

# 《平面測量與施工測量》

- 一、測量某一筆梯形土地，得上底與下底分別為 150.124 公尺與 250.512 公尺，高為 120.230 公尺，並已知所使用之距離量測設備有  $\pm 20$  ppm 的標準差，請計算該梯形土地面積大小、各觀測量標準差以及土地面積之標準差。(25 分)

試題評析	1.本題為梯形面積誤差傳播定律應用，屬基本題型。 2.測距精度(標準差)為觀測距離的 $\pm 20$ ppm。
考點命中	高點《測量學(一)》講義，第一章測量概論，P5

解：

已知：梯形上底 $a = 150.124m$ 、梯形下底 $b = 250.512m$ 、梯形高 $h = 120.230m$

(一)梯形土地面積

$$\text{梯形面積為 } A = 0.5(a + b)h = 0.5(150.124 + 250.512)(120.230) = 24084.233m^2$$

(二)各觀測量標準差

$$\text{上底標準差：}\sigma_a = \pm 20ppm(a) = \pm 20 \times 10^{-6} \times 150.124 = \pm 0.003m$$

$$\text{下底標準差：}\sigma_b = \pm 20ppm(b) = \pm 20 \times 10^{-6} \times 250.512 = \pm 0.005m$$

$$\text{高標準差：}\sigma_h = \pm 20ppm(h) = \pm 20 \times 10^{-6} \times 120.230 = \pm 0.0024m$$

(三)土地面積標準差

觀測方程式為 $A = 0.5(a + b)h$

$$\frac{\partial A}{\partial a} = \frac{\partial A}{\partial b} = 0.5h = 0.5(120.230) = 60.115m$$

$$\frac{\partial A}{\partial h} = 0.5(a + b) = 0.5(150.124 + 250.512) = 200.318m$$

$$\sigma_A = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial A}{\partial a}\right)^2 \sigma_a^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial b}\right)^2 \sigma_b^2 + \left(\frac{\partial A}{\partial h}\right)^2 \sigma_h^2}$$

$$\Rightarrow \sigma_A = \sqrt{(60.115 \times 0.003)^2 + (60.115 \times 0.005)^2 + (200.318 \times 0.0024)^2} = 0.59498 \approx 0.595m^2$$

二、在使用水準儀進行水準測量時，請說明水準線、水準面以及水平線三者之關係，並解釋視準軸誤差之定義以及可能減少視準軸誤差之觀測方式。(25分)

試題評析	1.本題為水準測量基本名詞定義。 2.視準軸誤差定義，以及其減少誤差之觀測方式，屬基本題型。
考點命中	高點《測量學(二)》講義，第三章水準測量，P42、P44、P51

解：

(一)水準線、水準面及水平線三者之關係

水準面：為一不規則包圍地球之平滑曲面，此面上各點垂線與重力線相符。

水準線：為水準面與經過地心的平面相交而成的曲線。

水平線：為水準面上任一點之切線。

(二)視準軸誤差之定義

係儀器裝置後(直立軸沿垂線方向)，當視準軸ZZ不平行於水準軸LL，則產生視準軸誤差。

(三)可能減少視準軸誤差之觀測方式

觀測時採前後視距相等，可減少(消除)視準軸誤差。

推導：設視準軸誤差偏上，每公尺誤差為 $x$ ，AC與BC分別為前後視距離，AB兩點間高程差

$$\Delta H_{AB} = (b - \overline{AC}x) - (f - \overline{BC}x) = b - f - (\overline{BC} - \overline{AC})x$$

當 $\overline{BC} = \overline{AC}$ 時，則視準軸誤差項 $(\overline{BC} - \overline{AC})x = 0$ ，故得證。

三、以經緯儀觀測兩個目標點A、B間所夾之順鐘向水平角，得正、倒鏡觀測數值分別如下所示，並已知該經緯儀具有 $\pm 20$ 秒之照準誤差(先驗標準差)，請計算各觀測水平角殘差、水平角之估計值以及其先驗標準差。(25分)

	後視(A點)	前視(B點)
正鏡(度-分-秒)	000-00-00	120-30-15
倒鏡(度-分-秒)	180-00-10	300-29-55

試題評析	本題為經緯儀單角法之誤差傳播應用，照準誤差為 $\pm 20$ ；正鏡與倒鏡分別照準A、B方向時屬放大誤差，正倒鏡觀測取平均提高精度，屬中等偏易題型。
考點命中	高點《測量學(一)》講義，第一章測量概論，P5

解：

設A點正鏡方向值為 $\phi_{A,1}$ 、B點正鏡方向值為 $\phi_{B,1}$ 、A點倒鏡方向值為 $\phi_{A,2}$ 、B點倒鏡方向值為 $\phi_{B,2}$

