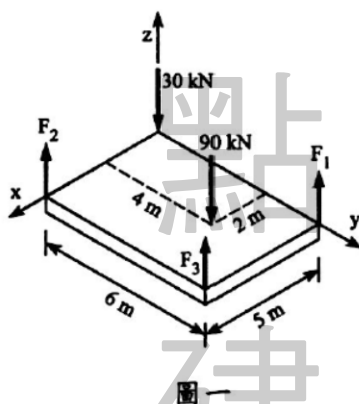


工程力學概要

一、

圖一中之矩形版受 5 個垂直集中載重之作用，若已知此力系之合力作用點為版的中心點，且知其大小為 -215 kN （亦即 215 kN 朝下），試計算未知力 F_1 、 F_2 、 F_3 之大小及其方向。（25 分）

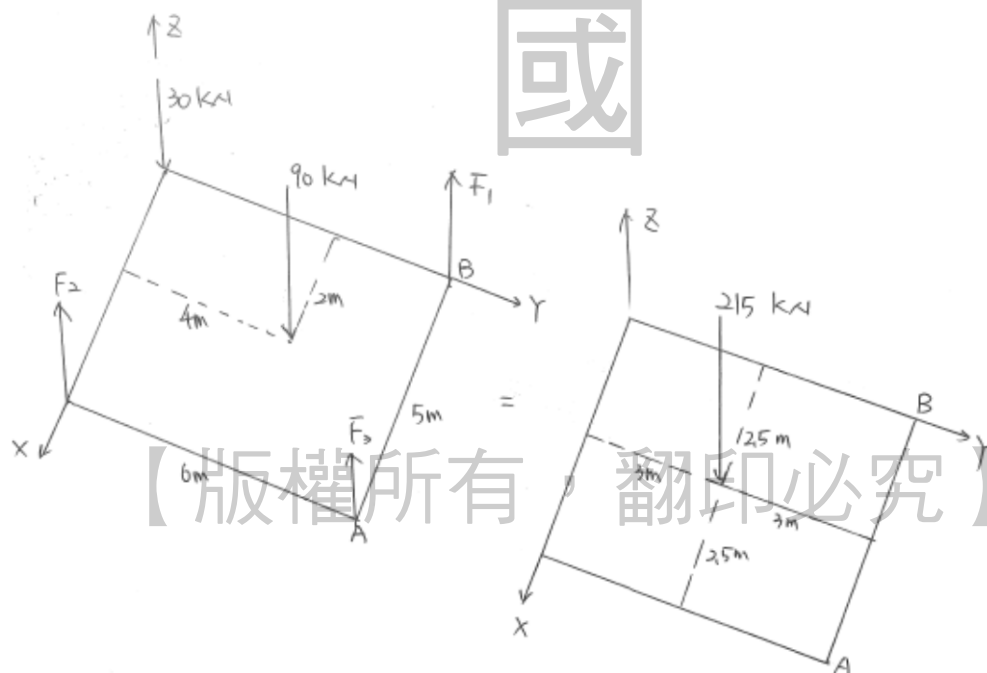


圖一

試題評析 此題求合力及合力作用點，屬於基本題型。

考點命中 《高點建國「突破靜力學」講義》第5-24頁。

解：



$$\sum F_z = 0, \uparrow +$$

$$F_1 + F_2 + F_3 - 30 - 90 = -215 \quad (1)$$

$$\sum M_{x-x} = 0, \circlearrowleft +$$

$$F_1 \times 6 + F_2 \times 6 - 90 \times 4 = -215 \times 3 \quad (2)$$

$$\sum M_{A-B} = 0, \circlearrowleft +$$

$$F_2 \times 6 - 90 \times 2 - 30 \times 6 = -215 \times 3$$

∴ 由 (1) 或 (3) 式得,

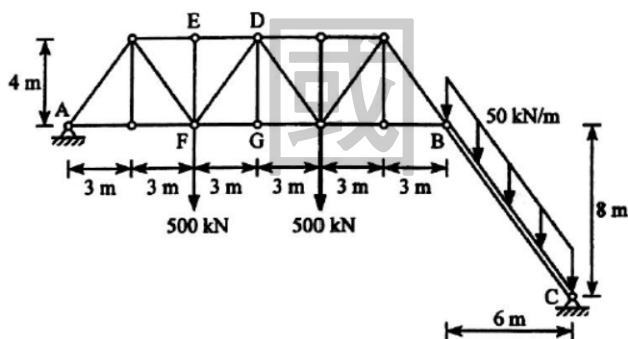
$$F_1 = -23.5 \text{ (kN)}, \quad F_1 = 23.5 \text{ (kN)} (\downarrow)$$

