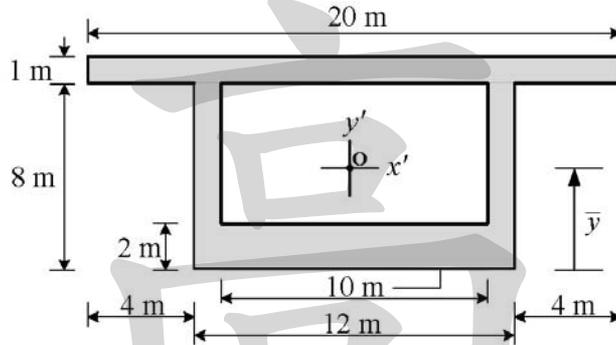


# 《工程力學概要》

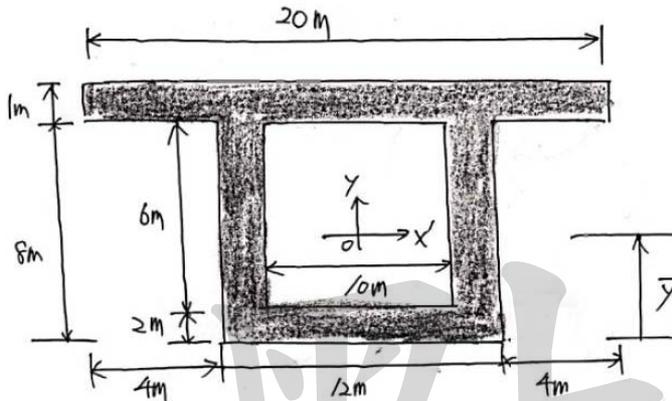
一、左右對稱的箱型梁斷面，若斷面積的形心位置在  $x'$  軸與  $y'$  軸的交點  $O$ ，如圖一所示。試求箱型梁的形心位置  $\bar{y}$  和斷面積對  $x'$  軸的慣性矩。(25分)



圖一

試題評析	考面積與面積慣性矩之基本題型。
考點命中	與洪達老師《突破靜力學》P.5-8頁題型相同。

解：



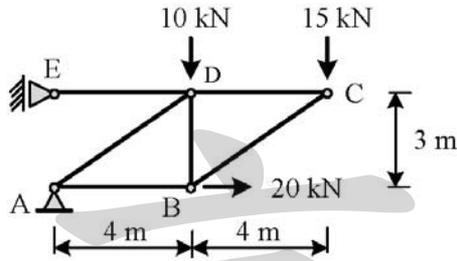
(1) 求  $\bar{y}$  = ?

$$\bar{y} = \frac{20 \times 9 \times 4.5 - 8 \times 4 \times 4 \times 2 - 10 \times 6 \times 5}{20 \times 9 - 8 \times 4 \times 2 - 10 \times 6} = 4.536 \text{ m}$$

(2) 求  $I_x$  = ?

$$\begin{aligned} I_x &= \left[ \frac{1}{12} \times 20 \times 9^3 + 20 \times 9 \times (4.536 - 4.5)^2 \right] \\ &\quad - \left[ \frac{1}{12} \times 4 \times 8^3 + 4 \times 8 \times (4.536 - 4)^2 \right] \times 2 \\ &\quad - \left[ \frac{1}{12} \times 10 \times 6^3 + 10 \times 6 \times (4.536 - 5)^2 \right] = 662.59 \text{ m}^4 \end{aligned}$$

二、桁架承受載重如圖二所示，試求支承 A 的反力及桿件 BC、BD、AB、AD 所承受的力。(25分)

