

# 《測量學概要》

一、平面測量常以測邊、測角組成觀測量，透過幾何圖形關係求出待定点座標。常用的方法有「前方交會」、「後方交會」、「側方交會」、「輻射法（極限座標法）」、「交弧法」、「雙點定位法」等。

(一)請由上述定位方法中挑選5種，繪圖並說明其「已知量」、「觀測量」及「待定量」。請以「 $\Delta$ 」標示已知座標點位、「 $\times$ 」標示待定点位且需標示觀測量（邊長、水平角）。（15分）

(二)請製表舉例說明這5種定位方法的應用場合。（10分）

**試題評析** 本題提供六種定位的方式。通常可用圖形確認定位的方式，也可以用計算式完成定位。

**考點命中** 林昇老師測量學第07章導線測量P09.

解：

(一)五種定位方式

1. 「前方交會」

已知量:A、B坐標

觀測量: $\angle CAB$ 、 $\angle CBA$

待定量:C坐標

2. 「後方交會」

已知量:A、B、D坐標

觀測量: $\angle ACB$ 、 $\angle BCD$

待定量:C坐標

限制:A、B、C、D四點不可共圓

3. 「側方交會」

已知量:A、B坐標

觀測量: $\angle CAB$ 、 $\angle ACB$

待定量:C坐標

4. 「輻射法（極限座標法）」

已知量:A、B坐標

觀測量: $\angle CAB$ 、距離AC

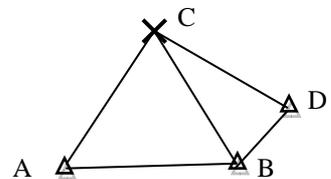
待定量:C坐標

5. 「交弧法」

已知量:A、B坐標

觀測量:距離BC、距離AC

待定量:C坐標



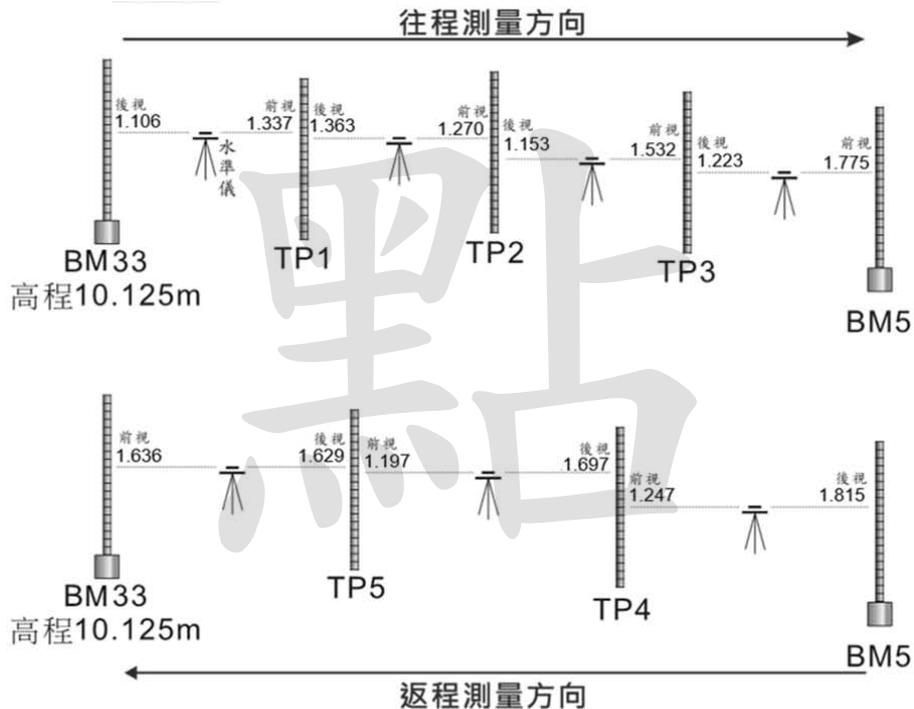
(二)五種定位方式的應用場合

方式	應用場合
前方交會	1. 有兩已知點，且均可架設經緯儀 2. 經緯儀能測角，但缺測距工具
後方交會	1. 有三已知點，但均無法架設經緯儀 2. 經緯儀僅可測角
側方交會	1. 有兩已知點，僅其中一點可架設經緯儀

