

# 測量學概要

一、

設 A 的坐標及標準差 (Standard Deviation) 分別為  $A(X_A \pm \sigma_{X_A}$  公尺,  $Y_A \pm \sigma_{Y_A}$  公尺), AB 之方位角為  $\phi_{AB}$  其標準差為  $\sigma_{\phi_{AB}}$  (單位: 秒), AB 之距離  $S_{AB}$  其標準差為  $\sigma_{S_{AB}}$  公尺, 試計算 B 點坐標, (5 分) 並推求其標準差? (15 分)

**試題評析** 本題為誤差傳播的推導, 應用在光線法施測坐標的計算上。

**考點命中** 《高點建國土木測量學講義》第一回, Chap5page9。

解:

光線法推算 B 點坐標:

$$\begin{cases} X_B = X_A + \Delta X_{AB} = X_A + S_{AB} \cdot \sin \phi_{AB} \\ Y_B = Y_A + \Delta Y_{AB} = Y_A + S_{AB} \cdot \cos \phi_{AB} \end{cases}$$

$$\rightarrow \text{偏微分} \begin{cases} X_B = X_{B0} + dX_B = X_{B0} + dX_A + \sin \phi_{AB} \cdot dS_{AB} + S_{AB} \cdot \cos \phi_{AB} \cdot \frac{d\phi_{AB}}{\rho''} \\ Y_B = Y_{B0} + dY_B = Y_{B0} + dY_A + \cos \phi_{AB} \cdot dS_{AB} + S_{AB} \cdot (-\sin \phi_{AB}) \cdot \frac{d\phi_{AB}}{\rho''} \end{cases}$$

→ 誤差傳播推算 B 點坐標標準差

$$\begin{cases} \sigma_{X_B}^2 = \sigma_{X_A}^2 + (\sin \phi_{AB})^2 \cdot \sigma_{S_{AB}}^2 + (S_{AB} \cdot \cos \phi_{AB})^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{\phi_{AB}}}{\rho''}\right)^2 \\ \sigma_{Y_B}^2 = \sigma_{Y_A}^2 + (\cos \phi_{AB})^2 \cdot \sigma_{S_{AB}}^2 + (S_{AB} \cdot (-\sin \phi_{AB}))^2 \cdot \left(\frac{\sigma_{\phi_{AB}}}{\rho''}\right)^2 \end{cases}$$

二、

何謂 VBS-RTK (Virtual Base Station- Real Time Kinematic) 虛擬基準站即時動態定位技術? (10 分) 其定位原理為何? (10 分)

**試題評析** 本題為 VBS-RTK 技術的論述。

**考點命中** 《高點建國土木測量學講義》第二回, Chap10Page14。

解:

[技術]:

採用多個衛星定位基準站所組成的網絡評估基準站涵蓋地區之定位誤差, 再產製一個虛擬的基準站做為 RTK 主站, 所以移動站並是接收經過誤差修正後的虛擬觀測數據, 其意義如同在移動站附近架設實體的基準站一樣, 故被稱之為虛擬基準站即時動態定位技術, 簡稱 VBS-RTK。

[定位原理]:

由多個 GNSS 基準站全天候連續地接收衛星資料, 彙整計算產生區域改正參數資料庫, 藉以計算出任一移動站附近之虛擬基準站的相關資料。所以在基準站所構成的基線網範圍內, RTK 使用者只需在移動站上擺設衛星定位接收儀, 並將相關定位資訊傳送至控制及計算中心以計算虛擬基準站之模擬觀測量後, 控制及計算中心再將差分 GNSS 標準格式回傳至移動站衛星定位接收儀, 進行 "超短基線" RTK 定位解算, 即可獲得公分級精度定位坐標。

