

高點土木專班

升學

證照

公職

一站登頂!

【憑114高普考准考證，開啟你的高分之路！】

【技師 / 高考】下定決心一定考取！

全修班 面授 / VOD (輔限至115/12/31)

新生：**31,000 元**

他班生 / 舊生禮遇專案：**25,000 元** (輔限至115/12/31)

題庫班 新生：**13,000 元**

他班生 / 舊生禮遇專案：**9,000 元**

【多元學習方案】買函授全修贈面授 / VOD

新生：**44,000 元** 舊生：**36,000 元**

【技師 / 高考單科加強】

面授 / VOD / 函授：單科 **8 折**、兩科 **75 折**、三科 **7 折**

【差異科目】縮短與連續性成功的距離！

結動+預力+耐震 (面授 / VOD)

正課 新生：**13,000 元** 舊生：**11,000 元** (定價22,000)

正課+題庫 新生：**17,000 元**

舊生禮遇專案：**15,000 元** (定價28,000)

※ 以上優惠至114/7/31為考場獨家一特價，不與其他優惠併用。

※ 他班生/舊生禮遇專案須憑上課證。

《材料力學》

- 一、如圖 1 由兩圓桿 AC 與 BC 構成之對稱桁架系統，兩桿件長度皆為 1 m，圓形斷面半徑皆為 2 cm。桿件由彈性模數 (modulus of elasticity) 為 200 GPa 之鋼材構成。今於 C 點施加一向下 100 kN 之集中載重 P，假設兩桿件仍維持彈性及小變形狀態，且自重可忽略。請問兩桿件各自內力及變形量為何？兩桿件交會之 C 點於集中載重施加後位移至何處 (請指明方位及量值)？(25 分)

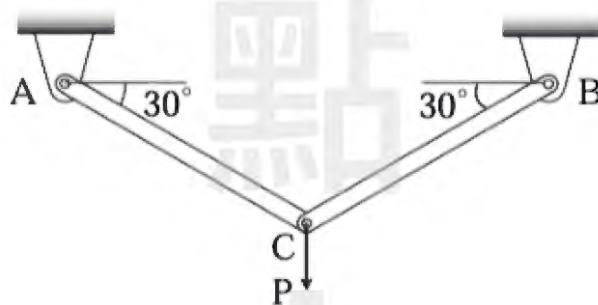


圖 1

試題評析 屬於簡單的兩桿桁架分析題型，上課有講一模一樣的考題，不要粗心一定可以拿到分數。

考點命中 1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.3.2。
2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.3.1。

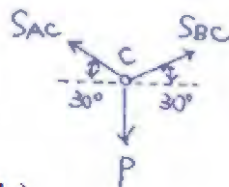
答：

1. 計算各桿軸力

由節點法求解桿件 AC 及 BC 軸力：

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow S_{AC} = S_{BC}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_{AC} \sin 30^\circ + S_{BC} \sin 30^\circ = P \Rightarrow S_{AC} = S_{BC} = 100 \text{ kN (拉力)}$$



2. 計算各桿伸縮量

$$\delta_{AC} = \delta_{BC} = \frac{(100 \times 10^3)(1 \times 10^3)}{(200 \times 10^3)(\pi \times 20^2)} = 0.398 \text{ mm (伸長)}$$

3. 繪維氏圖求得桿件 AC 伸縮量 δ_{AC} 與節點 C 位移 Δ_C 間關係

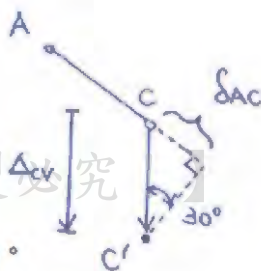
(1) 假設 C 節點垂直位移 Δ_{CV} 向下，從 C 點繪一向下位移 Δ_{CV} 。

