

《教育測驗與統計概要》

試題評析

今年考題難度偏易，而且是班內同學在平日上課時，經老師再三說明、講解與練習的章節內容。想在本類組金榜題名，恐怕在本科至少得有90分以上的近乎完美表現！茲將各題答題重點分述如下：

第一題與第三題：一題考的是測驗學，一題考的是教育與心理統計學。除了分別解釋名詞意義，仍須比較兩者之間的差異，才能取得高分。

第二題：有關測量標準誤與真正分數信賴區間估計的公式計算，應要明確逐步條列。

第四題：共變數、相關係數、回歸係數、回歸常數的替代公式必須熟練，才有可能不被淘汰。

總而言之，今年考題不論是計算或解釋名詞，都在任課老師與同學的掌控中，恭喜班內同學！

一、解釋並比較下列各對名詞：（每小題5分，共25分）

(一)性向測驗 (aptitude test) 與成就測驗 (achievement test)

(二)常模參照測驗 (norm-referenced test) 與效標參照測驗 (criterion-referenced test)

(三)難度 (difficulty) 與鑑別度 (discrimination)

(四)比率智商 (ratio IQ) 與離差智商 (deviation IQ)

(五)再測信度 (test-retest reliability) 與複本信度 (alternate form reliability)

答：

(一)性向測驗所測量的性向(aptitude)指的是，個人在某些領域中所具有之潛在能力；一般而言，在某一特定領域上的潛能愈高者，其學習或表現該領域之相關活動時，成功的可能性也愈高。其實，性向就像是平常所說的「天份」，既有先天的意思，也受後天教育與環境的影響；成就測驗測量指的是一個人在接受教育或訓練後，習得相關知識與技能的程度，目的在檢驗學習的成果。

相較之下，性向測驗比較像是以個人的潛力預測未來在學業或工作上成功的可能性；而成就測驗則是檢視個體目前擁有的知識技能狀態。

(二)常模參照測驗為針對一般化技能，受試者實際作業所達到的平均成績；效標參照測驗則為針對特定技能，受試者理想上應達到的成績。兩類測驗的差別在於：

1.前者測驗結果，習慣以百分等級或標準分數表示；而後者則常以及格、過關與否表示測驗結果；

2.前者內容取樣廣而淺；後者的試題內容取樣卻窄而深；

3.前者常用於安置性、總結性；後者則用於形成性、診斷性。

(三)難度常以測驗中之個別試題的考生答對百分比大小加以評斷；鑑別度則為個別試題是否具備鑑別受試者程度或能力高低的特質。鑑別度受試題難度的影響。

(四)比率智商運用心理年齡除以實足年齡的概念，來表示一個人的智商，但卻無法展現個人在群體中所處的相對位置；離差智商是指個別受試者，其測驗分數與平均數相減所得之分數，除以標準差而得。離差智商因具有Z分數標準化的意涵，可以表現個人在群體中所處的相對位置。

(五)再測信度指得是一個測量工具，針對同一群受試者，在不同時間內測得兩次分數之間的一致性探討；複本信度則為兩個性質與難度特徵相近的測驗，針對同一群受試者施測結果表現好壞的一致性探討。前者的誤差來源為時間取樣；後者的誤差來源為內容取樣與異質取樣。

【參考書目】

傅立葉老師，高上教育測驗與統計概要講義，第三回第十三、十四、與十七章及上課筆記。

- 二、(一)試從信度的意義說明為何教育人員應該重視測驗工具的信度？(5分) (二)測驗的測量標準誤 (standard error of measurement) 與信度的關係為何？(5分) (三)某學生應考某一標準化智力測驗得95分，該測驗標準差15分，信度0.91，則計算該智力測驗的測量標準誤 SE_m =? (5分) (四)並計算該生在該測驗的真正分數95%信賴區間為多少？(10分) (附常態分配表)

答：

- (一)信度表示一個測量工具或測驗之所得分數，給予受試者之信心程度高低。從另一個角度來說，信度可以是受試者在一個測驗的測驗結果(表現)的一致性與穩定性。一個好的測驗，應該能夠在不同時間內施測，由不同評分者評分，甚至是與目的一致性的其他測驗之間，因得分存在高度相關，而呈現高的信度。如此的一個測驗，教育人員常可以妥善使用測驗成績於個人表現好壞的解讀、教學方法的選擇或教學進度的調整等決策，因而提高教學績效。因此，教育人員應該重視測驗工具的信度。
- (二)一個測驗的測量標準誤，正是未知的真正分數(true score)與實得分數之差值，也就是誤差分數的標準化估計值。而影響一個測驗的誤差分數來源，常為非系統性誤差，其包括：與試動機與身心因素等。測量標準誤愈小，測驗的信度愈高，反之亦然。因此，在正常情況下，測量標準誤與信度之間存在反向變動的關係。
- (三)該標準化智力測驗的測量標準誤，可利用以下公式計算得之：

$$SE_m = 15\sqrt{1-0.91} = 4.5 \text{ (分)}$$

- (四)該生在該測驗真正分數的95%信賴區間為：

$$\begin{aligned} & 95 \pm Z_{0.025}(4.5) \\ & = 95 \pm 1.96(4.5) \\ & = 95 \pm 8.82 \\ & = (86.18, 103.82) \end{aligned}$$