三、

三角點位置可能因自然或人為因素而變動，故於使用三角點作為控制之用前，應對三角點先加以檢測，以確認三角點位置的正確性，試述檢測方法為何？（20分）

**試題評析** 本題為檢驗實務應用之能力。應就大範圍與小範圍的作業分別考量。

解：

三角點自埋設完成之後，若未遭受破壞，使用時間可能長達數十年。

點位可能遭受人為的破壞，造成點位破損或局部的移位

點位也可能因為自然的地殼變動，造成區域性不規則的點位移位

因此三角點在使用前，應先行檢測，而檢測也應區分區域性及局部性的檢測。

[區域性檢測]

如同加密控制測量

1. 選取能包圍測區的已知三角點及區內將引用之三角點(含鄰近三角點)
2. 以靜態衛星定位方式，多台衛星定位儀同時觀測，採用蛙跳式分時段逐步涵蓋所有三角點
3. 計算時，先採用最小約制網平差，再以強制附合網平差套和所有已知三角點坐標，檢查所有三角點已知坐標與時測坐標之差異狀況，依據規範判別三角點是否已經發生移位的狀況。

[局部性檢測]

1. 以經緯儀於地面施測鄰近三角點之間的距離與夾角
2. 以坐標計算施測三角點間距離及夾角，與施測值進行比較
3. 若已知坐標反算之距離及夾角與檢測之距離及夾角差異大於規範，則視三角點已發生移位狀況。

四、

檢校經緯儀時採用之二次縱轉法，其主要的目的為何？（5分）如何檢校？（10分）又若儀器有異常，如何處理？（5分）

**試題評析** 本題屬於經緯儀之應用。

**考點命中** 《高點建國土木測量學講義》第一回，Chap4Page7。

解：

[目的]

二次縱轉法的目的，在於消除經緯儀水平軸與視準軸不垂直之誤差。

[檢校]

以測定延長線的方式進行。

1. 於B點架設經緯儀，照准A點後，縱轉鏡頭，測定AB射線方向上的C點，得C1點。
2. 再平轉鏡頭重複照准A點，縱轉鏡頭，第二次測定AB射線方向上的C點，得C2點。
3. 若C1與C2共點，則表示經緯儀水平軸與視準軸垂直，若不共點則表示經緯儀水平軸與視準軸不垂直

[處理]

觀測時應採正倒鏡(一測回)，可消除經緯儀水平軸與視準軸之誤差。

放樣時，應取C1及C2之平均位置為正確之C點。

【版權所有，翻印必究】

五、

欲以前方交會方式標定 P 點位置，已知三個控制點的 TWD97 坐標 X,Y 分別為 A(244751.257, 2738544.103)、B(244856.273, 2738614.746)、C(244760.457, 2738481.781)，今在 A 點觀測得角 BAP 為  $314^{\circ}35'22''$ ，在 B 點觀測得角 CBP 為  $88^{\circ}15'35''$ ，試求 P 點坐標。(20 分)

試題評析 本題重點為方位角推算、正弦公式應用及光線法坐標計算。

考點命中 《高點建國土木測量學講義》第一回，Chap5Page12。

解：

首先，經緯儀之水平角度數據順鐘向增加。需以此概念判斷 P 點可能的方位。  
先繪 ABC 位置草圖，協助判斷 P 點之概略位置

$$1. \phi_{AB} = \tan^{-1}\left(\frac{X_B - X_A}{Y_B - Y_A}\right)$$

$$\phi_{AB} = \tan^{-1}\left(\frac{244856.273 - 244751.257}{2738614.746 - 2738544.103}\right) = \tan^{-1}\left(\frac{105.016}{70.643}\right) = 56^{\circ}04'18''$$

$$\phi_{AP} = \phi_{AB} - 45^{\circ}24'38'' = 10^{\circ}39'40''$$

$$2. \phi_{BC} = 180^{\circ} + \tan^{-1}\left(\frac{X_C - X_B}{Y_C - Y_B}\right)$$

