

高點

堅持夢想
全力相挺

公職 EXPRESS 快速通關

Pass!

地特准考證 就是你的 **VIP券**

弱科健檢

加入【高點·高上生活圈】可免費預約參加 ▶▶▶



113/12/7-31 前 **商管** **會計** **資訊** **地政** 享考場獨家優惠!

114 高普考 衝刺

- 【總複習】面授/網院：特價 4,000 元起、雲端：特價 5,000 元起
- 【申論寫作正解班】面授/網院：特價 3,000 元起科、雲端：特價 7 折起/科
- 【經典題庫班】面授/網院：特價 2,500 元起/科、雲端單科：特價 7 折起
- 【狂作題班】面授：特價 5,000 元起/科

114、115 高普考 達陣

- 【面授/網院全修班】特價 34,000 元起
 - 114年度：再優 10,000 元(高考法制、公職社工師除外，輔限至114.7.31止)
 - 115年度：享 ①再折 2,000 元 + ②線上課程 1 科 + ③ 60 堂補課券 舊生再優 1,000 元
- 【考取班】高考：特價 65,000 元、普考：特價 55,000 元(限面授/網院)

114國營

- 【企管/政風/地政/資訊/財會】
網院全修：特價 25,000 元起、雲端：特價 31,000 元起

單科 加強方案

- 【114年度】面授/網院：定價 65 折起、雲端：定價 85 折
舊生贈圖禮：500 元

※優惠詳情依各分班櫃檯公告為準

《統計學》

一、假設全體國民血液中鈉離子的濃度接近常態分布，其平均值 (μ) 為140milliequivalents per liter (mEq/L)，標準差 (σ) 為3.5，請回答下列問題：(每小題10分，共20分)

(一)假設今隨機抽樣25位民眾測其血液中鈉離子，請問這25位民眾血液中鈉離子的平均濃度高於140.5 mEq/L的機率約為何？

(二)在母體的標準差 (σ) 未知情形下，假設今隨機抽樣25名民眾，其樣本的標準差 (s) 為5。請問這25位民眾血液中鈉離子的平均濃度介於138~142mEq/L之間的機率為何？

試題評析	第一大題屬於抽樣分配的題型，須掌握好常態分配和t分配之機率的求算。
考點命中	《高點·高上統計學講義》第七回，葉哲瑋編撰，頁9-14、頁28-29。

答：

(一)

$$n=25, \mu = 140, \sigma = 3.5$$

$$P(\bar{X} > 140.5) = P\left(\frac{\bar{X} - \mu}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} > \frac{140.5 - 140}{\frac{3.5}{\sqrt{25}}}\right) = P(Z > 0.71) = 1 - 0.7611 = 0.2389$$

(二) σ 未知， $s = 5$

$$\mu = 140, n=25$$

$$P(138 < \bar{X} < 142) = P\left(\frac{138 - 140}{\frac{5}{\sqrt{25}}} < \frac{\bar{X} - \mu}{\frac{s}{\sqrt{n}}} < \frac{142 - 140}{\frac{5}{\sqrt{25}}}\right) = P(-2 < t(24) < 2) \doteq 0.95$$

【參考書目】

1. George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

二、令隨機變數 X_1, \dots, X_n 彼此獨立且具有相同分配：

$$f(x) = \theta x^{\theta-1}, 0 \leq x \leq 1, 0 < \theta < \infty$$

請回答下列問題：(每小題10分，共20分)

(一)試求 θ 的最大概似估計子 (MLE)。

(二)試求題(一)估計子的一階動差。

試題評析	第二大題屬於點估計的尋找，其中以最大概似估計法作為估計式。另外，動差法和MLE的不變性(invariance of MLE)之概念也須要了解。
考點命中	《高點·高上統計學講義》第八回，葉哲瑋編撰，頁29-36，頁37-39。