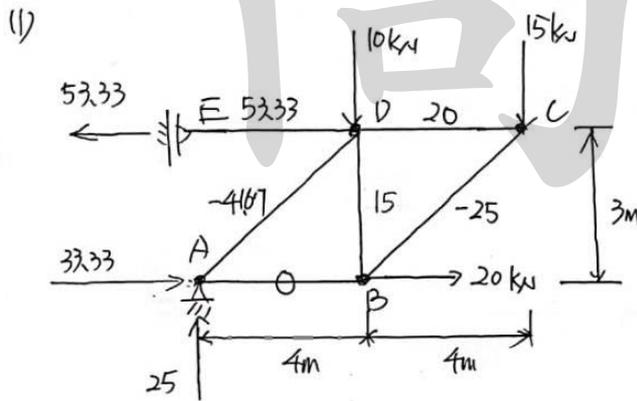


圖二

**試題評析** 考靜定桁架之基本題型。

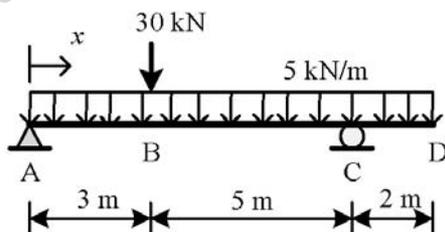
**考點命中** 與洪達老師《突破靜力學》P.2-126題型相同。

解：



單位: (kN), “+” 拉, “-” 壓

三、梁長10m，材料剛度EI為常數，在支承A為樞接，支承C為滾接，承受集中載重及均佈載重如圖三所示。試求距離左支承（A支承） $x$ 處的剪力 $V(x)$ 和彎矩 $M(x)$ 的函數，繪製梁的剪力圖和彎矩圖，並標示此梁之零彎矩的位置。(30分)



圖三

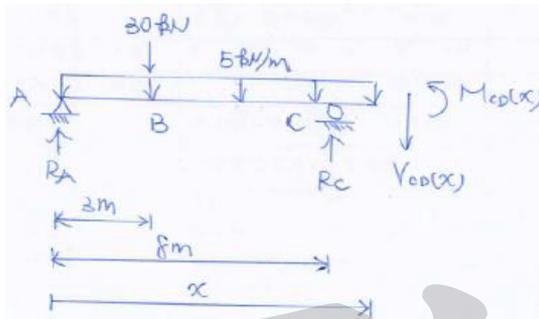
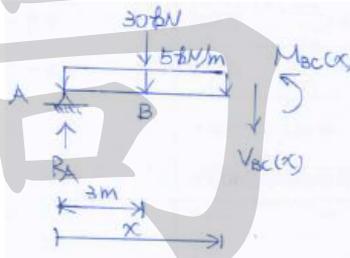
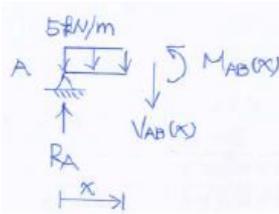
試題評析	簡單地寫出內力函數題型，不要粗心一定能得分；繪製剪力彎矩圖亦是基本功，說穿了就是送分題☺
考點命中	1. 《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，附錄二例題2.16。 2. 《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，附錄二例題2.3.4。

解：

1. 計算各支承反力

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (30)(3) + (5 \times 10)(5) - (R_C)(8) = 0 \Rightarrow R_C = 42.5 \text{ kN (↑)}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A + R_C - 30 - (5 \times 10) = 0 \Rightarrow R_A = 37.5 \text{ kN (↑)}$$

2. 求距離左支承(A支承) $x$ 處的剪力 $V(x)$ 和彎矩 $M(x)$ 函數以A點為起始點向右取 $x$ 長度(不超過B點，即 $x \leq 3 \text{ m}$ )，AB段剪力函數 $V_{AB}(x)$ 與彎矩函數 $M_{AB}(x)$ 計算如下：

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{AB}(x) = R_A - 5x = 37.5 - 5x, \text{ 單位kN}, 0 \leq x \leq 3 \text{ m}$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow M_{AB}(x) = R_A x - (5x)\left(\frac{x}{2}\right) = 37.5x - 2.5x^2, \text{ 單位kN-m}, 0 \leq x \leq 3 \text{ m}$$

以A點為起始點向右取 $x$ 長度(不超過C點，即 $x \leq 8 \text{ m}$ )，BC段剪力函數 $V_{BC}(x)$ 與彎矩函數 $M_{BC}(x)$ 計算如下：

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{BC}(x) = R_A - 5x - 30 = 7.5 - 5x, \text{ 單位kN}, 3 \text{ m} \leq x \leq 8 \text{ m}$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow M_{BC}(x) = R_A x - (5x)\left(\frac{x}{2}\right) - (30)(x - 3)$$

$$\Rightarrow M_{BC}(x) = -2.5x^2 + 7.5x + 90, \text{ 單位kN-m}, 3 \text{ m} \leq x \leq 8 \text{ m}$$

以A點為起始點向右取 $x$ 長度，CD段剪力函數 $V_{CD}(x)$ 與彎矩函數 $M_{CD}(x)$ 計算如下：

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{CD}(x) = R_A - 5x - 30 + R_C = 50 - 5x, \text{ 單位kN, } 8 \text{ m} \leq x \leq 10 \text{ m}$$

$$\sum M = 0 \Rightarrow M_{CD}(x) = R_A x - (5x)\left(\frac{x}{2}\right) - (30)(x-3) + (R_C)(x-8)$$

