內部所受之總軸力 F 為何？如果心層與外層之材料容許應力分別為 s=10.0 MPa 和 a=5.0 MPa，則升溫上限為何？(25 分)



試題評析	本題屬於靜不定軸力桿有溫差變化題型，由複合材料具有相同的應變(變形)可解出題目所需參數，計算過程中若遇壓力值請自行加上負號。
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.4.16。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.4.11。

答：

1.計算升溫後組合梁內部所受總軸力F

當溫度均勻提高20°C後此梁變成靜不定結構，此時夾板梁伸縮量除有溫差效應尚有軸力引致的伸縮量，令夾心層材料內力為S_s、外層材料內力為S_a，各材料伸縮量可寫出如下：

夾心層 $\delta_s = \dfrac{S_s L}{AE_s} + \alpha_s \Delta TL$

外層 $\delta_a = \dfrac{S_a L}{AE_a} + \alpha_a \Delta TL$

由夾心層δ_s = 外層δ_a = (預留$\delta = 0.2$ mm)可解出S_s及S_a：

$$\delta_s = 0.2\text{ mm} \Rightarrow \frac{(S_s)(1200)}{(200000)(20)} + (1.0\times10^{-5})(20)(1200) = 0.2 \Rightarrow S_s = -133.333\text{ N(壓力)}$$

$$\delta_a = 0.2\text{ mm} \Rightarrow \frac{(S_a)(1200)}{(50000)(20)} + (2.0\times10^{-5})(20)(1200) = 0.2 \Rightarrow S_a = -233.333\text{ N(壓力)}$$

上式中S_a僅是「**單塊**」外層的受力值，不要忘記a材料有兩塊。最後由水平方向力平衡可得梁內部總軸力F：

總軸力 $F = S_s + \mathbf{2}S_a = -133.333 + (2)(-233.333) = \underline{-600\text{ N(壓力)}}$

高 點 【版權所有，翻印必究】

2.在容許應力限制下，計算其升溫上限值

由容許應力 $=\dfrac{\text{容許載重}}{\text{面積}} \Rightarrow \sigma_{s,allow}=\dfrac{S_{s,allow}}{A} \Rightarrow S_{s,allow}=(\sigma_{s,allow})(A)$

$\Rightarrow$ 夾心層容許載重 $S_{s,allow}=(10)(20)=200$ N(壓力)

代回夾心層 $\delta_s=\dfrac{S_sL}{AE_s}+\alpha_s\Delta T_sL=0.2$ mm

$\Rightarrow \dfrac{(-200)(1200)}{(200000)(20)}+(1.0\times10^{-5})(\Delta T_s)(1200)=0.2 \Rightarrow \Delta T_s=21.667°\text{C}$

同樣由容許應力 $=\dfrac{\text{容許載重}}{\text{面積}} \Rightarrow \sigma_{a,allow}=\dfrac{S_{a,allow}}{A} \Rightarrow S_{a,allow}=(\sigma_{a,allow})(A)$

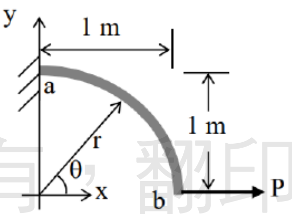
$\Rightarrow$ 外層容許載重 $S_{a,allow}=(5)(20)=100$ N(壓力)

代回外層 $\delta_a=\dfrac{S_aL}{AE_a}+\alpha_a\Delta T_aL=0.2$ mm

$\Rightarrow \dfrac{(-100)(1200)}{(50000)(20)}+(2.0\times10^{-5})(\Delta T_a)(1200)=0.2 \Rightarrow \Delta T_a=13.333°\text{C}$

