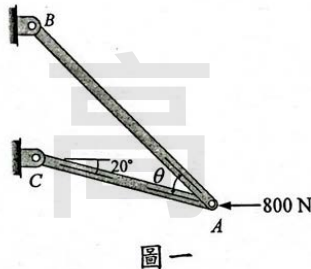


# 《工程力學概要》

一、圖一之結構，水平力800N作用於A點，使得AC桿產生1000N的壓力，則AB桿及AC桿之夾角 $\theta = ?$ 又AB桿的內力 $F_{AB} = ?$  (25分)



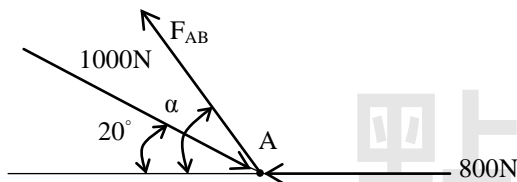
圖一

**試題評析** 屬於共點力系平衡基本題型。

**考點命中** 《突破靜力學》，高點文化出版，洪達編著，p.2-167。

**答：**

(1) 假設 $F_{AB}$  (拉)，AB桿與水平夾 $\alpha$ 角：取A點分析：



$$\because \sum F_x = 0 \quad \rightarrow$$

$$\Rightarrow 1000 \cos 20^\circ - F_{AB} \cos \alpha - 800 = 0$$

$$\Rightarrow F_{AB} \cos \alpha = 139.693 \quad (1)$$

$$\because \sum F_y = 0 \quad \uparrow$$

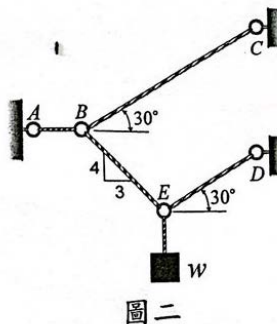
$$F_{AB} \sin \alpha - 1000 \sin 20^\circ = 0$$

$$\Rightarrow F_{AB} \sin \alpha = 342.02 \quad (2)$$

$$\therefore \text{由(1)、(2)式得，} \alpha = 67.78^\circ \quad \therefore \theta = 67.78^\circ - 20 = 47.78^\circ$$

$$\therefore F_{AB} = 369.4 \text{ (N) (拉)}$$

二、有一重量為 $W$ 之物體掛在E點，如圖二所示。圖二之系統是由五條不伸長之繩索所組成，若每條繩索之最大張力為500N，則此系統能支撐物體之最大重量 $W_{\max}$ 為多少？(25分)



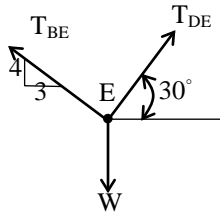
圖二

**試題評析** 屬於共點力系平衡基本題型。

**考點命中** 《突破靜力學》，高點文化出版，洪達編著，p.2-9。

答：

(1)取E點分析：



$$\because \sum F_x = 0 \rightarrow$$

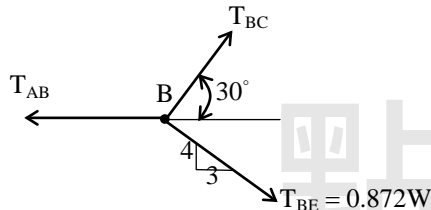
$$\Rightarrow T_{DE} \cos 30^\circ - T_{BE} \left(\frac{3}{5}\right) = 0 \quad (1)$$

$$\because \sum F_y = 0 \uparrow$$

$$\Rightarrow T_{DE} \sin 30^\circ + T_{BE} \left(\frac{4}{5}\right) - W = 0 \quad (2)$$

$$\therefore \text{由(1)、(2)式得, } T_{DE} = 0.604W, T_{BE} = 0.872W$$

(2)取B點分析：



$$\because \sum F_x = 0 \rightarrow$$

$$\Rightarrow T_{BC} \cos 30^\circ + 0.872W \left(\frac{3}{5}\right) - T_{AB} = 0 \quad (3)$$

$$\because \sum F_y = 0 \uparrow$$

$$\Rightarrow T_{BC} \sin 30^\circ - 0.872W \left(\frac{4}{5}\right) = 0 \quad (4)$$

