

# 《抽樣方法》

## 試題評析

今年高考抽樣考題以基本觀念為主，考題著重計算能力，只要同學們掌握好計算時間，程度好的考生可拿85~90分左右，一般考生則落在60~70之間。

一、某母體含有5個抽樣單位，單位編號分別為A、B、C、D、E，其觀測值分別為0、3、3、9、12。若使用抽出不放回方式 (without replacement) 抽出3個抽樣單位。

(一) 試求母體之  $\mu$  (population mean) 及中位數  $M$  (population median)。(5分)

(二) 對所有可能抽出之樣本組合，計算其  $\bar{y}$  (sample mean)。

$\bar{y}$  (sample mean) 是否為  $\mu$  (population mean) 的不偏估計量？(10分)

(三) 對所有可能抽出之樣本組合，計算其  $m$  (sample median)。

$m$  (sample median) 是否為  $M$  (population median) 的不偏估計量？(10分)

## 試題評析

本題為統計學傳統基本考題，要拿到分數並不困難。

## 考點命中

《高點2013抽樣方法講義第一回》，馮國經編撰，頁3-5，考題3。

答：

$$(一) 1. \mu = \frac{(0+3+3+9+12)}{5} = 5.4 \quad \mu = 5.4$$

$$2. \{0,3,3,9,12\} \quad M = 3$$

(二)  $\{0,3,3,9,12\}$

1.

	可能樣本	$\bar{y}$	$m$	$p$
1	{0,3,3}	2	3	0.1
2	{0,3,9}	4	3	0.1
3	{0,3,12}	5	3	0.1
4	{0,3,9}	4	3	0.1
5	{0,3,12}	5	3	0.1
6	{0,9,12}	7	9	0.1
7	{3,3,9}	5	3	0.1
8	{3,3,12}	6	3	0.1
9	{3,9,12}	8	9	0.1
10	{3,9,12}	8	9	0.1

2.

$\bar{y}$	2	4	5	6	7	8
$P(\bar{y})$	0.1	0.2	0.3	0.1	0.1	0.2

$$E(\bar{y}) = 2 \times 0.1 + 4 \times 0.2 + \dots + 8 \times 0.2 = 5.4 \rightarrow E(\bar{y}) = \mu$$

(三)1.

$m$	3	9
$P(m)$	0.7	0.3

$$E(m) = 3 \times 0.7 + 9 \times 0.3 = 4.8 \rightarrow E(m) \neq M$$

二、某電信公司為了解大學生使用智慧型手機狀況，特地調查某一大學學生使用智慧型手機比例，此一大學學生有10,000人。

(一)欲了解此一大學學生使用智慧型手機比例，在95%的信賴水準下，誤差不出 $\pm 3\%$ 的範圍，至少需隨機調查多少位學生？(5分)

(二)使用簡單隨機抽樣法抽出1,000位學生，結果發現有450位有使用智慧型手機，試估計此一大學學生擁有智慧型手機人數的比例及其變異數？(10分)

(三)如果事先知道一大學各學院學生使用智慧型手機的比例不一樣，則可使用分層隨機抽樣法。設此一大學一共有三大學院，商學院占30%，社會學院占40%，其它學院占30%。由其它大學調查經驗得知，約有50%商學院學生使用智慧型手機，有35%社會學院學生使用智慧型手機，其它學院學生則有30%使用智慧型手機。設抽樣調查費用在三學院均相同。如欲調查此一大學學生使用智慧型手機比例，在95%信賴水準下，誤差不出 $\pm 3\%$ 的範圍，至少須調查此一大學各學院多少位學生？(15分)

試題評析	本題為簡單與分層隨機抽樣基本考題，只要計算正確，即可輕鬆拿分。
考點命中	1.《高點2013抽樣方法講義第一回》，馮國經編撰，頁42，考題18。 2.《高點2013抽樣方法總複習講義》，馮國經編撰，頁31，考題16；頁32，考題17。

答：

$$\begin{aligned} \text{(一)} Z &= \frac{B}{\sqrt{\frac{1/2(1-1/2)}{n}}} \rightarrow Z^2 = \frac{B^2}{1/4} \rightarrow n = \frac{Z^2}{4B^2} \\ &\rightarrow n = \frac{1.96^2}{4 \cdot 0.03^2} = 1067.1 \cong 1068 \end{aligned}$$