	2. 待測點可架經緯儀 3. 經緯儀僅可測角
輻射法	1. 有兩已知點，且均可架設經緯儀 2. 經緯儀能測角，也能測距 3. 如導線測量、地形測量
交弧法	1. 有兩已知點，且均可架設經緯儀 2. 儀器僅能測距

二、某次水準測量觀測資料如下圖所示，水準點 BM33 的高程為 10.125 m，水準點 BM5 的高程待定，往返總距離約為 1.6 km。

- (一) 自行製表完成水準觀測紀錄表（含水準路線成果簡圖）。（10分）
- (二) 本次測量成果是否合乎  $7\text{ mm}\sqrt{K}$ （K為公里數）的要求？（5分）
- (三) 計算出高程點 BM5 之高程。（10分）



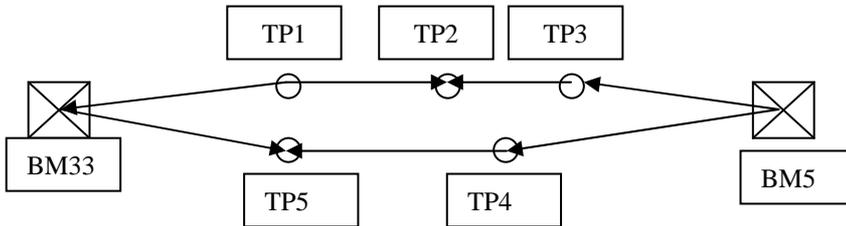
試題評析	1. 本題為完整的水準測量計算。需自製表格、填表計算。 2. 因為沒有前視與後視距離，因此配賦閉合差時，採用平均分攤方式進行。
考點命中	林昇老師測量學第03章水準測量P06.

解：

(一)

本題因未提供前視與後視距離，因此配賦閉合差時，採用平均分攤方式、最小單位為mm之方式進行。

點號	標尺讀數		高程差		配賦值		高程(單位:m)	
	後視	前視	+	-	+	-	計算值	改正值
BM33	1.106						10.125	
TP1	1.363	1.337		0.231	0.001		9.894	9.895
TP2	1.153	1.270	0.093		0.001		9.987	9.989
TP3	1.223	1.532		0.379	0.001		9.608	9.611
BM5	1.815	1.775		0.552	0.002		9.056	9.061
TP4	1.697	1.247	0.568		0.001		9.624	9.630
TP5	1.629	1.197	0.500		0.001		10.124	10.131
BM33		1.636		0.007	0.001		10.117	10.125
	[B]=	[F]=	[+]=	[-]=				
	9.986	9.994	1.161	1.169				
	[B]-[F]=		[+]-[-]=				-0.008	
W=		-0.008		-0.008				



(二)

閉合差要求為  $7 \text{ mm} \sqrt{K}$  ( $K$ 為公里數)  $= 7 \text{ mm} \sqrt{1.6} = 8.85 \text{ mm}$

本題計算之閉合差=8mm

故本題之閉合差符合要求。

(三)

依據計算表，BM5高程:9.061m

三、為求一游泳池之容量，以捲尺量測其長邊、寬邊及深度，分別為：50.00 m、25.00 m 及 2.20 m。已知該捲尺之率定精度為 1 cm + 20 ppm，請回答下列問題：

