# 《測量學》

**一、任何測量作業之先，大都需要實施控制測量，建立一些控制點以做為後續測量作業的依據。請說明控制測量的工作項目及其作業的基本原則。（25分）**

| | |
|---|---|
| **試題評析** | 本題涉及的範圍極廣，包含高程、平面的控制測量，平面部分更要細分三角與導線。即使不涉及公式的討論，僅就觀念的敘述也必須包含規劃與實際執行的基本原則。因此需針對高程、平面控制的全面架構去分析。 |
| **考點命中** | 林昇老師《測量學》Chap03水準測量、Chap04三角測量、Chap05導線測量 |

**解：**

控制測量應分平面控制測量及高程控制測量。

一、 高程控制測量

(一).確認需求

1.測區內沒有已知高程點則需進行高程控制測量。

2.精度等級:如一、二、三、四等

3.觀測方式的限制

(1).直接水準或間接水準

(2).每站觀測距離的上限

4.觀測站數的限制

(二).清查測區附近現存高程控制點數量、距離，並確認其精度等級

1.至少兩點，檢測無誤方可引用。

2.已知高程控制點精度等級需優於需求，經過誤差傳播後的新佈設高程控制點精度等級才符合需求。

(三).若測區內經檢測符合精度需求之已知高程控制點已足夠，可免布設新設高程控制點。反之，則應規劃布設新設高程控制點。

1.新設高程控制點選點、埋設

2.規劃觀測路線、網型

3.觀測、計算、平差及公告成果

二、 平面控制測量

(一).基本控制測量

測區內導線點不足且已知基本控制點不足，則需先進行基本控制測量。

1.確認需求

(1).研判需進行的基本控制點精度等級:如一、二、三、加密等等級

(2).觀測方式的限制

a.靜態衛星定位

b.經緯儀

2.清查鄰近現存上級及同級已知控制點數量、分布，並檢測夾角與間距是否符合規範。

3.考量後續需求(如後續導線測量需求)布設(位置選取與樁標埋設)新設控制點。

4.觀測網形規劃後，進行觀測、計算、平差及公告成果。

(三).導線測量

測區內導線點不足但已知基本控制點足夠，則可直接進行導線測量。

1.確認需求

(1).研判需進行的導線點精度等級:如一、二、三、四、普通等等級

(2).觀測方式的限制

a.閉合導線或附合導線

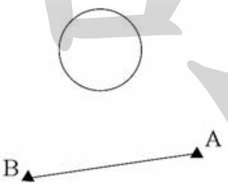
b.導線點間距限制、單導線點數量限制。

2.清查鄰近現存上級及同級已知控制點數量、分布，並檢測夾角與間距是否符合規範。

3.考量後續需求(如地形測量需求)布設(位置選取與樁標埋設)新設控制點。

4.觀測網形規劃後，進行觀測、計算、平差及公告成果。

二、今有一大型圓形構造物，因故無法在其中心或頂端設置任何測量儀器，且圓形構造物內外部無法通視，內部也無法對空通視，其外緣一圈也對空通視不良。在該圓形構造物的外部不遠處有兩個可以互相通視的已知點A和B（如略圖），試設計一個以全測站儀測量求定該圓形構造物中心坐標及圓半徑的可行方法，並請說明應用所設計的測量方法如何計算出該圓形構造物的中心坐標及圓半徑。（25分）




| | |
|---|---|
| **試題評析** | 本題為幾何圖形之創新應用題。圓上兩點連線之中垂線會通過圓心，兩條中垂線可交會得到圓心。惟要提高圓心的可靠度，應盡量讓兩條中垂線採垂直交會，較理想。 |
| **考點命中** | 此題為創新考題。 |

**解：**

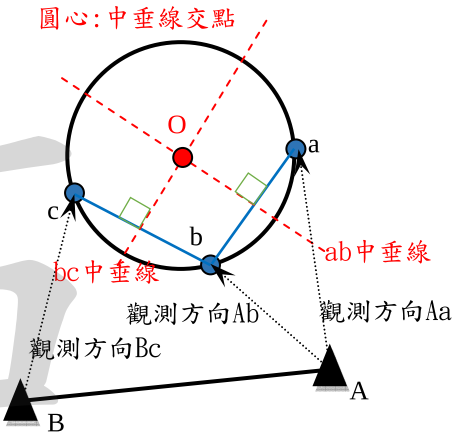
方法:

(一) 圓上兩點連線之中垂線會通過圓心，兩條中垂線可交會得到圓心。要提高圓心的可靠度，應盡量讓兩條中垂線採垂直交會，較理想。

(二) 圓上求取三點(a、b、c)