(二)1.  $N = 10,000$   $n = 1,000$ 

$$p = \frac{450}{1000} = 0.45 \rightarrow E(p) = P$$

$$2. \text{var}(p) = (1-f) \cdot \frac{s^2}{n} = \left(1 - \frac{1000}{10000}\right) \cdot \frac{1000}{1000-1} \cdot \frac{0.45 \cdot 0.55}{1000} \cong 0.0002$$

(三)1. 因三個學院調查費用均相同，所以採取紐門配置

$$\text{商學院：} W_1 = \frac{N_1}{N} = \frac{N_1}{10000} = 0.3 \quad N_1 = 3000$$

$$\text{社會學院：} W_2 = \frac{N_2}{N} = \frac{N_2}{10000} = 0.4 \quad N_2 = 4000$$

$$\text{其它學院：} W_3 = \frac{N_3}{N} = \frac{N_3}{10000} = 0.3 \quad N_3 = 3000$$

$$n = \frac{\left[ \sum_{h=1}^L N_h S_h \right]^2}{\frac{B^2 N^2}{Z^2} + \sum_{h=1}^L N_h S_h^2} = \frac{4783.37^2}{23427.74 + 22290.69} = 889.65 \cong 890$$

$$n_1 = \frac{N_1 S_1}{\sum N_h S_h} \cdot n = \frac{1500.25}{4783.37} \cdot 890 = 279.1 \cong 279$$

$$n_2 = \frac{N_2 S_2}{\sum N_h S_h} \cdot n = \frac{1908.12}{4783.37} \cdot 890 = 355.02 \cong 355$$

$$n_3 = \frac{N_3 S_3}{\sum N_h S_h} \cdot n = \frac{1375}{4783.37} \cdot 890 = 255.8 \cong 256$$

三、甲百貨公司擬估計顧客在甲百貨公司中的平均購買金額。依據甲百貨公司過去的經驗，差不多平均每天有10,000個顧客會到甲百貨公司光顧。使用重複系統抽樣，抽出10個「500取1」的系統樣本。得到下列10個系統樣本的平均購買金額為3,750、4,380、4,880、4,620、4,500、5,250、4,500、4,120、4,250、4,750（元）。試估計甲百貨公司顧客平均購買金額及其變異數？（10分）

試題評析	本題為重覆系統隨機抽樣考題，老師於上課中亦特別強調，要拿到分數並不困難。
考點命中	《高點2013抽樣方法講義第三回》，馮國經編撰，P87頁與P88頁，[考題1]。 《高點2013抽樣方法總複習講義》，馮國經編撰，P49頁與P50頁，[考題31]。

答：

$$(一) \hat{\bar{X}} = \frac{1}{n_s} \sum_{i=1}^{n_s} \bar{X}_i = \frac{1}{10} (3750 + 4380 + \dots + 4750) = 4500$$

$$(二) s^2 = \frac{\sum_{i=1}^{n_s} \left( \bar{X}_i - \hat{\bar{X}} \right)^2}{n_s - 1} = \frac{1}{n_s - 1} \left[ \sum_{i=1}^{n_s} \bar{X}_i^2 - \frac{\left( \sum_{i=1}^{n_s} \bar{X}_i \right)^2}{n_s} \right]$$

$$= \frac{1}{9} \left[ 204067600 - \frac{2025000000}{10} \right] = 174177.78$$

$$\text{var}\left(\hat{\bar{X}}\right) = (1-f) \cdot \frac{s^2}{n} = \left(1 - \frac{200}{10000}\right) \cdot \frac{174177.78}{10} = 17069.42$$

四、工廠的品管人員想估計主機板上的零件不良品之平均個數。由於主機板上的零件數目不一，且零件不良品的個數與主機板上的零件數目有很大的正相關，故採用比例機率集體抽樣法。由  $N=10$  的主機板群體中抽出  $n=4$  的主機板樣本。這 10 個主機板（代號依序為 1 至 10）的零件數目分別是 10、12、22、8、16、24、9、10、8、31。然後使用隨機數字表，抽出的主機板號碼代號分別是 2、3、5 和 7，且發現他們的零件不良品的個數分別是 1、3、2、1。試估計平均一個主機板的零件不良品的個數及其變異數。（15 分）