(一) 該游泳池之容量為多少加侖（1 公升等於 0.264172 加侖，答案應考慮有效位數）。（9分）

(二) 該容量中誤差（或稱標準差）為多少加侖？（8分）

(三) 若上述長、寬、深度之數值，均各由 4 次獨立不相關的觀測取算術平均數而得，則該容量中誤差為多少加侖？（8分）

試題評析	1.本題為誤差傳播與單位換算之應用。 2.由於題目給定誤差單位為公制，其誤差建議先以公制計算後換算為加侖。
考點命中	林昇老師測量學第01章測量概論P05

解：

(一) 計算體積

$$\begin{aligned} \text{該游泳池容量 } V &= \text{長}(L) \times \text{寬}(W) \times \text{深}(D) \\ V &= 50 \times 25 \times 2.2 \\ &= 2750 \text{ m}^3 = 2750,000 \text{ 公升} = 726473.0 \text{ 加侖。} \end{aligned}$$

(二) 計算體積之中誤差

$$\begin{aligned} \text{捲尺之率定精度為 } & 1 \text{ cm} + 20 \text{ ppm} \\ \text{長}(L)\text{誤差: } & 1 \text{ cm} + 20/1000000 \times 50.0 \text{ m} = 11.00 \text{ mm} \\ \text{寬}(W)\text{誤差: } & 1 \text{ cm} + 20/1000000 \times 25.0 \text{ m} = 10.50 \text{ mm} \\ \text{深}(D)\text{誤差: } & 1 \text{ cm} + 20/1000000 \times 2.2 \text{ m} = 10.04 \text{ mm} \end{aligned}$$

誤差傳播推算容量  $V$  的中誤差

$$\begin{aligned} V &= L \cdot W \cdot D \\ V &= V_0 + \frac{\partial V}{\partial L} \cdot dL + \frac{\partial V}{\partial W} \cdot dW + \frac{\partial V}{\partial D} \cdot dD + \dots \\ dV &= \frac{\partial V}{\partial L} \cdot dL + \frac{\partial V}{\partial W} \cdot dW + \frac{\partial V}{\partial D} \cdot dD \\ M_V^2 &= (W \cdot D)^2 \cdot m_L^2 + (L \cdot D)^2 \cdot m_W^2 + (L \cdot W)^2 \cdot m_D^2 \\ M_V^2 &= (25 \cdot 2.2)^2 \cdot (0.011)^2 + (50 \cdot 2.2)^2 \cdot (0.0105)^2 + (50 \cdot 25)^2 \cdot (0.01004)^2 = 0.371895 \text{ m}^6 \\ M_V &= \pm 0.6098 \text{ m}^3 = 0.1611 \text{ 加侖。} \end{aligned}$$

(三) 長、寬、深度之數值，均各由 4 次獨立不相關的觀測取算術平均數而得，改算該容量中誤差

$$\begin{aligned} \text{平均值 } x \text{ 之中誤差: } M &= \sqrt{n \cdot \left[ \left( \frac{1}{n} \right)^2 \cdot m^2 \right]} = \sqrt{n \cdot \left( \frac{m}{n} \right)^2} = \frac{m}{\sqrt{n}} \\ \text{長}(L)\text{誤差: } & 11.00 \text{ mm} / \sqrt{4} = \\ \text{寬}(W)\text{誤差: } & 10.50 \text{ mm} / \sqrt{4} = \\ \text{深}(D)\text{誤差: } & 10.04 \text{ mm} / \sqrt{4} = \\ M_V^2 &= (25 \cdot 2.2)^2 \cdot (0.0055)^2 + (50 \cdot 2.2)^2 \cdot (0.00525)^2 + (50 \cdot 25)^2 \cdot (0.005022)^2 = 0.092974 \text{ m}^6 \\ M_V &= \pm 0.304916 \text{ m}^3 = 0.0806 \text{ 加侖。} \end{aligned}$$

