

104年公務人員普通考試試題

類別：土木工程、建築工程

科目：工程力學概要

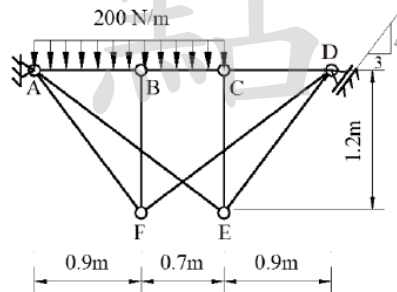
考試時間：1小時30分

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

程中鼎 老師 主解

一、如圖一所示桁架受到圖示的均佈載重，試分析每根桿件所受之力，並判斷為張力或壓力。(25分)



圖一

解

將 ABC 桿件上的均佈載重轉換成「等值節點力」，如右圖

$$S_{BF} = -160\text{N (壓力)}$$

$$S_{CE} = -70\text{N (壓力)}$$

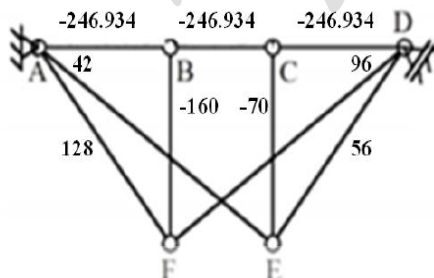
以 F 點為例，使用節點法可求出 S_{AF} 及 S_{DF}

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow S_{AF} \left(\frac{3}{5} \right) = S_{DF} \left(\frac{4}{5} \right) \dots (1)$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow S_{AF} \left(\frac{4}{5} \right) + S_{DF} \left(\frac{3}{5} \right) = 160 \dots (2)$$

由(1)及(2)式可求出 $S_{AF} = 128\text{N (拉力)}$ 、 $S_{DF} = 96\text{N (拉力)}$

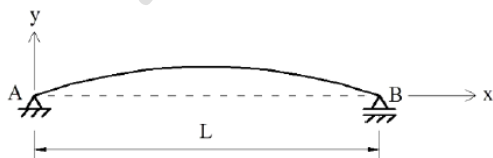
其他如 E 點、D 點上之桿件內力，同上可利用節點法解出各桿件之力量。各桿內力如下圖，其中正值表拉力，負值表壓力，單位為 N。



討論

1. 本題為桁架桿件，但竟然承受均佈載重! 過去國考尚未出現此類題目且在一般結構分析理論中，桁架只承受軸力但不承受剪力及彎矩。本題解將 AB 桿、BC 桿上之均佈載重乘上桿件長度後之力均分各點。
2. 該方法是否為命題委員想要的過程及結果呢? 答案可能只有命題委員自己知道。走出考場後您應該將有疑慮題目附上相關資料，於期限內寄至考選部釋疑。有些命題委員想法特殊，題目想得千變萬化、亂出一通，這時候進考場請做合理假設寫下去。

二、簡支梁施工時需先設預拱，如圖二實線所示，以便拆模後因本身自重造成變形後恰能形成直桿，如圖二虛線所示。如簡支梁斷面慣性矩為 I ，材料彈性模數為 E ，單位長度重量為 w ，試依圖示的 xy 座標，列出此簡支梁的預拱曲線方程式。(25 分)



圖二

解

以鉸支承 A 點為原點，向右取 x 長度，可寫出彎矩函數 $M(x)$

$$M(x) = \frac{wLx}{2} - \frac{wx^2}{2}$$

由梁二階微分方程式

$$y'' = \frac{M(x)}{EI} = \frac{wLx}{2EI} - \frac{wx^2}{2EI}$$

$$y' = \frac{wLx^2}{4EI} - \frac{wx^3}{6EI} + C_1$$

$$y = \frac{wLx^3}{12EI} - \frac{wx^4}{24EI} + C_1x + C_2$$

由梁的邊界條件解 C_1 及 C_2 常數

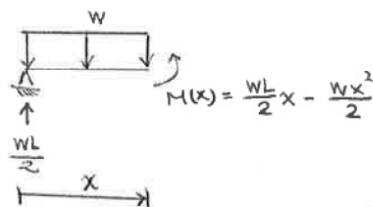
$$y(0) = 0 \text{ 及 } y'\left(\frac{L}{2}\right) = 0 \text{ 可得 } C_1 = -\frac{wL^3}{24EI} \text{ 及 } C_2 = 0$$

將 C_1 及 C_2 代回可得梁撓度曲線方程式

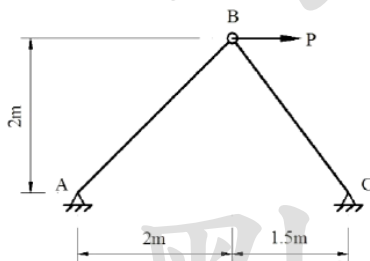
$$y = \frac{wLx^3}{12EI} - \frac{wx^4}{24EI} - \frac{wL^3}{24EI}x$$

