

《抽樣方法》

試題評析	此卷共有四大題，前三題都是考SRS與分層抽樣法，屬於非常基礎之計算題型，考古題中也常出現這類計算題。第四大題是考系統抽樣的計算題型。 此卷難度不高，只要有熟讀考古題之考生應該可以獲得高分。
考點命中	一、《高點·高上抽樣方法講義》，趙治勳編撰，第四章。 二、《高點·高上抽樣方法講義》，趙治勳編撰，第一章。 三、《高點·高上抽樣方法講義》，趙治勳編撰，第四章。 四、《高點·高上抽樣方法講義》，趙治勳編撰，第二章。

一、某一種分層抽樣設計將母體分成三層，並且取得以下關於母體與樣本的相關資訊：

- 第一層有 100 個抽樣單元、樣本數是 50、樣本平均是 10、樣本變異數是 800；
- 第二層有 100 個抽樣單元、樣本數是 50、樣本平均是 20、樣本變異數是 700；
- 第三層有 100 個抽樣單元、樣本數是 50、樣本平均是 30、樣本變異數是 600；

請回答： $(t_{0.025}(147) = 1.976233)$

(一)估計母體平均數。(5分)

(二)請提供信賴區間所需 t 分配的自由度。(10分)

(三)承上小題，提供母體平均數的 95% 信賴區間(答案請四捨五入到第二位小數)。(10分)

答：

h	N_h	n_h	\bar{y}_h	s_h^2
1	100	50	10	800
2	100	50	20	700
3	100	50	30	600

$$(一) \bar{y}_{st} = \sum_{h=1}^L W_h \bar{y}_h = \frac{100}{300} \times 10 + \frac{100}{300} \times 20 + \frac{100}{300} \times 30 = 20$$

$$(二) \text{ANOVA中MSE之自由度 } n - k = n_1 - n_2 - n_3 - k = 50 + 50 + 50 - 3 = 147$$

$$(三) s_{\bar{y}_{st}} = \frac{1}{N} \sqrt{\sum_{h=1}^L N_h (N_h - n_h) \frac{s_h^2}{n_h}}$$

$$= \frac{1}{300} \sqrt{100(100 - 50) \frac{800}{50} + 100(100 - 50) \frac{700}{50} + 100(100 - 50) \frac{600}{50}} = 1.5275$$

$$(\bar{y}_{st} \pm t_{0.025}(147) s_{\bar{y}_{st}}) = (16.98, 23.02)$$

二、承上題。假設研究者想試算簡單隨機抽樣的結果。 $(t_{0.025}(49) = 2.009575)$

(一)請單獨根據第一層的資訊估計母體平均數及提供母體平均數的 95% 信賴區間(答案請四捨五入到第二位小數)。(10分)

(二)請單獨根據第二層的資訊估計母體平均數及提供母體平均數的 95% 信賴區間(答案請四捨五入到第二位小數)。(10分)

(三)請單獨根據第三層的資訊估計母體平均數及提供母體平均數的 95% 信賴區間(答案請四捨五入到第二位小數)。(10分)

答：

$$(一) (\bar{y}_1 \pm t_{0.025}(49) s_{\bar{y}_1}) = (10 \pm 2.009575 \times 2.8284) = (4.32, 15.68)$$

$$\text{其中 } s_{\bar{y}_1} = \sqrt{(1-f) \frac{s_1^2}{n}} = \sqrt{(1-\frac{50}{100}) \frac{800}{50}} = 2.8284$$

$$(二) (\bar{y}_2 \pm t_{0.025(49)} s_{\bar{y}_2}) = (20 \pm 2.009575 \times 2.6458) = (14.68, 25.32)$$

$$\text{其中 } s_{\bar{y}_2} = \sqrt{(1-f) \frac{s_2^2}{n}} = \sqrt{(1-\frac{50}{100}) \frac{700}{50}} = 2.6458$$

$$(三) (\bar{y}_3 \pm t_{0.025(49)} s_{\bar{y}_3}) = (30 \pm 2.009575 \times 2.4495) = (25.08, 34.92)$$

$$\text{其中 } s_{\bar{y}_3} = \sqrt{(1-f) \frac{s_3^2}{n}} = \sqrt{(1-\frac{50}{100}) \frac{600}{50}} = 2.4495$$

三、假設總樣本數是 150。再假設研究者把母體分成三層並且取得以下相關資訊：

● 第一層有 100 個抽樣單元、母體變異數 16；

● 第二層有 200 個抽樣單元、母體變異數 25；

● 第三層有 300 個抽樣單元、母體變異數 36；

請回答：假設抽樣成本是一致的，請問根據最佳分配原則，

(一) 第一層分配到樣本數是多少（答案請四捨五入到個位數）？（5 分）

(二) 第二層分配到樣本數是多少（答案請四捨五入到個位數）？（5 分）

(三) 第三層分配到樣本數是多少（答案請四捨五入到個位數）？（5 分）

答：

紐門配置

h	N_h	S_h^2	$N_h S_h$
1	100	16	400
2	200	25	1000
3	300	36	1800
			3200

$$(一) n_1 = \frac{N_1 S_1}{\sum_{h=1}^L N_h S_h} \times n = \frac{400}{3200} \times 150 = 18.75 \approx 19$$

$$(二) n_2 = \frac{N_2 S_2}{\sum_{h=1}^L N_h S_h} \times n = \frac{1000}{3200} \times 150 = 46.875 \approx 47$$

$$(三) n_3 = n - n_1 - n_2 = 150 - 19 - 47 = 84$$

四、某大學某系所 60 位學生針對 107 年公投議題進行假投票，他們的座號從「01」開始一直編到「60」。抽樣方法課的授課師長為了示範系統抽樣，私底下先詢問了全班每一位同學對「議題甲」的個人意見。發現座號「04, 05, 07, 10, 15, 17, 19, 25, 27, 28, 29, 30, 31, 32, 37, 39, 45, 46, 50, 53, 58, 60」的這幾位同學表示支持議題甲。現在引用「每 5 個取 1 個」的系統抽樣估計支持者的比例。

請回答：如果系統抽樣的起始座號是 03，

(一) 支持議題甲的樣本比例等於多少（答案請用分數表達）？（15 分）

(二) 估計上述樣本比例的變異數（答案請四捨五入到第四位小數）。（10 分）

(三) 假設估計誤差被定義為上述變異數放大 4 倍後的平方根，請問第一小題樣本比例的估計誤差等於多少（答案請四捨五入到第四位小數）？（5 分）

答：

系統樣本編號	3	8	13	18	23	28	33	38	43	48	53	58
						支持					支持	支持

$$(一) p_{sy} = p_{ig} = \frac{a_{ig}}{n} = \frac{3}{12} = \frac{1}{4}$$

$$(二) s_{p_{sy}}^2 = (1-f) \frac{\frac{n}{n-1} p_{sy} q_{sy}}{n} = (1 - \frac{12}{60}) \frac{\frac{12}{12-1} (0.25)(0.75)}{12} = 0.0136$$

$$(三) P = \frac{22}{60} = \frac{11}{30}$$

$$\text{令 } |p_{sy} - P| = |p_{sy} - \frac{22}{60}| = \sqrt{4 \times 0.0136} = 0.2332$$

$$\therefore p_{sy} = \frac{22}{60} \pm 0.2332 = 0.1335 \quad \text{or} \quad 0.5999$$

【版權所有，重製必究！】