四、某人在點位  $G_{01}$  架設全測站經緯儀，以方向組法觀測點位  $G_{21}$  及  $G_{66}$  兩測回，全測站觀測紀錄表如下。

- (一)請說明第二測回的起始正鏡讀數為何要設定為  $90^{\circ}00'00''$ 。(5分)
- (二)請計算出水平角  $\angle G_{21}G_{01}G_{66}$  兩測回的平均值。(5分)
- (三)請計算出點位  $G_{66}$  的高程值。(5分)
- (四)請以表格內的數據為例，說明何謂指標差 (Index Error)。(5分)
- (五)請說明經緯儀結構上有那四條主軸，並說明何謂視準軸誤差 (Collimation Error)。(5分)

測站A	觀點B	水平角讀數			水平角	天頂距讀數			斜距 SD 水平距 HD 高程 VD		測站高 $H_A$ 高程差 $\Delta H$ 觀點高 $H_B$				
		o	'	''		o	'	''	m		m				
$G_{01}$	$G_{21}$	正鏡	00	00	00	正鏡	94	00	02	SD	104	83	$H_A$	21	20
		倒鏡	179	59	59	倒鏡	266	00	14	HD	104	57	$\Delta H$		
	1.42	1.52	平均			平均				VD			$H_B$		
	$G_{66}$	正鏡	87	35	57	正鏡	82	36	34	SD	54	61	$H_A$	21	20
		倒鏡	267	36	14	倒鏡	277	23	30	HD	54	16	$\Delta H$		
		1.50	平均			平均				VD			$H_B$		
$G_{01}$	$G_{21}$	正鏡	90	00	00	正鏡	94	00	07	SD			$H_A$		
		倒鏡	270	00	12	倒鏡	266	00	07	HD			$\Delta H$		
	1.45	1.40	平均			平均				VD			$H_B$		
	$G_{66}$	正鏡	177	36	29	正鏡	82	36	15	SD			$H_A$		
		倒鏡	357	36	10	倒鏡	277	23	35	HD			$\Delta H$		
		1.55	平均			平均				VD			$H_B$		

<b>試題評析</b>	本題為使用經緯儀觀測法中的方向組法計算水平角與天頂距後，計算兩點位的高程差。再進一步討論經緯儀的指標差與四主軸、視準軸誤差。
<b>考點命中</b>	林昇老師測量學第04章角度測量P06.

解：

(一). 在每測站觀測多測回，每測回完成均變動度盤，使任一方向讀數平均分配於度盤上。

每測回變動之度盤角度，為全圓周  $360^{\circ}$  除以每方向讀數次數與方向組法測回數  $n$ 。

$$\text{每次變動度數} = \frac{360^{\circ}}{2(\text{一般經緯儀測微器數目}) \cdot n(\text{測回數})}$$

方向組法觀測點位  $G_{21}$  及  $G_{66}$  兩測回，每次變動度數 =  $90^{\circ}$ 。

(二). 計算水平角  $\angle G_{21}G_{01}G_{66}$  兩測回的平均值

如下表灰底欄位

測站 A	觀點 B	水平角讀數			水平角			天頂距讀數			斜距 SD			測站高 H <sub>A</sub>				
											水平距 HD			高程差 ΔH				
		高程 VD			觀點高 H <sub>B</sub>													
儀器高	稜鏡高		度	分	秒	度	分	秒		度	分	秒	m			m		
G <sub>01</sub>	G <sub>21</sub>	正鏡	0	0	0				正鏡	94	0	2	SD	104	83	H <sub>A</sub>	21	20
		倒鏡	179	59	59				倒鏡	266	0	14	HD	104	57	ΔH		
1.42	1.52	平均	0	0	0				平均	93	59	54	VD			H <sub>B</sub>		
	G <sub>66</sub>	正鏡	87	35	57				正鏡	82	36	34	SD	54	61	H <sub>A</sub>	21	20
		倒鏡	267	36	14	87	36	6	倒鏡	277	23	30	HD	54	16	ΔH		
	1.5	平均	87	36	6				平均	82	36	32	VD			H <sub>B</sub>		
G <sub>01</sub>	G <sub>21</sub>	正鏡	90	0	0				正鏡	94	0	7	SD			H <sub>A</sub>		
		倒鏡	270	0	12				倒鏡	266	0	7	HD			ΔH		
1.45	1.4	平均	90	0	6				平均	94	0	7	VD			H <sub>B</sub>		
	G <sub>66</sub>	正鏡	177	36	29				正鏡	82	36	15	SD			H <sub>A</sub>		
		倒鏡	357	36	10	87	36	13	倒鏡	277	23	35	HD			ΔH		
	1.55	平均	177	36	19				平均	82	36	20	VD			H <sub>B</sub>		