(2) 繪出桿件 AC 伸長量 δ_{AC} (A 點不動，從 C 點延伸)，並繪垂直線交於 Δ_{CV} 。

(3) 由 δ_{AC} 與 Δ_{CV} 之幾何關係可求得 C 節點垂直位移量 Δ_{CV} ：

$$\delta_{AC} = \Delta_{CV} \sin 30^\circ \Rightarrow C \text{ 點垂直位移 } \Delta_{CV} = \frac{\delta_{AC}}{\sin 30^\circ} = \frac{0.398}{0.5} = 0.796 \text{ mm (↓)}$$

另本題因為對稱，故 C 點水平位移 $\Delta_{CH} = 0$



二、如圖 2(a)之結構，有一繩固定於 B 點，經過 E 點之滑輪，另一端受 500 N 之水平集中拉力作用。水平梁桿件 ABCD 由 5 cm 乘 12 cm 之矩形斷面構成，斷面強軸平行於地面。忽略繩與滑輪間之摩擦力，以及結構中之應力集中。梁桿件 ABCD 內之正剪力與正彎矩定義如圖 2(b)所示。請繪出梁桿件 ABCD 內之剪力圖及彎矩圖，並求出梁 ABCD 內，因彎矩而產生之最大正向應力。(25 分)

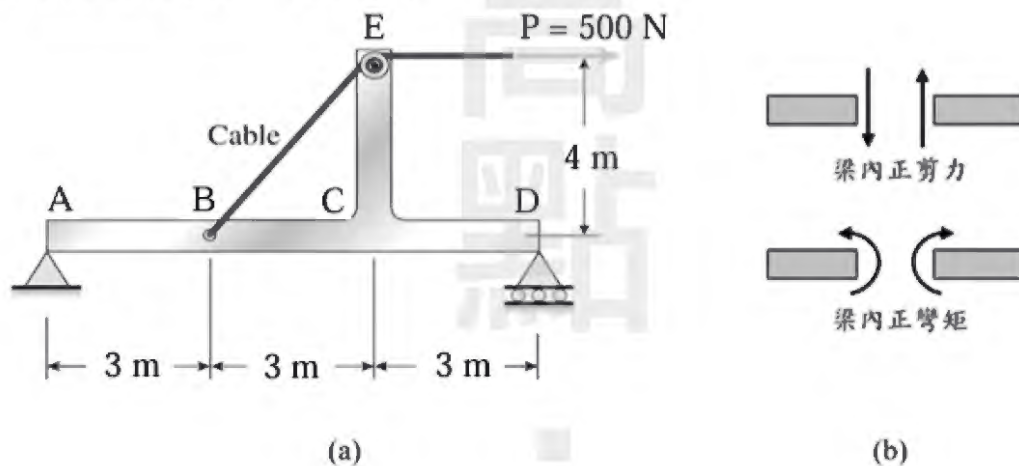


圖 2

試題評析	屬於簡單的剪力彎矩圖繪製與最大正向應力計算考題，特別注意的是C點內力要分析正確。
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題4.1.4。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題4.1.4。

答：

Ans:

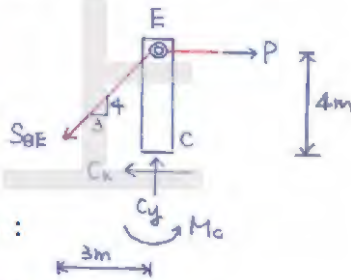
一、繪出梁桿件ABCD內之剪力圖及彎矩圖

取出上半部自由體圖，令繩索內力為 S_{BE} 且繩索內力等於拉力 P ，即 $S_{BE} = P = 500 \text{ N}$ 。接著由上半部自由體圖力平衡可求得CE桿段於C點處之內力：

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow C_x + S_{BE} \times \frac{3}{5} = P \Rightarrow C_x = 500 - 500 \times \frac{3}{5} = 200 \text{ N}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow C_y = S_{BE} \times \frac{4}{5} = 500 \times \frac{4}{5} = 400 \text{ N}$$

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow M_C + S_{BE} \times \frac{4}{5} \times 3 = P \times 4 \Rightarrow M_C = 500 \times 4 - 500 \times \frac{4}{5} \times 3 = 800 \text{ N}\cdot\text{m}$$



