

《靜力學概要與材料力學概要》

- 一、如圖 1 所示四根均質鋼線對稱懸吊一剛體。若所有鋼線之性質均相同，在拉力 $P = 40 \text{ kN}$ 作用之下，試分別求 A、B、C、D 各鋼線之軸向力。
(25 分)

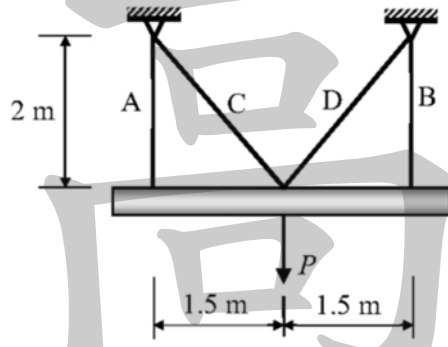


圖 1

試題評析	善用對稱性質，本題為一度靜不定軸力桿件分析，取完贅力後再利用剛體無彎曲變形特性及可解出所有答案。
考點命中	1. 《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.1.14。 2. 《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.1.12。

解：

1. 先設贅力並計算支承反力及各桿軸力

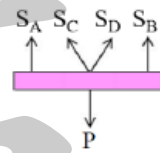
由於該系統為對稱故本題為一度靜不定軸力桿件，取 C 桿件軸力 $S_C = S$ 為贅力。切出桿件並取下方自由體可得 A 桿與 B 桿內力 (A 桿與 B 桿內力同、C 桿與 D 桿內力同)：

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow (S \times \frac{4}{5}) \times 2 + S_A \times 2 = P \Rightarrow S_A = \frac{P}{2} - \frac{4S}{5}$$

2. 計算各桿件伸縮量

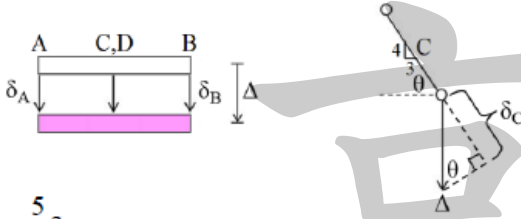
$$A、B \text{ 桿件伸縮量 } \delta_A = \delta_B = \frac{S_A L_A}{EA} = \frac{1}{EA} (P - \frac{8S}{5})$$

$$C、D \text{ 桿件伸縮量 } \delta_C = \delta_D = \frac{S_C L_C}{EA} = \frac{5S}{2EA}$$



3. 列出變形諧和條件解出贅力

題目已述下方為「剛體」且鋼線為對稱分佈，因此變形後整個剛體會平行往下而不產生旋轉，變形後示意圖如下。此時A桿件伸長量 δ_A 會恰等於剛體向下位移 Δ 、C桿件伸長量 δ_C 與 Δ 之關係可由維氏圖得到：



$$\Rightarrow \delta_C = \Delta \times \frac{4}{5} \Rightarrow \Delta = \frac{5}{4} \delta_C$$

將 $\delta_A = \Delta$ 代回上式可得：

$$\Rightarrow \delta_A = \Delta = \frac{5}{4} \delta_C \Rightarrow P - \frac{8S}{5} = \frac{5}{4} \left(\frac{5S}{2} \right) \Rightarrow S = \frac{40}{189} P$$

將S代回可得C與D鋼線軸力 $S_C = S_D = \left(\frac{40}{189} \right) (40) = \underline{8.466 \text{ kN (拉力)}}$

A與B鋼線軸力 $S_A = S_B = \frac{40}{2} - \left(\frac{4}{5} \right) \left(\frac{40}{189} \right) (40) = \underline{13.228 \text{ kN (拉力)}}$

二、一底為 20 cm，高為 15 cm 之等腰三角形斷面，現於其底部開一 10×5 cm 對稱方孔（如圖 2 所示）。請分別求其對方孔頂部平行於底部之 x 軸，及對垂直對稱軸（ y 軸）的慣性矩。（25 分）

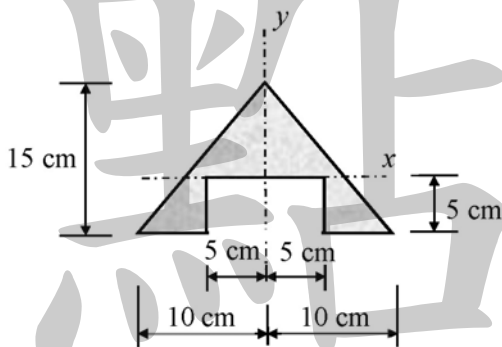


圖2

試題評析	屬於求面積形心慣性矩之基本題型。
考點命中	與洪達老師《突破靜力學》P.5-15題型相同。

解：

(1)

$$I_x = \frac{1}{36} \times 20 \times 15^3 - \frac{1}{3} \times 10 \times 5^3 = 1458.333 \text{ cm}^4$$

$$(2) I_y = \left[\frac{1}{12} \times 15 \times 10^3 \right] \times 2 - \frac{1}{12} \times 5 \times 10^3 = 2083.333 \text{ cm}^4$$