$$F_2 = -42.5 \text{ (kN)}, \quad F_2 = 42.5 \text{ kN} (\downarrow)$$

$$F_3 = -24 \text{ (kN)}, \quad F_3 = 24 \text{ (kN)} (\downarrow)$$

二、

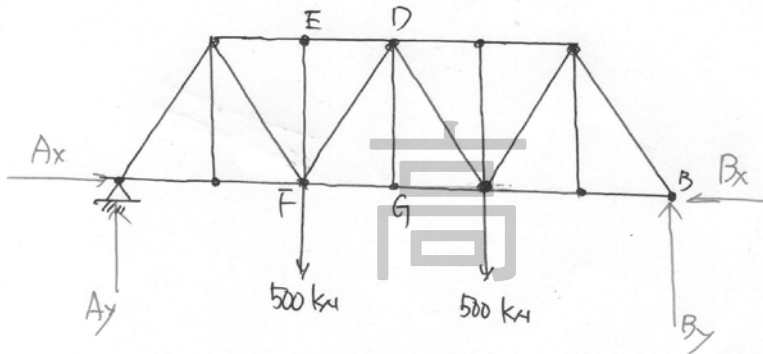
圖二中結構系統由一桁架 (truss) AB 與一構件 BC 所組成，其中 A、B、C 點均為鉸接 (hinge)。試計算 A 點與 C 點之支承力及桁架結構中桿件 ED、FD、FG 之內力，桿件內力請標示拉力或壓力。(25 分)



圖二

試題評析	桁架+樑的題目屬於中上難度題目。
考點命中	《高點建國「突破靜力學」講義》第2-145頁 例題67。

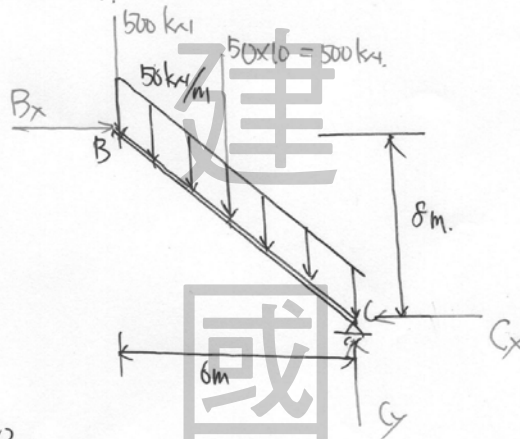
解：(1) 取 AB 桁架分析：



$$\sum M_A = 0 \Rightarrow B_y = 500 \text{ (kN)} (\uparrow)$$

$$\therefore \sum F_y = 0 \Rightarrow A_y = 500 \text{ (kN)} (\uparrow)$$

(2) 取 BC 桿分析：



$$\therefore \sum F_y = 0$$

$$\therefore C_y = 500 + 500 = 1000 \text{ (kN)} (\uparrow)$$

$$\therefore \sum M_C = 0 \quad (\circlearrowleft)$$

$$\therefore 1000 \times 6 - 500 \times 3 - C_x \times 8 = 0$$

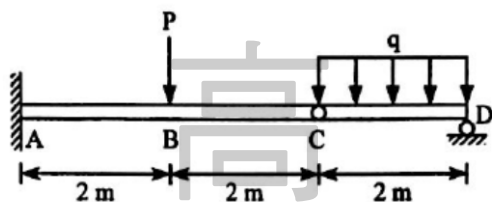
$$\therefore C_x = 562.5 \text{ (kN)} (\leftarrow)$$

$$\therefore A_x = 562.5 \text{ (kN)} (\rightarrow)$$

【版權所有，翻印必究】

三、

圖三所示之連續梁 ABCD 有相同之 EI 值，A 為固定端，C 為鉸接，D 為簡支承。如 $P = 4 \text{ kN}$ 且 $q = 2 \text{ kN/m}$ ，請計算 A 點之反力、彎矩及 D 點之反力，並繪製此連續梁之剪力圖與彎矩圖。(25 分)



圖三

試題評析 超級簡單靜定結構求反力及繪剪力彎矩圖題型，進考場小心計算即可拿到滿分。

考點命中 《高點建國土木材料力學講義》第一回，例題2.1(頁碼：附錄2-9)

解：

對於靜定結構若發現題目有鉸接續，建議您先從鉸接續處拆開。本題從鉸接續處 C 點切開，此時梁分成 ABC 段與 CD 段。先從 CD 段來分析，此時對 C 點取力矩和為零可得 D 點反力 R_D ：

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow R_D = \frac{2 \times 2 \times 1}{2} = 2 \text{ kN} (\uparrow)$$

由垂直方向力平衡可得 C 點右側剪力 V_{CR}

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{CR} + R_D = 2 \times 2 \Rightarrow V_{CR} = 4 - 2 = 2 \text{ kN} (\uparrow)$$