【版權所有，重製必究！】

技師

快

嚴選經典考題加強演練，下筆就是快。

狠

逐一帶題演練，狠拿高分非難事。

準

名師精選重要考點，準確命中。

高點·土木/結構

題庫班

名師精選考點+帶題演練，完勝國考！

土木技師題庫班

科目	師資	開課日
工程材料	孫培正	07/31
土壤力學	歐陽	07/11
鋼筋混凝土	歐陽	08/22
施工學	孫培正	08/14
營建管理	詳洽櫃台	08/03
材料力學	程中鼎	08/23
結構學	洪達	08/24
基礎工程	歐陽	09/03
鋼結構設計	程中鼎	08/30
工程地質	歐陽	10/12
測量學	歐陽	09/26

結構技師題庫班

科目	師資	開課日
土壤力學	歐陽	07/11
鋼筋混凝土	歐陽	08/22
結構動	洪達	09/15
材料力學	程中鼎	08/23
結構學	洪達	08/24
預力混凝土		09/16
基礎工程	歐陽	09/03
鋼結構設計	程中鼎	08/30
耐震設計	洪達	08/25



★ 鋼筋混凝土、土力、基工、測量、地質：歐陽（陳漢屏）、結構、結構動、預力、耐震：洪達（范鴻達）材力、鋼構：程中鼎（陳明微）

欲知更多課程及師資，請加入【高點建國理工生活圈@vhy9890r】考情即時通！

成功者的不二心法：把握考前三個月，狂練考古題！

楊○濤 (交大)

應屆考取：土木技師

RC、土力、基工、地質、材力的歐陽(陳漢屏)，結構洪達(范鴻達)和材力/鋼構程中鼎(陳明微)，三位老師的授課內容清晰易懂，講義內含大量的歷屆試題有詳細的運算過程，只要勤加練習歷屆考古題，在考場上你將會有更高的機率碰到類似的題目，分數相對較好把握。

林○富 (高科大)

應屆考取：土木技師

歐陽(陳漢屏)老師，授課內容相當充實，課後也可寫信詢問上課相關問題，另一位令我印象深刻的是高克剛(高培修)老師會帶許多不同題型，老師們的課本及題庫本都相當推薦，在刷題目自修過程中能幫助思考不同題型使用不同方法破解，讓我對結構學有再更深一步認識。

114/7/31前，憑114高普考准考證報名

土木技師/結構技師全修題庫班

新生只要: 13,000 元

舊生/他班生禮遇價: 9,000 元

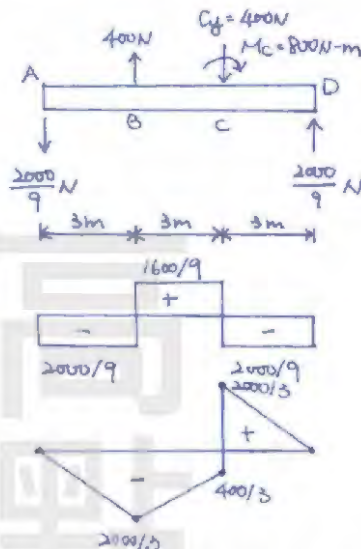
另由整體力平衡可得：

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_D \times 9 = P \times 4$$

$$\Rightarrow D \text{ 點垂直反力 } R_D = 500 \times 4 / 9 = 2000 / 9 \text{ N}(\uparrow)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A \text{ 點垂直反力 } R_A = R_D = 2000 / 9 \text{ N}(\uparrow)$$

梁桿件 ABCD 內之剪力圖及彎矩圖如圖所示。



二、求出梁 ABCD 內因彎矩而產生之最大正向應力

$$\text{最大正向應力 } \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{S} = \frac{M_{\max}}{\left(\frac{bh^2}{6}\right)}$$

$$\Rightarrow \sigma_{\max} = \frac{2000/3}{\left(\frac{0.05 \times 0.12^2}{6}\right)} = 5.556 \text{ MPa}$$