【參考書目】

傅立葉老師，高上教育測驗與統計概要講義，第三回第十四章及上課筆記。

- 三、解釋並比較下列各對名詞：(每小題5分，共25分)

- (一)連續變數 (continuous variable) 與間斷變數 (discrete variable)
 (二)z分數與T分數
 (三)描述統計 (descriptive statistics) 與推論統計 (inferential statistics)
 (四)第一類型錯誤 (Type I error) 與第二類型錯誤 (Type II error)
 (五)離均差平方和與變異數

答：

- (一)連續變數泛指以度量衡量測得，數值間可作無限切割細分的變項。例如：測驗成績、身高、溫度等；間斷變數則為存在最小單位，計數而得之變數。例如：家庭人數、比賽得分、生產線上的不良品數等。
- (二)z分數為常態分配的變數標準化後，所得的一種相對位置量數，其為具有平均數為0、變異數為1的常態分配；T分數則為經過常態化的一種標準分數，它是利用z分數加以直線轉換而得，其具有平均數為50、標準差為10的母數。兩者皆有評斷與解釋個別受試者表現相對好壞的能力。
- (三)描述統計所指為資料收集後，初步萃取重要資訊的統計方法，其包括統計圖表的繪製與解讀，及統計量數的計算與分析；推論統計則為利用前述資料，進一步進行母體未知參數的區間估計或假設考驗的統計方法。描述統計是推論統計的基礎，推論統計是描述統計的衍生應用。
- (四)第一類型錯誤所指為，在虛無假設為真的前提下，研究者利用樣本資料卻得到推翻虛無假設的結論，而致發生結論對立假設的推論錯誤。第二類型錯誤所指則為，在虛無假設不為真的前提下，研究者利用樣本資料卻得到不拒絕虛無假設的結論，而致發生結論虛無假設的推論錯誤。兩者雖然皆屬犯錯，但是第一類型錯誤的犯錯影響與嚴重性，常高於第二類型錯誤，因而會有犯第一類型錯誤之上限—顯著水準的討論。

- (五)離均差平方和的計算公式 $\sum (X_i - \bar{X})^2$ 是一種觀測值離散程度的量測值；而變異數則為離均差平方和進一步除以自由度的計算結果。通常，離均差平方和會隨著使用的資料筆數愈多，而有愈大的值。因此，變

異數之除以自由度，實有對於因資料筆數多寡而取得平均值的意涵。以變異程度的量測目的而言，變異數的功能要比離均差平方和來得高。

【參考書目】

傅立葉老師，高上教育測驗與統計概要講義，第一回第一章、第四章、第五章及第二回第九章，與上課筆記。

四、假設某校學生的課後補習程度（X變項）與學業成就（Y變項）皆為常態分配，自其中隨機抽樣10名學生的課後補習與學業成就資料如下，並計算一些統計基本數量如方格內所示，試計算下列各題：

X	Y
8	9
12	10
6	4
8	5
9	6
8	8
10	9
7	7
5	5
5	7

$$\begin{aligned} \sum X &= 78, \sum X^2 = 652 \\ \sum Y &= 70, \sum Y^2 = 526 \\ \sum XY &= 573 \end{aligned}$$

- (一) X與Y之共變數？（5分）積差相關係數？（5分）
 (二) Y變項的變異量不能由X變項解釋的變異量為多少百分比？（5分）
 (三) 算出以X變項預測Y變項的迴歸方程式。（10分）（註：須列式才給分）

答：

(一) 共變數的計算如下：

$$\begin{aligned} C_{xy} &= \frac{\sum (X_i - \bar{X})(Y_i - \bar{Y})}{n-1} \\ &= \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{n-1} \\ &= \frac{573 - \frac{78(70)}{10}}{10-1} \\ &= 3 \end{aligned}$$

相關係數的計算如下：

$$r_{xy} = \frac{\sum X_i Y_i - \frac{\sum X_i \sum Y_i}{n}}{\sqrt{\sum X_i^2 - \frac{(\sum X_i)^2}{n}} \sqrt{\sum Y_i^2 - \frac{(\sum Y_i)^2}{n}}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{573 - \frac{78(70)}{10}}{\sqrt{652 - \frac{78^2}{10}} \sqrt{526 - \frac{70^2}{10}}} \\
&= \frac{27}{\sqrt{43.6} \sqrt{36}} \\
&= 0.682 \\
&\cong 0.68
\end{aligned}$$

(二) Y變項的變異量無法由X變項解釋的百分比，可以用公式符號表示為：

$$\begin{aligned}
&1 - R^2 \\
&= 1 - (0.68)^2 \\
&= 1 - 0.4624 \\
&= 0.5376 \\
&= 53.76\%
\end{aligned}$$

$$(三) b_1 = \frac{\sum XY - \frac{\sum X \sum Y}{N}}{\sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{N}}$$

$$\begin{aligned}
&= \frac{27}{43.6} \\
&= 0.619
\end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
b_0 &= \bar{Y} - b_1 \bar{X} \\
&= 7 - 0.619(7.8) \\
&= 2.172
\end{aligned}$$

因此，以X變項預測Y變項的回歸方程式為

$$\hat{Y} = 2.172 + 0.619X$$

【參考書目】

傅立葉老師，高上教育測驗與統計概要講義，第一回第七章、第八章及上課筆記。