試題評析	本題為比率機率抽樣考題，98 高考亦曾出現過，要拿到分數並不困難。
考點命中	《高點 2013 抽樣方法總複習講義》，馮國經編撰，頁 9-10，考題 6。

答：

$N = 10, n = 4, M = 150$

主機板代號	零件數目 $M_i$	零件不良品 $A_i$	$z_i = \frac{M_i}{M}$
2	12	1	$\frac{12}{150}$
3	22	3	$\frac{22}{150}$
5	16	2	$\frac{16}{150}$
7	9	1	$\frac{9}{150}$

(一) 1. 零件不良品之總個數： $\hat{A}_{pps} = \frac{1}{n} \sum \frac{A_i}{Z_i}$

$$\hat{A}_{pps} = \frac{1}{n} \sum \frac{A_i}{Z_i} = \frac{1}{4} \left( \frac{1}{\frac{12}{150}} + \frac{3}{\frac{22}{150}} + \frac{2}{\frac{16}{150}} + \frac{1}{\frac{9}{150}} \right) = 17.0928$$

2. 平均每—主機板中零件不良品的個數： $\bar{\hat{A}}_{pps} = \frac{\hat{A}_{pps}}{N} = \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{n} \sum \frac{A_i}{Z_i}$

$$\bar{\hat{A}}_{pps} = \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{n} \sum \frac{A_i}{Z_i} = \frac{1}{10} \cdot 17.0928 = 1.70928 \cong 1.709$$

(二)  $\bar{\hat{A}}_{pps} = \frac{\hat{A}_{pps}}{N} = \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{n} \sum \frac{A_i}{Z_i} = \frac{1}{N} \cdot \frac{1}{n} \sum \frac{A_i}{\frac{M_i}{M}} = \frac{1}{N} \cdot \frac{M}{n} \sum \frac{A_i}{M_i}$

$$= \frac{1}{N} \cdot \frac{M}{n} \sum \bar{A}_i$$

$$\text{var}\left(\hat{A}_{pps}\right) = \frac{1}{N^2} \cdot \frac{M^2}{n^2} \cdot n \cdot \text{var}(\bar{A}_i) = \frac{1}{N^2} \cdot \frac{M^2}{n} \cdot \frac{\sum (\bar{A}_i - \bar{a}_t)^2}{n-1} = \frac{\sum_{i=1}^n \bar{A}_i}{n}$$

$$= \frac{1}{10^2} \cdot \frac{150^2}{4} \cdot 0.000525 \cong 0.0295$$

五、公司主管欲估計新進秘書打字之正確率。今交代此位秘書打一份報告，一共有100頁一般A4大小。

(一)如果以「頁」為抽樣單位（考慮一頁中可能全頁均有打字或沒有打滿整頁的情形），請問你會用何種抽樣方式來估計？（10分）

(二)如果以「行」為抽樣單位，請問你會用何種抽樣方式來估計？（10分）

<b>試題評析</b>	本題為抽樣方法之適合性考題，只要掌握題中的關鍵意涵，要拿到分數並不困難。
<b>考點命中</b>	1.《高點2013抽樣方法講義第二回》，馮國經編撰，頁48，考題8。 2.《高點2013抽樣方法講義第二回》，馮國經編撰，頁80，[四]。 3.《高點2013抽樣方法總複習講義》，馮國經編撰，頁76，考題44。

**答：**

(一)如果以頁為抽樣單位

- 1.並依題意，考慮一頁中可能全頁均有打字或沒有打滿整頁情形，由此可知，每頁中所打的字數並不完全相同。
- 2.並假設在一般情況下，當一頁中，全頁打滿字時，打錯字的字數易增加；當一頁中，沒有打滿整頁時，打錯字的字數相對較少；所以打錯字的字數與每一頁是否打滿字，存在一定的相關。
- 3.所以由(1)與(2)可知，我們可以採取比率機率抽樣法。

(二)如果以行為抽樣單位

- 1.如以行為抽樣單位，並假設打錯字在所有行中的分布是隨機的，此時我們可以採取簡單隨機抽樣法。
- 2.如以行為抽樣單位，並假設打錯字在所有行中的分布是有順序的排列，例如越往後面的行數，因秘書打字過程中產生疲憊，所以打錯字的字數就容易增加；此時我們可以將行數依序編號，並採取系統隨機抽樣法。

【版權所有，重製必究！】