三、一邊長 40 cm，厚度為 2 cm 之方形鋼管短柱，內部充填混凝土（如圖 3 所示）。設鋼管彈性模數 $E_s = 2.0 \times 10^6 \text{ kgf/cm}^2$ ，混凝土彈性模數 $E_c = 3.5 \times 10^5 \text{ kgf/cm}^2$ 。現該柱承受一無偏心之軸向壓力 $P = 400 \text{ tf}$ ，試分別求鋼管及混凝土之平均軸向應力。（25 分）

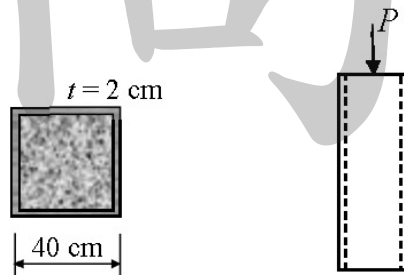


圖 3

試題評析	本題為複合斷面軸力桿件分析題型，同為一度靜不定考題，推導過程可參考上課版書或課本內容，考場上可直接寫出依剛度比例分配去寫答案，這樣是最快的！
考點命中	1. 《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.4.11。 2. 《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.4.8。

解：

$$\text{混凝土面積 } A_c = (40 - 2 \times 2)^2 = 1296 \text{ cm}^2$$

$$\text{鋼管面積 } A_s = 40^2 - 36^2 = 304 \text{ cm}^2$$

$$\text{混凝土剛度 } E_c A_c = (3.5 \times 10^5)(1296) = 453.6 \times 10^6 \text{ kgf}$$

$$\text{鋼管剛度 } E_s A_s = (2.0 \times 10^6)(304) = 608 \times 10^6 \text{ kgf}$$

$$\text{混凝土所受力量 } P_c = \left(\frac{E_c A_c}{E_c A_c + E_s A_s} \right) P = \left(\frac{453.6 \times 10^6}{453.6 \times 10^6 + 608 \times 10^6} \right) (400) = 170.912 \text{ tf}$$

$$\text{鋼管所受力量 } P_s = \left(\frac{E_s A_s}{E_c A_c + E_s A_s} \right) P = \left(\frac{608 \times 10^6}{453.6 \times 10^6 + 608 \times 10^6} \right) (400) = 229.088 \text{ tf}$$

$$\text{混凝土平均軸向應力 } \sigma_c = \frac{P_c}{A_c} = \frac{170.912}{1296} = \underline{0.132 \text{ tf/cm}^2}$$

$$\text{鋼管平均軸向應力 } \sigma_s = \frac{P_s}{A_s} = \frac{229.088}{304} = \underline{0.754 \text{ tf/cm}^2}$$

四、兩種分別為圓形（直徑 D ）及方形（邊長 B ）的均質彈性材料斷面（如圖 4 所示）。若兩種斷面承受相同之彎矩，且其最大彎曲應力相同，則圓形斷面直徑 D 與方形斷面邊長 B 之關係為何？又若兩種斷面承受相同之剪力，且其最大剪應力相同，則 D 與 B 之關係為何？（25 分）

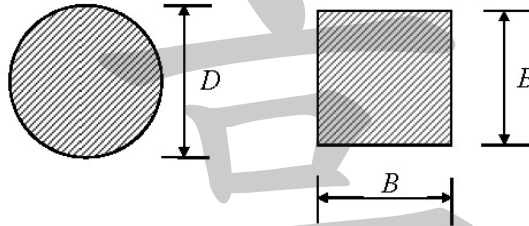


圖 4

試題評析	超級簡單的題目，只要寫出撓曲正向應力公式與撓曲剪應力公式便可得分，常用的矩形與圓形速算法上課都有提喔！
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題4.1.2。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題4.1.1。

解：

(一)最大彎曲應力相同下，求圓形斷面直徑 D 與方形斷面邊長 B 之關係

$$\text{圓形斷面斷面模數 } S_{\text{圓形}} = \frac{\pi D^3}{32}$$

$$\text{方形斷面斷面模數 } S_{\text{方形}} = \frac{B^3}{6}$$

$$\sigma_{\text{max,圓形}} = \sigma_{\text{max,方形}} \Rightarrow \frac{M}{\left(\frac{\pi D^3}{32}\right)} = \frac{M}{\left(\frac{B^3}{6}\right)} \Rightarrow \underline{D = 1.193B}$$

(二)最大剪應力相同下，求圓形斷面直徑 D 與方形斷面邊長 B 之關係

$$\tau_{\text{max,圓形}} = \tau_{\text{max,方形}} \Rightarrow \frac{4V}{3A_{\text{圓形}}} = \frac{3V}{2A_{\text{方形}}} \Rightarrow \underline{D = 1.064B}$$