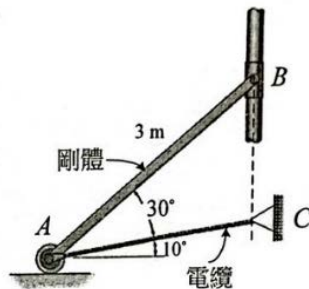
$$\therefore \text{由(3)、(4)式得, } T_{BC} = 1.395W, T_{AB} = 1.731W \leftarrow \text{控制}$$

(3)令  $T_{AB} = 1.731W < 500(N)$ 

$$\therefore W \leq 288.85(N)$$

$$\therefore W_{\max} = 288.85(N)$$

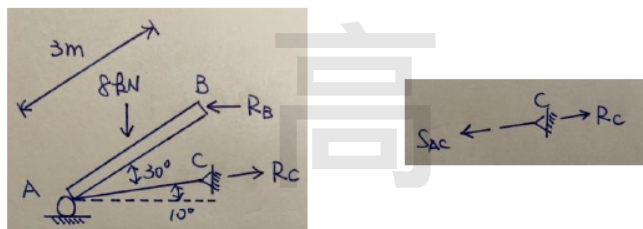
三、圖三之結構，均質桿件AB是剛體，長  $L = 3m$ ，重  $w = 8kN$ ；電纜 (cable) AC 的截面積  $A = 10mm^2$ ，楊氏模數  $E = 120GPa$ ，柏松比 (Poisson's ratio)  $\nu = 0.3$ 。試求平衡時電纜 AC 之伸長量  $\delta_{AC}$  及其側向應變 (Lateral strain)  $\epsilon'_{AC}$ 。(25分)



圖三

試題評析	將 AC 桿件內力算出來後，要算伸長量與側向應變就易如反掌。
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題6.5.1。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題6.5.7。

答：

1. 計算電纜 AC 內力  $S_{AC}$ 整體結構對 A 點取力矩平衡可得 B 點處反力  $R_B$ ：

$$\sum M_A = 0 \Rightarrow (8) \left( \frac{3 \times \cos 40^\circ}{2} \right) - (R_B)(3 \times \sin 40^\circ) = 0 \Rightarrow R_B = 4.767 \text{ kN}$$

再由整體結構水平方向力平衡可得 C 點處反力  $R_C$ ：

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow (R_C)(\cos 10^\circ) - (R_B) = 0 \Rightarrow R_C = 4.841 \text{ kN (沿 AC 軸方向，非水平項之值)}$$

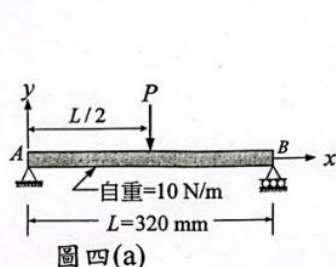
最後將 C 點單獨取出可得 AC 桿件內力  $S_{AC} = R_C = 4.841 \text{ kN}$  (拉力)。2. 計算電纜 AC 之伸長量  $\delta_{AC}$  及其側向應變  $\epsilon'_{AC}$ 

$$\text{電纜 AC 長度 } L_{AC} = \frac{L_{AB} \times \cos 40^\circ}{\cos 10^\circ} = 2.334 \text{ m}$$