答：

$$f(x) = \theta x^{\theta-1}, 0 \leq x \leq 1, \theta > 0$$

(一)因為 X_1, X_2, \dots, X_n 彼此獨立，故

$$\begin{aligned} L(\theta) &= f(x_1, x_2, \dots, x_n; \theta) = f(x_1; \theta)f(x_2; \theta) \dots f(x_n; \theta) \\ &= (\theta x_1^{\theta-1})(\theta x_2^{\theta-1}) \dots (\theta x_n^{\theta-1}) \\ &= \theta^n \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\theta-1} \end{aligned}$$

$$\ln L(\theta) = \ln \left[\theta^n \left(\prod_{i=1}^n x_i \right)^{\theta-1} \right] = n \times \ln \theta + (\theta - 1) \times \sum_{i=1}^n \ln x_i$$

$$\Leftrightarrow \frac{d \ln L(\theta)}{d \theta} = 0 \rightarrow \frac{n}{\theta} + \sum_{i=1}^n \ln x_i = 0 \rightarrow \hat{\theta} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i}$$

$$\text{又 } \frac{d^2 \ln L(\theta)}{d \theta^2} \Big|_{\theta} = -\frac{n}{\theta^2} \Big|_{\hat{\theta}} < 0$$

故 $\hat{\theta} = -\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i}$ 為 θ 的 MLE

(二)

X 之一階動差為：

$$E(X) = \int_0^1 x f(x) dx = \int_0^1 x \theta x^{\theta-1} dx = \int_0^1 \theta x^{\theta} dx = \left[\frac{\theta}{\theta+1} x^{\theta+1} \right]_0^1 = \frac{\theta}{\theta+1}$$

由 MLE 的不變性可知，

$$E(X) = \frac{\theta}{\theta+1} \text{ 之 MLE 為 } \frac{-\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i}}{-\frac{n}{\sum_{i=1}^n \ln x_i} + 1}$$

【參考書目】

1. George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

三、陳老師為了解創新教學方法是否能提升學生學習成效，於是他針對課堂 7 位學生，分別記錄使用創新教學方法前及使用創新教學方法後的測驗成績，成績越高代表學習成效越好，資料如下：

學生	1	2	3	4	5	6	7
使用前	84	72	61	78	83	86	71
使用後	90	86	72	80	85	88	80

在 0.05 的顯著水準下，請利用 p 值法檢定是否創新教學方法會提高學生學習成效？（15 分）

試題評析	第三大題屬於無母數統計之題型。考生須注意，相較於第四題變異數分析和第五題迴歸分析為常考題型外，無母數統計為拿分的關鍵，建議考生考前把相關公式背熟！
考點命中	《高點·高上統計學講義》第十三回，葉哲璋編撰，頁 28-30。

答：

(一) $n=7$ ， $\alpha=0.05$

學生	1	2	3	4	5	6	7
使用前	84	72	61	78	83	86	71
使用後	90	86	72	80	85	88	80
D=前-後	-6	-14	-11	-2	-2	-2	-9

因為前後測驗成績都不是常態分配，故採用符號檢定之 p 值法：

$$H_0: \eta_1 \geq \eta_2$$

$$H_1: \eta_1 < \eta_2$$

因正號個數 $x=0$ ，故利用符號檢定知

$$p\text{-value} = P(X \leq 0 | P = \frac{1}{2}) = P(X = 0 | P = \frac{1}{2}) = \binom{7}{0} \left(\frac{1}{2}\right)^0 \left(\frac{1}{2}\right)^7 = 0.0078125 < \alpha = 0.05$$
，故拒絕 H_0

在 $\alpha=0.05$ 下，有充分證據顯示創新教學方法會提高學生學習成效。

【參考書目】

1. George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.



用一套書連續成功

高普特考 打通關！

2025
最新版



7月高普考

報名：03/11~03/20 考試：07/04~07/08

12月地方特考

報名：09/09~09/18 考試：12/06~12/08

重點整理



解題完全制霸



工具書



113高普考
命中事實



好書+好課
立即嘗鮮



更多套書

歷屆高手聯合推薦，上榜必讀這套！

一般行政



一般民政



人事行政



財稅行政



會計



高點文化事業
publish.get.com.tw



113/12/10-31高普考書籍特惠中
手刀購買，快至高點網路書店

四、使用了三種肥料後農作物的生長高度 (cm)，如下表所示：

A	B	C
20	27	21
27	24	17
26	21	20
24	25	22

請建立ANOVA表，並在顯著水準0.1下檢定三種肥料對農作物的平均生長高度是否不同？(15分)

