

弱科健檢

加入【高點·高上生活圈】可免費預約參加 ▶▶▶



## 113/7/5-14 優惠再升級！

【面授/網院】全修課程最高折 **5,000** 元，再提供線上補課  
考取班享專案優惠價，最高折 **10,000** 元  
分眾課另享現金折扣

【雲端函授】全修課程最高折 **3,000** 元

113/7/31 前 享准考證優惠！

### 113 地方特考 衝刺

【總複習】網院：特價 2,000 元起、雲端：特價 3,000 元起

【申論寫作正解班】網院：特價 3,000 元起/科、雲端：特價 6 折起/科

【經典題庫班】網院：特價 2,500 元起/科、雲端：特價 6 折起/科

### 114 高普考 達陣

【全修課程】面授/網院：高考特價 46,000 元起、普考特價 41,000 元起  
雲端：高考特價 51,000 元、普考特價 46,000 元

【考取班】高考：特價 75,000 元、普考：特價 65,000 元 (限面授/網院)

【狂作題班】面授：特價 6,000 元/科

### 單科 加強方案

【113年度】網院：定價 5 折起、雲端：定價 7 折起

【114年度】面授/網院：定價 65 折起、雲端：定價 85 折

※優惠詳情依各分班櫃檯公告為準

# 《抽樣方法與迴歸分析》

一、假設某城市共有人口為 $N=24000$ 人，為了研究此城市的失業人數，於是以簡單隨機取樣自此城市中抽取500人，結果發現有10人失業。試求：（每小題5分，共25分）

- (一) 此城市人口失業率的估計值。
- (二) 此城市人口失業率估計量的標準誤的估計值。
- (三) 此城市人口失業率估計量的95%近似誤差界限 $B$ 。
- (四) 此城市人口失業率的95%近似信賴區間。
- (五) 若我們希望估計此城市人口失業率的誤差界限為 $B=5\%$ ，則須要在此城市抽取多少人數才能達到我們的需求？（註： $Z_{0.025}=1.96$ ）。

|      |   |
|------|---|
| 試題評析 | 本題屬於簡單隨機抽樣法之基礎計算題型，與90年升等考完全相同，已收錄在題庫書裡面供同學練習，本題應該可以輕鬆獲得滿分。 |
| 考點命中 | 《抽樣方法申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，頁1-4，例4。                         |

答：

$$(一) p = \frac{a}{n} = \frac{10}{500} = 0.02$$

$$(二) s_p = \sqrt{(1-f) \frac{n}{n-1} pq} = \sqrt{\left(1 - \frac{500}{24000}\right) \frac{500}{500-1} (0.02)(0.98)} = 0.006202$$

$$(三) B = z_{\frac{\alpha}{2}} s_p = 1.96 \times 0.006202 = 0.01216$$

$$(四) (p \pm B) = (0.00784, 0.03216)$$

$$(五) n_0 = \frac{z_{\frac{\alpha}{2}}^2 pq}{B^2} = \frac{1.96^2 \times 0.02 \times 0.98}{0.05^2} = 30.1181$$

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} = 30.0804 \approx 31$$

二、給定一分層隨機樣本如下：

| 層 (h) | $N_h$ | $n_h$ | $\bar{y}_h$ | $s_h$ |
|-------|-------|-------|-------------|-------|
| 1     | 200   | 20    | 150         | 30    |
| 2     | 200   | 40    | 100         | 20    |
| 3     | 100   | 20    | 200         | 50    |

其中 $N_h$ 表示第 $h$ 層的母體大小， $n_h$ 表示第 $h$ 層的樣本大小， $\bar{y}_h$ 表示第 $h$ 層的樣本平均數， $s_h$ 表示第 $h$ 層的樣本標準差。試求：（每小題5分，共25分）

- (一) 每一層母體平均數的分層估計值。
- (二) 抽樣母體平均數的分層估計值。
- (三) 分層估計量標準誤的估計值。
- (四) 抽樣母體平均數的95%近似誤差界限 $B$ 。

(五) 抽樣母體平均數的95%近似信賴區間。(註： $Z_{0.025} = 1.96$ )。

**試題評析** 本題屬於分層隨機抽樣法之基礎計算題型，考生沒有計算錯誤的話，本題應該可以輕鬆獲得滿分。

**考點命中** 《抽樣方法申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，頁4-33，例25。

**答：**

(一)  $\bar{Y}_1$  之估計值為  $\bar{y}_1 = 150$

$\bar{Y}_2$  之估計值為  $\bar{y}_2 = 100$

$\bar{Y}_3$  之估計值為  $\bar{y}_3 = 200$

(二)  $\bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h = \frac{200}{500} \times 150 + \frac{200}{500} \times 100 + \frac{100}{500} \times 200 = 140$

(三)  $s_{\bar{y}_{st}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{h=1}^L N_h (N_h - n_h) \frac{s_h^2}{n_h}}$   
 $= \frac{1}{500} \sqrt{200(200-20) \frac{30^2}{20} + 200(200-40) \frac{20^2}{40} + 100(100-20) \frac{50^2}{20}} = 3.4293$

(四)  $B = z_{\frac{\alpha}{2}} s_{\bar{y}_{st}} = 1.96 \times 3.4293 = 6.7214$

(五)  $(\bar{y}_{st} \pm B) = (133.2786, 146.7214)$

三、對一組樣本大小  $n = 100$  的資料配適一複迴歸模型

$Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \epsilon_i$ ，其中  $\epsilon_i$  為 iid  $N(0, \sigma^2)$ 。進行分析後，得到如下結果：