因一開始假設預拱形狀與題目相反，故將上式乘上一負值得預拱曲線方程式

$$y = -\frac{wLx^3}{12EI} + \frac{wx^4}{24EI} + \frac{wL^3}{24EI}x$$



三、如圖三所示，AB 及 BC 二根桿件在 B 點鉸接，已知 AB 及 BC 桿件使用的材料皆為鋼（ $E=200 \text{ GPa}$ ），AB 桿件的斷面為直徑 5 cm 的圓形，BC 桿件的斷面為直徑 2 cm 的圓形，在 $P=70 \text{ kN}$ 的水平力作用下，試求 B 點的變位。（25 分）



圖三

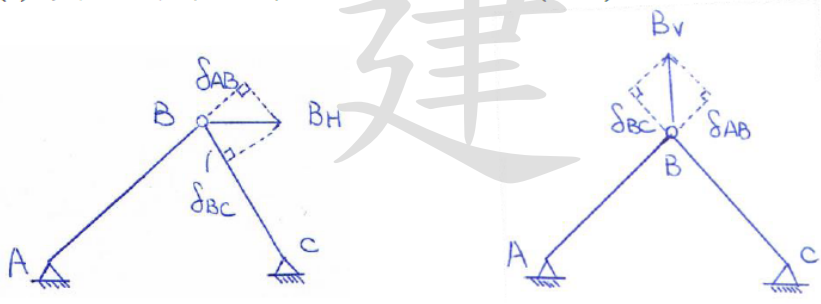
解

取 B 點並利用「節點法」求出 AB 桿件及 BC 桿件內力

$$\sum F_x = 0 \quad S_{AB} \frac{1}{\sqrt{2}} - S_{BC} \frac{3}{5} = P \dots (1)$$

$$\sum F_y = 0 \quad S_{AB} \frac{1}{\sqrt{2}} + S_{BC} \frac{4}{5} = 0 \dots (2)$$

將(1)及(2)式聯立可求得 BC 桿內力 $S_{BC} = -50 \text{ kN}$ (壓力)、 $S_{AB} = 56.44 \text{ kN}$ (拉力)



將維氏圖畫出可得桿件伸縮量與節點 B 之位移關係

$$\text{AB 桿件伸縮量 } \delta_{AB} = \left(\frac{SL}{AE} \right)_{AB} = \frac{56.44(2\sqrt{2})}{\left(\frac{\pi}{4} \times 0.05^2 \right) (200 \times 10^6)} = B_H \frac{1}{\sqrt{2}} + B_V \frac{1}{\sqrt{2}} \dots (3)$$

$$\text{BC 桿件伸縮量 } \delta_{BC} = \left(\frac{SL}{AE} \right)_{BC} = \frac{-50(2.5)}{\left(\frac{\pi}{4} \times 0.02^2 \right) (200 \times 10^6)} = -B_H \frac{3}{5} + B_V \frac{4}{5} \dots (4)$$

將(3)及(4)式聯立可求得 B 點水平及垂直變位

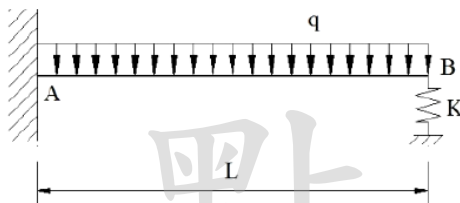
$$\text{B 點水平變位 } B_H = 1.748 \times 10^{-3} \text{ m} = \underline{0.1748 \text{ cm}} (\rightarrow)$$

$$\text{B 點垂直變位 } B_V = -1.174 \times 10^{-3} \text{ m} = \underline{0.1174 \text{ cm}} (\downarrow)$$

四、如圖四所示，均勻斷面之懸臂梁 AB 之斷面慣性矩為 I ，材料彈性模數為 E ，受 q 的均佈載重。在 B 端連接一線性彈簧，彈簧常數 $K = \frac{EI}{L^3}$ 。

(一)試求 B 點之變位。(10 分)

(二)試繪 AB 桿件的彎矩圖。(15 分)



圖四

解

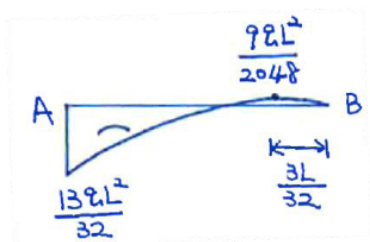
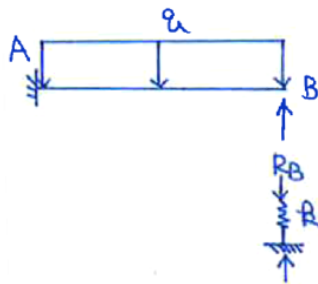
(一)求 B 點變位

由梁 B 點的變位等於彈簧伸縮量

$$\frac{qL^4}{8EI} - \frac{R_B L^3}{3EI} = \frac{R_B}{k} \Rightarrow \frac{qL^4}{8EI} = R_B \left(\frac{L^3}{EI} + \frac{L^3}{3EI} \right) \Rightarrow R_B = \frac{3qL}{32}$$

$$B \text{ 點變位 } \Delta_B = \frac{R_B}{k} = \frac{3qL^4}{32EI} (\downarrow)$$

(二)繪 AB 桿件彎矩圖



國