試題評析 此題為一因子變異數分析題型，屬於基本題。

考點命中 《高點·高上統計學講義》第十一回，葉哲瑋編撰，頁5-17。

答： $N=12$ ， $k=3$

$$n_1 = n_2 = n_3 = 4$$

$$\bar{x}_{1.} = 24.25, \bar{x}_{2.} = 24.25, \bar{x}_{3.} = 20, \bar{x}_{..} = 22.83$$

$$s_1^2 = 9.58, s_2^2 = 6.25, s_3^2 = 4.67$$

(一) ANOVA表：

變異來源	平方和(SS)	自由度(d.f.)	均方和(MS)	F值
處理(Treatment)	④	①	⑦	⑨
誤差(Error)	⑤	②	⑧	
總變異(Total)	⑥	③		

$$\bar{x}_{..} = \frac{7+8+12}{3} = 9$$

$$\textcircled{1} = k-1 = 3-1 = 2$$

$$\textcircled{2} = N-k = 12-3 = 9$$

$$\textcircled{3} = N-1 = 12-1 = 11$$

$$\textcircled{4} = \text{SSTR} = \sum_{i=1}^3 n_i (\bar{x}_{i.} - \bar{x}_{..})^2 = 4(24.25 - 22.83)^2 + 4(24.25 - 22.83)^2 + 4(20 - 22.83)^2 = 48.1668$$

$$\textcircled{5} = \text{SSE} = \sum_{i=1}^3 (n_i - 1) S_i^2 = (4-1) \times 9.58 + (4-1) \times 6.25 + (4-1) \times 4.67 = 61.5$$

$$\textcircled{6} = \text{SST} = \text{SSTR} + \text{SSE} = 48.1668 + 61.5 = 109.6668$$

$$\textcircled{7} = \text{MSTR} = \text{SSTR} / k - 1 = 48.1668 / 2 = 24.0834$$

$$\textcircled{8} = \text{MSE} = \text{SSE} / N - k = 61.5 / 9 = 6.8333$$

$$\textcircled{9} = F = \text{MSTR} / \text{MSE} = 24.0834 / 6.8333 = 3.5244$$

∴ ANOVA表：

變異來源	平方和(SS)	自由度(d.f.)	均方和(MS)	F值
處理(Treatment)	48.1668	2	24.0834	3.5244
誤差(Error)	61.5	9	6.8333	
總變異(Total)	109.6668	11		

(二) $\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 \\ H_1: \mu_i \text{ 不全相同}, i = 1, 2, 3 \end{cases}$

$$\alpha = 0.1$$

$$\text{拒絕域} C = \{F | F > F_{\alpha}(k-1, N-k)\} = \{F | F > F_{0.1}(2, 9) = 3.0065\}$$

$$F = 3.5244 \in C, \text{拒絕} H_0.$$

結論：在 $\alpha = 0.05$ 下，有充分證據顯示三種肥料對農作物的平均生長高度有不同。

【參考書目】

1. George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

五、醫藥人員想了解服藥的藥量（ X ）與藥效維持時間（ Y ）的關係，於是記錄8位病人服藥的結果如下：

X	2	3	4	2	5	1	3	4
Y	20	20	60	25	75	10	40	60

- (一)試用最小平方估計法（LSE）建立一迴歸方程式，來描述藥量對藥效維持時間的影響。（10分）
 (二)在0.05的顯著水準下，檢定藥量對藥效維持時間是否有顯著的影響。（15分）
 (三)此迴歸模型的解釋能力如何？（5分）

