

# 《統計學》

## 試題評析

本年度考題除了第五題LR-test對經建類組比較吃力外，其餘四題都是基本觀念應用題。統計類組考生如果細心計算可以拿到滿分：經建類組程度不錯的考生應可以拿到80分。

一、衛生局想了解某一化學工廠環境是否對女性作業員的血壓（收縮壓）有影響。若從該工廠女作業員抽取一組血壓樣本（含假設）： $X_1, \dots, X_n \stackrel{iid}{\sim} N(\mu_x, 25)$ 。另外從未在化學工廠工作的女性作業員抽取一組血壓樣本（含假設）： $Y_1, \dots, Y_m \stackrel{iid}{\sim} N(\mu_y, 25)$ 。

（一）檢定假設： $H_0: \mu_x = \mu_y$  VS  $H_1: \mu_x \neq \mu_y$ ，請問檢定規則為何？（10分）

（二）當顯著水準為0.05，且  $n = m = 20$ ，並有觀察值  $\bar{x} = 128\text{mmHg}$ ， $\bar{y} = 124\text{mmHg}$ ，請問檢定結論為何？（10分）

（ $P(Z > 1.96) = 0.025$ ， $P(Z > 1.645) = 0.05$ ， $P(Z > 1.28) = 0.1$ ， $\sqrt{10} = 3.162$ ）

答：

（一）檢定規則： $\text{reject } H_0 \Leftrightarrow C = \{Z \mid |Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}}\}$

（二）①  $\begin{cases} H_0: \mu_x = \mu_y \\ H_1: \mu_x \neq \mu_y \end{cases}$

②  $C = \{Z \mid |Z| > Z_{\frac{\alpha}{2}} = 1.96\}$

③  $|Z| = \left| \frac{(\bar{X} - \bar{Y}) - d}{\sqrt{\frac{\sigma_x^2}{n} + \frac{\sigma_y^2}{m}}} \right| = \frac{(128 - 124) - 0}{\sqrt{25 \cdot (\frac{1}{20} + \frac{1}{20})}} = 2.53 \in C$

$\therefore$  reject  $H_0$ ，有充分證據顯示：不同的化學工廠環境對女性作業員血壓的影響有顯著差異。

四、我們想知道某一地區柳丁生產狀況。若 $X$ 表示一棵柳丁樹的產量（台斤計算）。我們隨機抽取 $n$ 棵柳丁樹，並令 $X_1, \dots, X_n$ 表示其產量。

若 $X$ 的分配具有機率密度函數：

$$f(x, \theta) = \begin{cases} \frac{1}{\theta}, & 0 \leq x \leq \theta \\ 0, & \text{其它} \end{cases}$$

（一）請用動差法及最大概似法估計參數 $\theta$ 。（12分）

（二）請用上面得到的 $\hat{\theta}$ 來估 $X$ 的變異數 $\sigma^2 = \text{Var}(X)$ 。（8分）

答：

（一）(1)  $EX = \frac{\theta}{2} \Rightarrow \hat{\theta} = \frac{\bar{X}}{2}$  【版權所有，重製必究！】

∴  $\hat{\theta} = 2\bar{X}$  為  $\theta$  之 MME

$$(2) L(\theta) = \prod_{i=1}^n f(x_i; \theta) = \left(\frac{1}{\theta}\right)^n = \left(\frac{1}{\theta}\right)^n \cdot I_{(0, \theta)}(x_1 x_2 \dots x_n) = \left(\frac{1}{\theta}\right)^n I_{(X_{(n)}, \infty)}(\theta)$$

∴  $\theta$  之 MLE 為  $\hat{\theta} = X_{(n)} = \max(X_1, X_2, \dots, X_n)$

$$(二) \text{Var}(X) = \frac{\theta^2}{12}$$

∴ 根據 MLE 不變性： $\hat{\theta}^2 = \frac{[X_{(n)}]^2}{12}$  為  $\text{Var}(X)$  之 MLE

【參考書目】

- 一、 $\sigma_1^2, \sigma_2^2$  已知，查 Z 表：參閱第五回 P. 36、P. 116 《例題 26》。
- 二、(一) 線性組合，分配不變：參閱第三回 P. 68。  
(二)  $\mu_y - \mu_x$  C.I.：參閱第四回 P. 92 《例題 6》。  
(三) 兩尾 C. I. 對應兩尾假設檢定：參閱第五回 P. 64 《例題 1》。
- 三、大樣本推導  $P_x - P_y$  C. I.：參閱第四回 P. 89。
- 四、MME、MLE、MLE 不變性：參閱第四回 P. 109 《例題 19》。
- 五、LR-test：參閱第五回 P. 92 《例題 5》。

【版權所有，重製必究！】

高上高普特考 [www.get.com.tw/goldensun](http://www.get.com.tw/goldensun) 台北市開封街一段 2 號 8 樓 02-23318268

【板橋】(02)23751827 【淡水】(02)26259498 【三峽】(02)26735568 【林口】(03)3275388 【羅東】(03)9540923  
 【中壢】(03)4256899 【台中】(04)22298699 【逢甲】(04)27075516 【東海】(04)26527979 【中技】(04)22033988  
 【彰化】(04)22298699 【台南】(06)2235868 【高雄】(07)2358996