$\hat{\sigma} = 5$ ， $s = \sqrt{\frac{1}{n-1} \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2} = 10$

(一) 依據前述資訊，完成下列變異數分析表（將此表繪製於試卷上，並寫出詳細計算過程，再將結果填入表中）：（9分）

| 變異來源 | 平方和 | 自由度 | 均方  | F   |
|------|-----|-----|-----|-----|
| 迴歸   | (a) | (d) | (g) | (i) |
| 誤差   | (b) | (e) | (h) |     |
| 總和   | (c) | (f) |     |     |

(二) 若要檢定  $\beta_1, \beta_2, \beta_3$  是否同時為0，請列出虛無假設、對立假設、F值的分配（需標明自由度）、以及在顯著水準  $\alpha = 0.05$  下拒絕虛無假設的條件。（8分）

(三) 計算  $R^2$ ，並說明其意義。（8分）

**試題評析** 本題屬於複迴歸之基礎計算題型，考生沒有計算錯誤的話，本題應該可以輕鬆獲得滿分。

**考點命中** 《抽樣方法申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，第二篇第9章第4節，頁9-13。

**答：**

【版權所有，重製必究！】

題目給  $\hat{\sigma} = \sqrt{MSE} = 5$   $s = \sqrt{\frac{\sum (Y_i - \bar{Y})^2}{n-1}} = \sqrt{\frac{SST}{n-1}} = 10$

(一) (b)  $SSE = (n - k - 1)MSE = (100 - 3 - 1) \times 5^2 = 2400$

(c)  $SST = (n-1)s^2 = (100-1) \times 10^2 = 9900$

(a)  $SSR = SST - SSE = 7500$

(d)  $k = 3$

(e)  $n - k - 1 = 100 - 3 - 1 = 96$

(f)  $n - 1 = 100 - 1 = 99$

(g)  $MSR = \frac{SSR}{k} = \frac{7500}{3} = 2500$

(h)  $MSE = \hat{\sigma}^2 = 5^2 = 25$

(i)  $F^* = \frac{MSR}{MSE} = \frac{2500}{25} = 100$

| 變異來源 | 平方和     | 自由度   | 均方      | F      |
|------|---------|-------|---------|--------|
| 迴歸   | (a)7500 | (d)3  | (g)2500 | (i)100 |
| 誤差   | (b)2400 | (e)96 | (h)25   |        |
| 總和   | (c)9900 | (f)99 |         |        |

(二)  $H_0: \beta_1 = \beta_2 = \beta_3 = 0$  vs  $H_1: \text{至少一個 } \beta_j \neq 0, j = 1, 2, 3$ 

T.S.:  $F = \frac{MSR}{MSE} \sim F_{(3,96)}$

R.R.: Reject  $H_0$  at  $\alpha = 0.05$  if  $F^* > F_{0.05(3,96)}$ (三)  $R^2 = \frac{SSR}{SST} = 0.7576$  表示考慮之自變數 ( $X_1, X_2, X_3$ ) 與模型可以解釋應變數  $Y$  之總變異達到 75.76%四、考慮配適一簡單線性迴歸模型： $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \epsilon_i, i = 1, \dots, n$ ，並假設  $\epsilon_i$  為 iid  $N(0, \sigma^2)$ 。

(一) 請寫出模型中的應變數與自變數。(5分)

(二) 請問 iid 是那三個英文字縮寫，是代表什麼假設？請詳細說明。(5分)

(三) 若以最小平方估計式  $\hat{\beta}_0$  及  $\hat{\beta}_1$  得到  $\hat{Y}_i = \hat{\beta}_0 + \hat{\beta}_1 X_i$ ，且令  $e_i = Y_i - \hat{Y}_i$ 。請問  $\sum_{i=1}^n X_i e_i = ?$  請詳細列出推導過程。(15分)**試題評析** 本題(三)有一題證明題，課堂上都已經講解過，本題應該可以輕鬆獲得滿分。**考點命中** 《抽樣方法申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，第二篇第8章第3節，頁8-15。**答：**(一) 應變數： $Y$ 自變數： $X$ 

(二) independent and identically distributed 表示獨立相同分配

當一組樣本是隨機樣本的時候，樣本間相互獨立且皆服從母體分配，此時可以說樣本具有獨立相同分配 (iid) 之性質。

(三) 已知正規方程式有  $\sum X_i Y_i = \hat{\beta}_0 \sum X_i + \hat{\beta}_1 \sum X_i^2$  重製必究！

$$\sum X_i e_i = \sum X_i (Y_i - \hat{Y}_i) = \sum X_i (Y_i - \hat{\beta}_0 - \hat{\beta}_1 X_i) = \sum X_i Y_i - \hat{\beta}_0 \sum X_i - \hat{\beta}_1 \sum X_i^2$$

正規方程式

$$= \hat{\beta}_0 \sum X_i + \hat{\beta}_1 \sum X_i^2 - \hat{\beta}_0 \sum X_i - \hat{\beta}_1 \sum X_i^2 = 0$$

夏季 Online Book fair

線|上|書|展| 活動日期 7.11-8.31

學路相逢 拚個書贏

喜閱一夏 優選賞

全館8折 (特價書除外)

知識熱點 新書賞

當月新書 另享優惠

會員限定 超值選

百元花車 任您選



高點文化事業  
publish.get.com.tw



活動詳情