試題評析

第五大題屬於簡單線性迴歸模型的基本題型，最小平方方法之迴歸模型的建立、迴歸模型參數的估計以及假設檢定、判定係數 R^2 之計算。

考點命中

《高點·高上統計學講義》第十二回，葉哲瑋編撰，頁4-29。

答：

$$(一) \hat{y}_i = a + bx_i$$

$$n=8,$$

$$\left\{ \begin{array}{l} \sum_{i=1}^n x_i = 24 \Rightarrow \bar{x} = 3 \\ \sum_{i=1}^n x_i^2 = 84 \\ \sum_{i=1}^n y_i = 310 \Rightarrow \bar{y} = 38.75 \\ \sum_{i=1}^n y_i^2 = 15950 \\ \sum_{i=1}^n x_i y_i = 1135 \end{array} \right.$$

$$\sum_{i=1}^n x_i^2 = 84$$

$$\sum_{i=1}^n y_i = 310 \Rightarrow \bar{y} = 38.75$$

$$\sum_{i=1}^n y_i^2 = 15950$$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = 1135$$

$$b = \frac{S_{xy}}{S_{xx}} = \frac{\sum_{i=1}^n x_i y_i - n\bar{x}\bar{y}}{\sum_{i=1}^n x_i^2 - n\bar{x}^2} = \frac{1135 - 8 \times 3 \times 38.75}{84 - 8 \times 3^2} = 17.0833$$

$$a = \bar{y} - b\bar{x} = 38.75 - 17.0833 \times 3 = -12.4999$$

$$\therefore \hat{y}_i = a + bx_i = -12.4999 + 17.0833x_i$$

(二)

$$\begin{cases} H_0: \beta = 0 \\ H_1: \beta \neq 0 \end{cases}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域} C = \{t \mid |t| > t_{\frac{\alpha}{2}}(n-2)\} = \{t \mid |t| > t_{0.025}(6) = 2.447\}$$

$$SSE = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - a \times \sum_{i=1}^n Y_i - b \times \sum_{i=1}^n X_i Y_i \\ = 15950 - (-12.4999) \times 310 - 17.0833 \times 1135 = 435.4235$$

$$MSE = \frac{SSE}{n-2} = \frac{435.4235}{6} = 72.5706$$

$$S_{xx} = \sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2 = \sum_{i=1}^n X_i^2 - n\bar{X}^2 = 84 - 8 \times 3^2 = 12$$

$$S(b) = \sqrt{\frac{MSE}{S_{xx}}} = \sqrt{\frac{72.5706}{12}} = 2.4592$$

$$t = \frac{b-0}{S(b)} = \frac{17.0833}{2.4592} = 6.9467 \in C, \text{拒絕} H_0。$$

結論：在 $\alpha = 0.05$ 下，有充分證據顯示藥量對藥效維持時間有顯著影響。

(三)

$$SSTO = S_{YY} = \sum_{i=1}^n (Y_i - \bar{Y})^2 = \sum_{i=1}^n Y_i^2 - n\bar{Y}^2 = 15950 - 8 \times 38.75^2 = 3937.5$$

$$SSR = SSTO - SSE = 3937.5 - 435.4235 = 3502.0765$$

$$\therefore R^2 = \frac{SSR}{SSTO} = \frac{3502.0765}{3937.5} = 0.8894$$

所以藥效維持時間(Y)之總變異有88.94%受服藥的藥量(X)的影響。

【參考書目】

1. George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

高
點
·
高
上

【版權所有，重製必究！】

高點·高上公職

114/4月
陸續開課

分|眾|課 **容易
額滿**

商科 狂作題班

成功贏佔高普考 科目：**會計、經濟、財政**

課程特色

- 授課 6-8 堂/科
- 詳解模考週考
- 寫作批改指導

魔訓制度

- 密集進度排課
- 落實點名出缺勤
- 自修教室

名師坐鎮助教專輔

6週
全日管理照表操課

練題
衝刺

仿真模測有效提分

複習考
+
週考
+
全真模考

主題模考

依每堂課程主題
仿高普考範圍出題
每週考試

113/12/7-31 考場獨家優惠

單科**5,000**元起

商科

課程諮詢

鄭○芸 私校考取：113 高考財稅行政

我有參加**鄭泓老師的會計學狂作題班**，藉由多次的考試，訓練自己的答題速度，讓自己習慣考試這個東西，有效讓自己在考試的時候不會那麼緊張！

黃○云 連續考取：113 高考財稅行政、普考財稅行政

我另外報名**狂作題班**，效果很好，每次考試都有助教改考卷，然後一題一題檢討，有問題也可以詢問助教。

LINE生活圈



FB粉絲專頁



★中會：鄭泓(鄭凱文)