$$\begin{aligned} \phi_{BC} &= 180^{\circ} + \tan^{-1}\left(\frac{244760.457 - 244856.273}{2738481.781 - 2738614.746}\right) \\ &= 180^{\circ} + \tan^{-1}\left(\frac{-95.816}{-132.965}\right) = 180^{\circ} + 35^{\circ}46'37'' = 215^{\circ}46'37'' \end{aligned}$$

$$\phi_{BP} = \phi_{BC} + 88^{\circ}15'35'' = 304^{\circ}02'12''$$

3. 正弦公式計算 AP 與 BP

$$\frac{AB}{\sin(\angle APB)} = \frac{AP}{\sin(\angle PBA)} = \frac{BP}{\sin(\angle PAB)}$$

$$\begin{aligned} AB &= \sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2} \\ &= \sqrt{(244856.273 - 244751.257)^2 + (2738614.746 - 2738544.103)^2} = 126.565 \end{aligned}$$

$$\angle PAB = \phi_{AB} - \phi_{AP} = 45^{\circ}24'38''$$

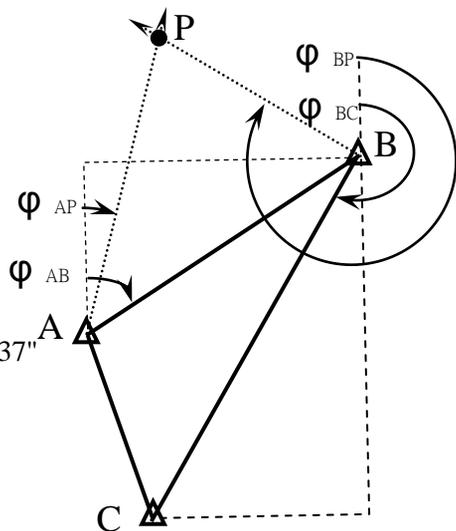
$$\angle PBA = \phi_{BP} - \phi_{BA} = \phi_{BP} - (\phi_{AB} + 180^{\circ}) = 67^{\circ}57'54''$$

$$\angle APB = 180^{\circ} - \angle PAB - \angle PBA = 45^{\circ}24'38'' = 180^{\circ} - 67^{\circ}57'54'' - 45^{\circ}24'38'' = 66^{\circ}37'28''$$

$$\frac{126.565}{\sin(66^{\circ}37'28'')} = \frac{AP}{\sin(67^{\circ}57'54'')} = \frac{BP}{\sin(45^{\circ}24'38'')}$$

$$AP = \frac{AB}{\sin(\angle APB)} \cdot \sin(\angle PBA) = 127.811$$

$$BP = \frac{AB}{\sin(\angle APB)} \cdot \sin(\angle PAB) = 98.194$$



$$P \text{點坐標} 1 = \begin{cases} X_P = X_A + \Delta X_{AP} = X_A + D_{AP} \cdot \sin \phi_{AP} \\ Y_P = Y_A + \Delta Y_{AP} = Y_A + D_{AP} \cdot \cos \phi_{AP} \end{cases}$$

$$= \begin{cases} X_P = 244751.257 + 127.811 \cdot \sin(10^\circ 39' 40'') = 244774.902 \\ Y_P = 2738544.103 + 127.811 \cdot \cos(10^\circ 39' 40'') = 2738669.707 \end{cases}$$

$$P \text{點坐標} 2 = \begin{cases} X_P = X_B + \Delta X_{BP} = X_B + D_{BP} \cdot \sin \phi_{BP} \\ Y_P = Y_B + \Delta Y_{BP} = Y_B + D_{BP} \cdot \cos \phi_{BP} \end{cases}$$

$$\begin{cases} X_P = 244856.273 + 98.194 \cdot \sin(304^\circ 02' 12'') = 244774.902 \\ Y_P = 2738614.746 + 98.194 \cdot \cos(304^\circ 02' 12'') = 2738669.707 \end{cases}$$

# 高 點 建 國

【版權所有，翻印必究】