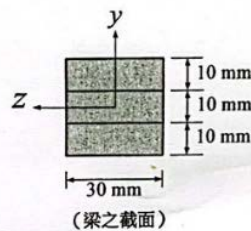
$$\text{電纜 AC 伸長量 } \delta_{AC} = \frac{S_{AC} L_{AC}}{EA} = \frac{(4.841 \times 10^3)(2.334 \times 10^3)}{(120 \times 10^3)(10)} = 9.416 \text{ mm (伸長)}$$

$$\text{由柏松比定義 } \nu = \frac{-\epsilon'_{AC}}{\epsilon_{AC}} \Rightarrow \text{側向應變 } \epsilon'_{AC} = -\nu \epsilon_{AC} = (-0.3) \left( \frac{9.416}{2.334 \times 10^3} \right) = -0.00121$$

四、圖四(a)所示之簡支梁 AB，長  $L = 320 \text{ mm}$ ，承受  $10 \text{ N/m}$  之自重，在梁中點之集中載重  $P$ 。梁 AB 是由三片相同材料之板粘接而成的，截面如圖四(b)所示，截面對 z 軸之慣性矩  $I = 67,500 \text{ mm}^4$ 。若粘接面之允許剪應力  $\tau_{\text{allow}} = 0.3 \text{ MPa}$ ；梁之允許彎曲應力 (bending stress)  $\sigma_{\text{allow}} = 8 \text{ MPa}$ 。試求最大允許集中載重  $P_{\text{allow}}$  之大小。(25分)



圖四(a)



圖四(b)

試題評析	簡單的反求外力最大值問題，上課有極類似題目！本題要注意的是允許剪應力給的是黏合處而不是材料本身，故不可用 $3V/2A$ 公式去算。
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題4.2.8。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題4.3.1。

**答：**

1. 計算整支梁最大剪力  $V_{\max}$  與最大彎矩  $M_{\max}$

題目所述要考慮自重故簡支梁上方除有集中載重  $P$  尚有均佈載重  $w = 10 \text{ N/m}$  作用。要計算整支梁最大剪力  $V_{\max}$  與最大彎矩  $M_{\max}$  可採用疊加法直接寫出答案：

$$\text{最大剪力 } V_{\max} = \frac{P}{2} + \frac{wL}{2} = \frac{P}{2} + \frac{(10 \times 10^{-3})(320)}{2} = \frac{P+3.2}{2} \text{ N, 出現在支承處}$$

$$\text{最大彎矩 } M_{\max} = \frac{PL}{4} + \frac{wL^2}{8} = \frac{(P)(320)}{4} + \frac{(10 \times 10^{-3})(320)^2}{8}$$

$$\Rightarrow M_{\max} = 80P + 128 \text{ N}\cdot\text{mm, 出現在梁中央}$$

2. 求最大允許集中載重  $P_{\text{allow}}$

由(黏合處剪應力  $\tau_{\text{黏合處}} \leq$  (黏合處容許剪應力  $\tau_{\text{allow}}$ ) 可求出相對應之中點容許載重  $P_1$ ：

$$\Rightarrow \tau_{\text{黏合處}} \leq \tau_{\text{allow}} \Rightarrow \frac{V_{\max} Q_{\text{黏合處}}}{I_z b} \leq \tau_{\text{allow}} \Rightarrow \frac{(\frac{P_1+3.2}{2})(30 \times 10 \times 10)}{(67500)(30)} \leq 0.3$$

$$\Rightarrow \text{可解出 } P_{1,\max} = 401.8 \text{ N}$$

由(梁最大彎曲應力  $\sigma_{\max} \leq$  (梁容許彎曲應力  $\sigma_{\text{allow}}$ ) 可求出相對應之中點容許載重  $P_2$ ：

$$\Rightarrow \sigma_{\max} \leq \sigma_{\text{allow}} \Rightarrow \frac{M_{\max} y_{\max}}{I_z} \leq \sigma_{\text{allow}} \Rightarrow \frac{(80P_2+128)(15)}{67500} \leq 8$$

$$\Rightarrow \text{可解出 } P_{2,\max} = 448.4 \text{ N}$$

因此最大允許集中載重  $P_{\text{allow}} = \min(P_{1,\max}, P_{2,\max}) = \underline{401.8 \text{ N}}$

【版權所有，翻印必究】