升溫上限值為 ΔT_s 與 ΔT_a 較小值，故本題<u>升溫上限值為13.333°C</u>。

三、圓弧形彎梁左端固定於剛性牆面，座標與尺寸標示如（圖 3），梁斷面為 均勻實心方形 20 mm×20 mm 斷面，材料彈性係數 E=200000 MPa，柏松 比 v=0.25，剪力係數 G=80000 MPa，現於梁之自由端施加一垂直於梁身 之水平力 P=20 N（x-方向），試計算點 a 處梁內最大法向應力 σxx與點 b 處最大剪應力 τxy，以及絕對最大法向應變 εmax與絕對最大剪應變 γmax。（25 分）



【版權所有，翻印必究】

試題評析	本題屬於靜定結構，故最大受力位置會出現在接近固定端之斷面，相關計算式皆屬於簡單，往下看題解吧！
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題6.5.1。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題6.5.7。

答：

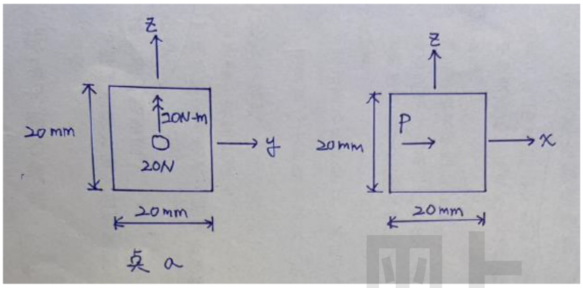
1.計算點a處最大法向應力σ_{xx}與點b處最大剪應力τ_{xy}

點a處固定端位置，其有朝x向反力20 N(←)、朝z向反力矩20 N-m(↻)，接著將點a處斷面剖開，其承受拉力20 N及彎矩20 N-m，可計算點a處最大法向應力σ_{xx}：

$$\sigma_{xx}=\frac{P}{A}+\frac{My}{I}=\frac{20}{(20\times20)}+\frac{(20\times10^3)(10)}{(\frac{20\times20^3}{12})}=\underline{15.05\ \text{MPa}}$$

點b處自由端位置，僅有朝x方向剪力20 N，計算其最大剪應力τ_{xy}：

$$\tau_{xy}=\frac{3V}{2A}=\frac{(3)(20)}{(2)(20\times20)}=\underline{0.075\ \text{MPa}}$$



2.計算絕對最大法向應變ε_{max}與絕對最大剪應變γ_{max}

本題在固定端點a處僅有單軸向應力(x向)且最大值為$\sigma_{xx}=15.05$ MPa，其絕對最大法向應變ε_{max}為：

$$\varepsilon_{max}=\frac{\sigma_{xx}}{E}=\frac{15.05}{200000}=\underline{75.25\mu}$$

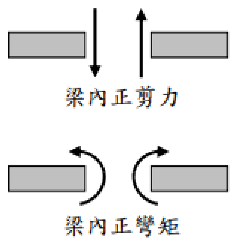
最大剪應力$\tau_{max}=\dfrac{\sigma_{xx}}{2}=\dfrac{15.05}{2}=7.525$ MPa

剪力彈性係數$G=\dfrac{E}{2(1+\nu)}=\dfrac{200000}{2(1+0.25)}=80000$ MPa

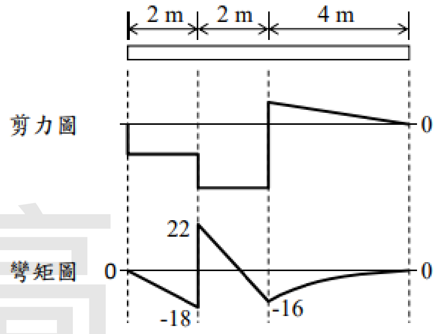
絕對最大剪應變$\gamma_{max}=\dfrac{\tau_{max}}{G}=\dfrac{7.525}{80000}=\underline{94.0625\mu}$

高點 【版權所有，翻印必究】

四、、一水平梁承受若干垂直力與平面內力矩，梁斷面內正值之剪力與彎矩定 義如（圖 4a），其剪力圖（單位 kN）與彎矩圖（單位 kN·m）示意如（圖 4b），試完成剪力圖並推估此梁之所有受力與力矩。（25 分）