三、如圖 3 之簡支梁 ABC，全長 2 m，於 C 點受集中彎矩 $M = 100 \text{ N}$ 作用。

此梁材料彈性模數 E 與斷面慣性矩 I 之乘積為 $EI = 500 \text{ kN-m}^2$ 。請依據圖 3 所提供之卡式座標系統方位及座標原點，寫出整根梁之變形方程式。
(25 分)

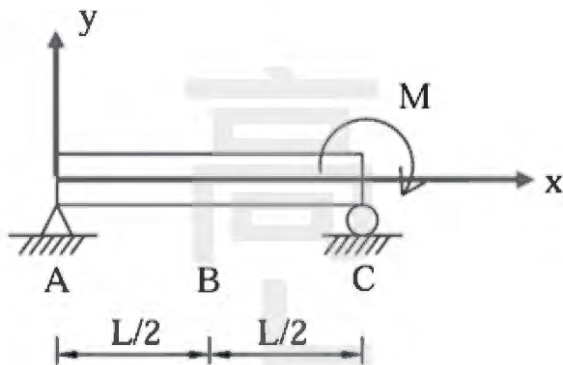


圖 3

試題評析	屬於簡單的梁連續積分法題型，上課有講一模一樣的考題，今年高普考材料力學試題真的是大放水！就怕你不來考，國家都快要沒有土木公務員了。
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.1.7。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.1.4。

答：

【版權所有，重製必究！】

題目所給之集中彎矩 M 單位有誤，應該是(力)-(長度)才對，以下假設集中彎矩單位為 $M = 100 \text{ N-m}$ 。

1. 計算支承力

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow A \text{ 點垂直反力 } R_A = \frac{M}{L} \quad (1)$$

2. 計算彎矩函數 $M(x)$ ，並由梁二階微分方程式開始積分至撓度方程式

以 A 點為起點，向右 x 距離取梁斷面彎矩函數 $M(x) = -Mx/L$ 。由梁二階微分方程式開始積分(本題座標系統為第一象限)：

$$y'' = \frac{M(x)}{EI} = \frac{-M}{EI}x$$

$$y' = \frac{-Mx^2}{2EI} + C_1$$

$$y = \frac{-Mx^3}{6EI} + C_1x + C_2$$

3. 由梁邊界條件解出待定常數 C_1 及 C_2

在 A 點($x=0$)處，其撓度(位移)為零因此可寫出：

$$\Rightarrow \Delta_A = 0 \Rightarrow y(x=0) = 0 \Rightarrow C_2 = 0$$

在 C 點($x=L$)處，其撓度(位移)為零因此可寫出：

$$\Rightarrow \Delta_C = 0 \Rightarrow y(x=L) = 0 \Rightarrow \frac{-M(L)^3}{6EI} + C_1(L) = 0 \Rightarrow C_1 = \frac{ML}{6EI}$$

4. 解出簡支梁變形曲線(變形方程式)

將常數 C_1 及 C_2 代入方程式 y 可得簡支梁變形曲線：

$$\Rightarrow y = \frac{-Mx^3}{6EI} + \frac{ML}{6EI}x, \text{ 再代入 } M = 100 \text{ N}\cdot\text{m}、L = 2 \text{ m}、EI = 500 \times 10^3 \text{ N}\cdot\text{m}^2$$

$$\Rightarrow y = \frac{-100x^3}{(6)(500 \times 10^3)(2)} + \frac{(100)(2)}{(6)(500 \times 10^3)}x = -0.0000167x^3 + 0.0000667x, \text{ 其中 } x \text{ 單位為 m}$$

四、圖 4 梁之 A 端為固定端，B 端支撐於一勁度為 k 之垂直向彈簧。梁長 $L = 2 \text{ m}$ ，梁斷面為 10 cm 乘 10 cm 之正方形斷面。梁材料之彈性模數(modulus of elasticity)為 200 GPa 。今已知該梁桿件每公尺受 $q = 1000 \text{ N/m}$ (已含自重) 之均布載重作用後，B 端之垂直向彈簧產生 250 N 軸力，請求出該彈簧之勁度 k ，以及該梁內部因彎矩而產生之最大正向應力。(25 分)