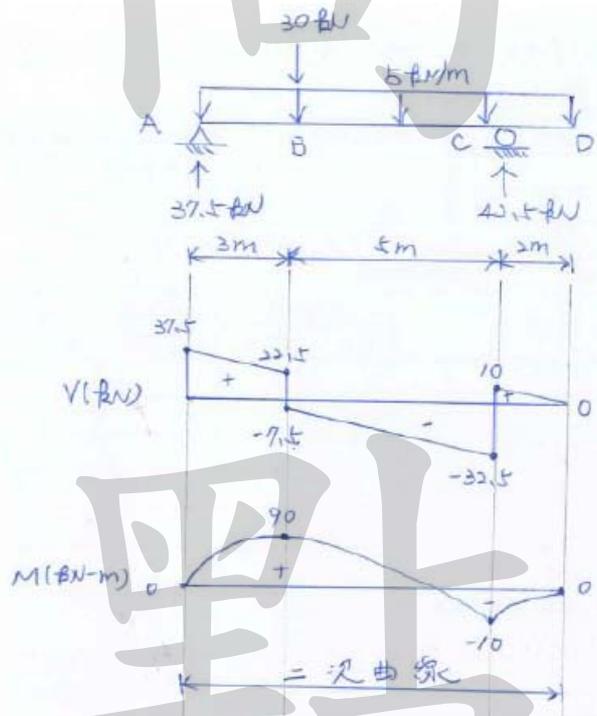
$$\Rightarrow M_{CD}(x) = -2.5x^2 + 50x - 250, \text{ 單位kN}\cdot\text{m, } 8 \text{ m} \leq x \leq 10 \text{ m}$$

3. 繪製梁剪力圖與彎矩圖，並標示梁之零彎矩的位置

由彎矩圖可知梁彎矩等於零的位置在BC段，令BC段彎矩函數 $M_{BC}(x)$ 為零可得正確位置：

$$M_{BC}(x) = -2.5x^2 + 7.5x + 90 = 0 \Rightarrow \text{可解 } x = 7.685 \text{ m 與 } -4.685 \text{ m (不合)}$$

因此梁之零彎矩位置距左支承(A支承)為  $x = 7.685 \text{ m}$ 。



四、板為均質等向性材料，尺寸為 $450 \times 650 \times 20$  mm。

(一)若板承受雙軸平面應力 $\sigma_x = 31$ MPa 及 $\sigma_y = 17$ MPa 作用，其相對的應變為 $\epsilon_x = 240 \times 10^{-6}$  和 $\epsilon_y = 85 \times 10^{-6}$ ，求板的彈性模數 $E$  及柏松比 (Poisson's ratio)  $\nu$ 。(10分)

(二)若板為鋼材，承受雙軸平面應力 $\sigma_x = 67$ MPa 及 $\sigma_y = -23$ MPa 作用，鋼材的彈性模數 $E = 200$ GPa，柏松比 $\nu = 0.30$ ，求鋼板的面內最大剪應變 $\gamma_{\max}$ 。(10分)

試題評析	程老師上課講過一萬遍了，當看到彈性係數、柏松比時就直接拿出廣義虎克定理，高達 99% 就是在考此應用題型，將相關公式寫出即是答案了！
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題6.5.2。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題6.5.1。

解：

(一)求板彈性模數 $E$ 及柏松比 $\nu$

題目已說明 $\sigma_x = 31$  MPa、 $\sigma_y = 17$  MPa、 $\sigma_z = 0$  MPa、 $x$  方向正向應變

$\epsilon_x = 240 \times 10^{-6}$ 、 $y$  方向正向應變 $\epsilon_y = 85 \times 10^{-6}$ ，代入廣義虎克定理如下：

$$\epsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} - \nu \frac{\sigma_y}{E} \Rightarrow 240 \times 10^{-6} = \frac{31}{E} - \nu \frac{17}{E} \dots(1)$$

$$\epsilon_y = \frac{\sigma_y}{E} - \nu \frac{\sigma_x}{E} \Rightarrow 85 \times 10^{-6} = \frac{17}{E} - \nu \frac{31}{E} \dots(2)$$

由(1)、(2)兩式可得彈性係數 $E = 112.093$  GPa，柏松比 $\nu = 0.241$ 。

(二)求鋼板面內最大剪應變 $\gamma_{\max}$

$$xy \text{ 平面上最大剪應力 } (\tau_{xy})_{\max} = \frac{\sigma_x - \sigma_y}{2} = \frac{67 - (-23)}{2} = 45 \text{ MPa}$$

$$\text{剪力彈性係數 } G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{200}{2(1+0.3)} = 76.923 \text{ GPa}$$

$$\text{面內最大剪應變 } \gamma_{\max} = \frac{(\tau_{xy})_{\max}}{G} = \frac{45}{76.923 \times 10^3} = 585 \times 10^{-6}$$