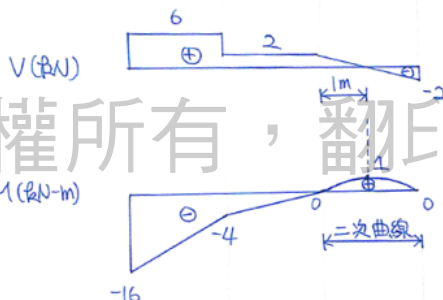
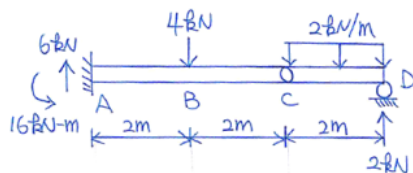
因 C 點無集中載重作用，故 C 點左側剪力 V_{CL} 會與 C 點右側剪力 V_{CR} 相同，那就是 $V_{CL} = V_{CR} = 2 \text{ kN}$ 。當 C 點左側剪力 V_{CL} 畫在 ABC 梁方向會向下，接著分析 ABC 梁力平衡，由垂直方向力平衡可得 A 點反力 R_A ：

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow V_{CL} + P - R_A = 0 \Rightarrow R_A = 6 \text{ kN} (\uparrow)$$

對 A 點取力矩和為零可得 A 點彎矩 M_A ：

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow M_A - P \times 2 - V_{CL} \times 4 = 0 \Rightarrow M_A = 16 \text{ kN-m} (\cup)$$

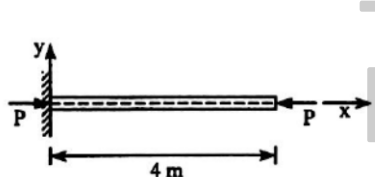
本題剪力圖及彎矩圖如下所示：



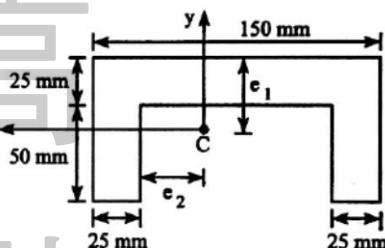
【版權所有，翻印必究】

四、

有一懸臂梁受軸向壓力 P 如圖四所示，梁之橫斷面如圖五所示。(一)試求 e_1 及 e_2 之值，以確定斷面形心 C 之位置，並計算慣性矩 I_y 、 I_z 、 I_{yz} (y 及 z 軸穿過斷面形心 C)。(20 分)(二)如此梁可在 yz 面任一方向挫屈，且其彈性係數 $E = 20 \text{ GPa}$ ，請計算此梁之臨界挫屈載重 P_{cr} 。(5 分)



圖四



圖五

試題評析	第(一)小題為斷面性質計算，亦屬簡單考題，小心計算即可；第(二)小題考彈性柱挫屈，看您有沒有將挫屈公式記牢，代入公式即可得分。
考點命中	《高點建國土木材料力學講義》第一回，例題1.8(頁碼：附錄1-12) 《高點建國土木材料力學講義》第三回，例題9.11(頁碼：9-20)

解：

(一)求 e_1 及 e_2 值，並計算 I_y 、 I_z 及 I_{yz} 將斷面分成三小塊如下圖所示，先計算 e_1 值：

$$e_1 = \frac{(150 \times 25)(12.5) + 2(50 \times 25)(50)}{(150 \times 25) + 2(50 \times 25)} = 27.5 \text{ mm}$$

仔細觀察此斷面以 y 軸為左右對稱軸，因此 y 軸會剛好落在斷面中線上，此時 $e_2 = 75 - 25 = 50 \text{ mm}$ 。

接著計算斷面慣性矩 I_y 、 I_z 及慣性積 I_{yz} 。有了 e_1 及 e_2 值可輕鬆計算 I_y 、 I_z 值：

$$I_y = \frac{1}{12} (75 \times 150^3 - 50 \times 100^3) = 16927083.33 \text{ mm}^4$$

$$I_z = \frac{1}{3} (150 \times 27.5^3 - 100 \times 2.5^3 + 50 \times 47.5^3) = 2825520.833 \text{ mm}^4$$

還記得上課有提醒過：「倘若斷面有對稱軸，則慣性積=0」！本題以 y 軸為斷面左右對稱軸，且 y 軸通過斷面形心，故 $I_{yz} = 0$ 。

(二)計算此梁臨界挫屈載重 P_{cr} 假設此梁在 xy 平面及 yz 平面皆為懸臂梁型式，因此其有效長度係數 $K = 2.0$ 。

又依第(一)小題計算結果可知 $I_y > I_z$ ，因此挫屈會發生在 xy 平面(繞 y 軸旋轉)，梁臨界挫屈載重 P_{cr} ：

$$P_{cr} = \frac{\pi^2 EI}{(KL)^2} = \frac{\pi^2 (20 \times 10^3) (2825520.833)}{[(2.0)(4 \times 100^3)]^2} = 8714.616 \text{ N} = 8.715 \text{ kN}$$