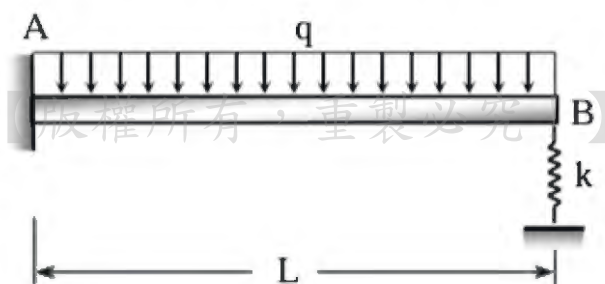
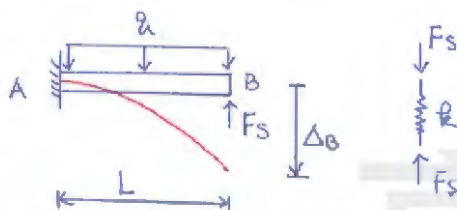


圖 4

試題評析	這一題目上課也有100%相同的例題，來都來了，就一定要得分！
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.3.11。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.3.13。

答：

一、求彈簧之勁度 k



原結構為一度靜不定梁，從 B 點將直線彈簧與懸臂梁切開。在 B 點處直線彈簧變形量(伸縮量)會等於懸臂梁 B 點位移量(同屬一點)。彈簧伸縮量 δ_s (箭頭畫在壓力側，故彈簧會縮短)為彈簧力 F_s 除以彈簧常數 k (本題撓度以向下為正)：

$$\Rightarrow \delta_s = \frac{F_s}{k}$$

懸臂梁自由端 B 點同時有均佈載重 q 及彈簧力 F_s 作用，由基本變位公式計算撓度值(撓度以向下為正)：

$$\Rightarrow \Delta_B = \frac{qL^4}{8EI} - \frac{F_s L^3}{3EI}$$

由彈簧變形量(伸縮量)會等於懸臂梁 B 點位移量：

$$\Rightarrow \Delta_B = \delta_s \Rightarrow \frac{qL^4}{8EI} - \frac{F_s L^3}{3EI} = \frac{F_s}{k} \Rightarrow k = \frac{F_s}{\frac{qL^4}{8EI} - \frac{F_s L^3}{3EI}}$$

$$\Rightarrow \text{彈簧勁度 } k = \frac{250}{\left(\frac{1000 \times 2^4}{8 \times 200 \times 10^9 \times \frac{0.1^4}{12}}\right) - \left(\frac{250 \times 2^3}{3 \times 200 \times 10^9 \times \frac{0.1^4}{12}}\right)} = \underline{312500 \text{ N/m}}$$

二、求該梁內部因彎矩而產生之最大正向應力

已知彈簧軸力 250 N(壓力)，可將 AB 梁做自由體圖分析得到 A 點處反力：

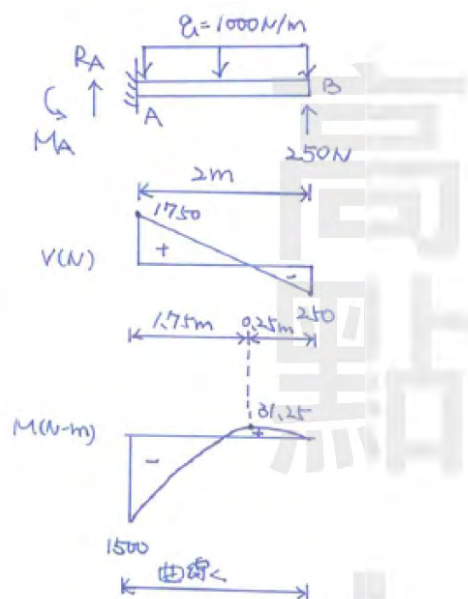
$$\sum F_y = 0 \Rightarrow A \text{ 點垂直反力 } R_A = 1000 \times 2 - 250 = 1750 \text{ N } (\uparrow)$$