第一測回

G<sub>01</sub>G<sub>21</sub>水平角讀數:000-00-00

G<sub>01</sub>G<sub>66</sub>水平角讀數:087-36-03

∠G<sub>21</sub>G<sub>01</sub>G<sub>66</sub>角度值:087-36-03

第二測回

G<sub>01</sub>G<sub>21</sub>水平角讀數:090-00-06

G<sub>01</sub>G<sub>66</sub>水平角讀數:177-36-19

∠G<sub>21</sub>G<sub>01</sub>G<sub>66</sub>角度值:087-36-13

∠G<sub>21</sub>G<sub>01</sub>G<sub>66</sub>兩測回的平均值=87-36-10

(三). 計算點位 G<sub>66</sub>的高程值

$$i = \frac{(\text{正} + \text{倒}) - 360}{2}$$

先求G<sub>01</sub>觀測G<sub>66</sub>的指標差指標差

第一測回i=+2" 故改正數:-2"。

天頂距=82-36-32

斜距SD=54.61m

兩測站儀器中心高差ΔS

$$\Delta S = SD \times \sin(90^\circ - (82^\circ 36' 32'')) = 54.61 \times \sin(7^\circ 23' 28'') = 7.025m$$

G<sub>01</sub>高程H<sub>A</sub>: 21.20m

G<sub>01</sub>儀器高: 1.42m

G<sub>66</sub>稜鏡高: 1.50m

$$G_{66} \text{ 高程: } H_A + 1.42 - 7.025 - 1.50 = 14.095\text{m}$$

第二測回  $i = -5''$  故改正數:  $+5''$ 。

$$\text{天頂距} = 82 - 36 - 20$$

$$\text{斜距 } SD = 54.61\text{m}$$

兩測站儀器中心高差  $\Delta S$

$$\Delta S = SD \times \sin(90^\circ - (82^\circ 36' 20'')) = 54.61 \times \sin(7^\circ 23' 30'') = 7.028\text{m}$$

$$G_{01} \text{ 高程 } H_A: 21.20\text{m}$$

$$G_{01} \text{ 儀器高: } 1.45\text{m}$$

$$G_{66} \text{ 稜鏡高: } 1.55\text{m}$$

$$G_{66} \text{ 高程: } H_A + 1.45 - 7.028 - 1.55 = 14.072\text{m}$$

$$G_{66} \text{ 平均高程} = 14.083\text{m}$$

(四). 說明經緯儀結構上有那四條主軸，並說明何謂視準軸誤差 (Collimation Error)

#### 1. 儀器四軸

直立軸  $VV$ 、橫軸  $HH$ 、水準管軸  $LL$ 、視準軸  $SS$

須完成  $SS \perp HH$  &  $HH \perp LL$  &  $LL \perp VV$  可視儀器正常，  
仍需  $VV$  與重力線相符才可進行正確之觀測。

#### 2. 視準軸誤差

儀器正常狀態，視準軸應垂直於橫軸，即  $SS \perp HH$

視準軸  $SS$  不垂直於橫軸  $HH$ ，則產生視準軸誤差。

觀測時，採用正倒平均值，即可消除視準軸誤差之影響。