(一)正鏡觀測水平角殘差 $\theta_{AB,1}$

$$\theta_{AB,1} = \phi_{B,1} - \phi_{A,1} = 120^{\circ}30'15'' - 0^{\circ}00'00'' = 120^{\circ}30'15''$$

$$\frac{\partial \theta_{AB,1}}{\partial \phi_{B,1}} = 1$$

$$\frac{\partial \theta_{AB,1}}{\partial \phi_{A,1}} = -1$$

$$\sigma_{\theta_{AB,1}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \theta_{AB,1}}{\partial \phi_{B,1}}\right)^2 (\sigma_{\phi_{B,1}})^2 + \left(\frac{\partial \theta_{AB,1}}{\partial \phi_{A,1}}\right)^2 (\sigma_{\phi_{A,1}})^2} = \pm \sqrt{20^2 + 20^2} = \pm 20\sqrt{2}''$$

(二)倒鏡觀測水平角殘差 $\theta_{AB,2}$

$$\theta_{AB,2} = \phi_{B,2} - \phi_{A,2} = 300^{\circ}29'55'' - 180^{\circ}00'10'' = 120^{\circ}29'45''$$

$$\frac{\partial \theta_{AB,2}}{\partial \phi_{B,2}} = 1$$

$$\frac{\theta_{AB,2}}{\phi_{A,2}} = -1$$

$$\sigma_{\theta_{AB,2}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \theta_{AB,2}}{\partial \phi_{B,2}}\right)^2 (\sigma_{\phi_{B,2}})^2 + \left(\frac{\partial \theta_{AB,2}}{\partial \phi_{A,2}}\right)^2 (\sigma_{\phi_{A,2}})^2} = \pm \sqrt{20^2 + 20^2} = \pm 20\sqrt{2}''$$

(三)水平角之估計值以及其先驗標準差

$$\theta_{AB} = \frac{\theta_{AB,1} + \theta_{AB,2}}{2} = \frac{120^\circ 30' 15'' + 120^\circ 29' 45''}{2} = 120^\circ 30' 00''$$

$$\frac{\partial \theta_{AB}}{\partial \theta_{AB,1}} = \frac{\partial \theta_{AB}}{\partial \theta_{AB,2}} = \frac{1}{2}$$

$$\sigma_{\theta_{AB}} = \pm \sqrt{\left(\frac{\partial \theta_{AB}}{\partial \theta_{AB,1}}\right)^2 (\sigma_{\theta_{AB,1}})^2 + \left(\frac{\partial \theta_{AB}}{\partial \theta_{AB,2}}\right)^2 (\sigma_{\theta_{AB,2}})^2} = \pm \sqrt{\left(\frac{1}{2} \times 20\sqrt{2}\right)^2 + \left(\frac{1}{2} \times 20\sqrt{2}\right)^2} = \pm 20''$$

四、在應用全球導航衛星系統進行虛擬距離定位測量時，通常以精度稀釋因子 (Dilution of Precision) 作為定位解算品質之指標，請說明該指標之定義與計算方式，並解釋如何應用該指標估計衛星定位精度。(25 分)

<b>試題評析</b>	本題為衛星定位測量成果精度評估方式，屬中等題型。
<b>考點命中</b>	高點《測量學(二)》講義，第十章全球定位系統，P26

解：

(一)精度稀釋因子DOP(Dilution of precision)，或精密值強弱度，簡稱精度因子；此因子主要針對單點虛擬距離定位時採用。單點定位之觀測的結果會與接收器、衛星間幾何分布有密切的關係，此因子可用來計算的誤差量。

(二)各種精度因子計算方式

$$\text{間接觀測平差之未知數協變方矩陣} \Sigma = \sigma_0^2 N^{-1} = \sigma_0^2 Q$$

精度因子	計算式
2D平面精度因子	$HDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy}}$
3D點位精度因子	$PDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}}$
高程(垂直)精度因子	$VDOP = \sqrt{q_{zz}}$
時間精度因子	$TDOP = \sqrt{q_{tt}}$
幾何精度因子	$GDOP = \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz} + q_{tt}}$

(三)應用該指標估計衛星定位精度

1. 理論： $GDOP \propto \frac{1}{V}$ ，V愈大，GDOP最小(測站與衛星此五點任兩方向夾109.5度)，為減弱大氣折射影響，仰角不可過低。
2. 現場目標為1衛星位於天頂，3衛星位於水平面，彼此相隔120度，V近似最大。
3. 當可觀測多餘四顆衛星時，可選星使相應DOP最小，以提高成果精度。
4. 當DOP降不下來時應停測，此停測視DOP要求而異。