（圖4a）



（圖4b）

試題評析	屬於給定彎矩圖反求剪力圖及載重圖題型，書中有極其類似題目，考場上不要粗心應可得分！
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，附錄二，例題2.17。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，附錄二，例題2.3.10。

答：

1.先求出剪力值

給予桿件相關點位編號如后，觀察ab段彎矩圖其為**線性**因此剪力圖必為**一常數**，其ab段剪力值為：

$$V_{ab}=\frac{M_{bL}-M_a}{L_{ab}}=\frac{-18-0}{2}=-9\text{ kN}$$

bc段彎矩圖亦為**線性**因此剪力圖必為**一常數**，其bc段剪力值為：

$$V_{bc}=\frac{M_c\text{-}M_{bR}}{L_{bc}}=\frac{-16-22}{2}=-19\text{ kN}$$

cd段彎矩圖為**二次拋物線**故其剪力圖為**一次線性**。c點右側剪力V_{cR}計算如下：

$$V_{cR}=\frac{2(M_d-M_c)}{L_{cd}}=\frac{2(0+16)}{4}=8\text{ kN}$$

2.再求出外加載重值

a點**剪力**圖有「**垂直跳躍**」故該處有「**集中載重**」，其值為：

$$R_a=0-9=-9\text{ kN}(\downarrow)$$

b點**剪力**圖有「**垂直跳躍**」故該處有「**集中載重**」，其值為：

$$R_b=-19-(-9)=-10\text{ kN}(\downarrow)$$

高點
【版權所有，翻印必究】

b 點**彎矩**圖有「**垂直跳躍**」故該處有「**外加集中力矩**」，其值為：

$M_{b,外加} = 22-(-18) = 40$ kN-m (正值表順時針)

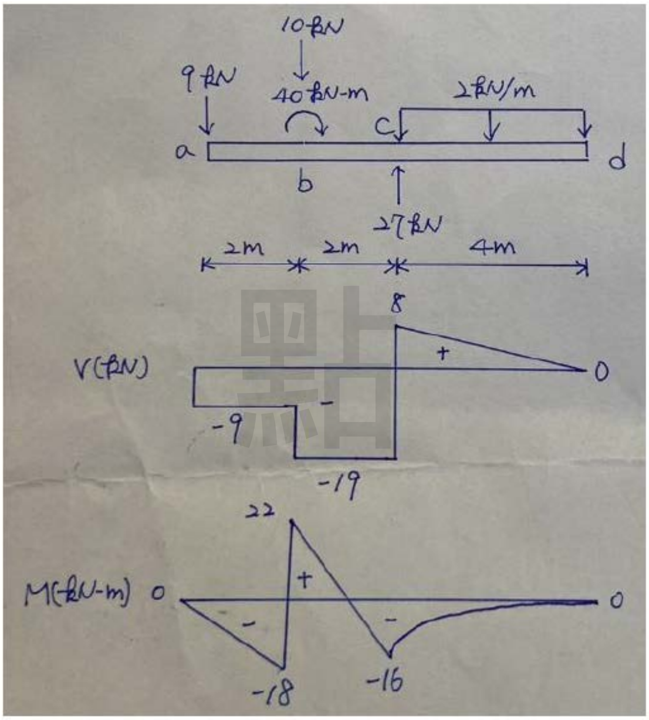
c點**剪力**圖有「**垂直跳躍**」故該處有「**集中載重**」，其值為：

$R_c = 8-(-19) = 27$ kN (↑)

cd 段**剪力**圖為「**一次線性**」表示該處有「**均佈載重**」，其值為：

$$w = \frac{dV}{dx} = \frac{0-8}{4} = -2 \text{ kN/m}$$ (負值表載重方向向下)

3.繪製剪力圖與受力圖



【版權所有，翻印必究】