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow A \text{ 點反力矩 } M_A = 1000 \times 2 \times 1 - 250 \times 2 = 1500 \text{ N}\cdot\text{m } (\circlearrowleft)$$

【版權所有，重製必究！】

可繪出 AB 桿件彎矩圖如圖所示，並得到桿內最大彎矩為 1500 N-m。

$$\text{最大正向應力 } \sigma_{\max} = \frac{M_{\max}}{S} = \frac{M_{\max}}{\left(\frac{bh^2}{6}\right)} = \frac{1500}{\left(\frac{0.1 \times 0.1^2}{6}\right)} = 9 \text{ MPa}$$



【版權所有，重製必究！】

升學 證照 公職 第一選擇

高點土木

王牌師資， 榜首大推！



蘇○哲 (台科大應屆考取)

連續一年三榜

台科大土木所、土木技師、
高考土木

高點課程應付學職證游刃有餘，終身受用！

大學時我充分利用課後時間，用線上課程來聽課，並針對重點題目進行練習。這樣可以在下次上課時更加專注於這些問題。我也會安排時間在學校課業上，這樣不僅能把學校所學與補習班的內容結合起來，也能幫助我更全面的理解各領域的知識。高點的課程內容不只協助我應對研究所、高考及土木技師的考試，也讓我在學校的課業上更游刃有餘，感謝高點補習班的強大師資陣容！



李○齊 (台科大營建所)

考取

113土木技師TOP4、
高考土木工程

教材精緻度與完整度皆完勝他班，再拼就業考必選高點！

經過比較後發現高點的計算科講義精緻度與完整度非常高，試聽後覺得網院的上課空間明亮舒適，老師的講解方式也非常容易理解，不容易分心走神。歐陽老師的上課風格非常注重理解觀念，程中鼎老師善於利用SOP進行解題，對於不熟悉鋼構的同學而言，在短時間內容易上手，而結構學洪達老師在教學時也非常強調計算穩定度，只要跟著老師們的推導思路一步步解題，搶分超容易！



張○詮 (陽明交通土木)

考取 113土木技師

選擇高點少走很多彎路，讓我節省了備考的寶貴時間！

特別感謝歐陽老師在RC及土力、基工方面的細緻講解，讓我對核心概念和應用有更深刻的理解，尤其在土力學的計算與判斷上，提升了答題的準確度。洪達老師的結構學課程條理清晰，幫助我建立紮實的分析能力，讓複雜的力學問題變得更容易掌握。而程中鼎老師在鋼構的教學深入淺出，透過系統性的講解，使我能夠靈活應對考試中的相關題型。在這些優秀老師的指導下，學習變得更有方向，少走了不少彎路。除了自身的努力，也要感謝高點土木及老師們的專業指導與幫助。



蔡○丞 (嘉大土木系)

考取 113土木技師

高點雙師聯手加題庫班助陣，讓我自信迎戰技師考！

洪達老師非常著重题目的解析，從研究所課程到技師課程的結構學教學都非常清晰、上課風趣，教授許多技巧來應對各種題型；大量的題型講解讓學生在考試時能夠得心應手。另一方面，歐陽老師在基礎觀念的部分，教的深入且扎實，土力、基礎工程及RC等課本內容充實易懂，為學生打下了堅實的基礎。題庫班幫助我在考前更加深對觀念的理解和記憶，讓我對知識的掌握更加牢固，信心也隨之提升。

★土力/基工/RC/地質/材力：歐陽(陳漢屏)、材力/鋼構：程中鼎(陳明徹)、結構：洪達(范鴻達)

多元上課方式，依自身需求彈性學習！

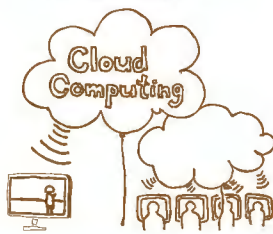
上 雲端

PC、平板、手機
隨時連網收看！



上 VOD

自由選擇師資，
有效運用上課時間！



上 面授

名師授課風采，
近距離親自體驗！