(三) 計算ab、bc等二連線中垂線之交點O，即為圓心。

(四) Oa=Ob=Oc=半徑。




一、測量步驟

(一) A、B為已知點($X_A,Y_A$), ($X_B,Y_B$)，可求以下數據

1. AB距離$D_{AB}$。(本題不需使用)
2. AB方位角，$\varphi_{AB}$，$\varphi_{BA}$ 。

(二) 求取圓上a,b,c等三點坐標

1. 圓上選取a,b,c等三點，如圖。盡可能讓ab連線、bc連線之中垂線呈直角相交。可提高中垂線交點(及圓心O)之可靠度。
2. 全測站儀架A上(後視B)，觀測a、b，求Aa、Ab之距離$D_{Aa}$、$D_{Ab}$，及夾角∠BAa、∠BAb。
3. 全測站儀架B上(後視A)，觀測c，求得Bc之距離$D_{Bc}$，及夾角∠ABc。
4. 利用AB方位角($\varphi_{AB}, \varphi_{BA}$)及夾角(∠BAa, ∠BAb, ∠ABc)推算方位角($\varphi_{Aa}, \varphi_{Ab}, \varphi_{Bc}$) 。

5. a,b,c等三點坐標，借助公式 $\begin{cases} X_P = X_A + \Delta X_{AP} = X_A + D_{AP} \cdot \sin\varphi_{\overline{AP}} \\ Y_P = Y_A + \Delta Y_{AP} = Y_A + D_{AP} \cdot \cos\varphi_{\overline{AP}} \end{cases}$

(1) A點坐標、$\varphi_{Aa}$,$D_{Aa}$得a坐標(Xa,Ya)

(2) A點坐標、$\varphi_{Ab}$,$D_{Ab}$得b坐標(Xb,Yb)

(3) B點坐標、$\varphi_{Bc}$,$D_{Bc}$德c坐標(Xc,Yc)

(三) 求取ab、bc之中垂線方程式

1. ab之中垂線方程式:

中垂線斜率: $m_{\perp ab} = -\dfrac{Xa - Xb}{Ya - Yb}$，中點P坐標: $P_{ab}(P_{ab}x, P_{ab}y) = (\dfrac{Xa + Xb}{2}, \dfrac{Ya + Yb}{2})$

中垂線方程式: $L_{\perp ab}:(y - P_{ab}y) = m_{\perp ab} \cdot (x - P_{ab}x)$

$$即: L_{\perp ab}: y - \frac{Ya + Yb}{2} = (-\frac{Xa - Xb}{Ya - Yb}) \cdot (x - \frac{Xa + Xb}{2})$$

2. bc之中垂線方程式:

中垂線斜率: $m_{\perp bc} = -\dfrac{Xb - Xc}{Yb - Yc}$、中點P坐標: $P_{bc}(P_{bc}x, P_{bc}y) = (\dfrac{Xb + Xc}{2}, \dfrac{Yb + Yc}{2})$

中垂線方程式: $L_{\perp bc}:(y - P_{bc}y) = m_{\perp bc} \cdot (x - P_{bc}x)$

$$即: L_{\perp bc}: y - \frac{Yb + Yc}{2} = (-\frac{Xb - Xc}{Yb - Yc}) \cdot (x - \frac{Xb + Xc}{2})$$

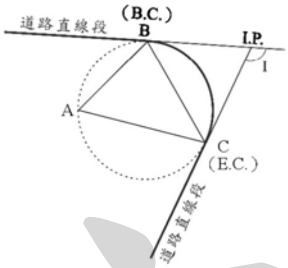
(四) 二中垂線之交點O，即為圓心。

$L_{\perp ab}:(y - P_{ab}y) = m_{\perp ab} \cdot (x - P_{ab}x)$

$L_{\perp bc}:(y - P_{bc}y) = m_{\perp bc} \cdot (x - P_{bc}x)$

兩直線方程式聯立解，即得圓心坐標O(Ox,Oy)距離Oa=Ob=Oc=半徑R。

三、一條公路如圖所示，BC為圓弧路段，B點為圓弧曲線的起點（B.C.），C點為圓弧曲線的終點（E.C.）。A、B、C三點共圓，其坐標分別為（$x_A$, $y_A$）=（190.000, 260.000）、（$x_B$, $y_B$）=（500.000, 560.000）和（$x_C$, $y_C$）=（755.000, 110.000）（單位均為公尺），I.P.點的里程為210K+348。試求三角形△ABC的三個邊長和三個內角值、圓弧曲線曲率半徑、B點到I.P.點的切線長、圓弧$\widehat{BC}$的長度和角度I之值、圓弧曲線起點（B.C.）和終點（E.C.）的里程。（所有角度計算到秒，秒以下四捨五入；長度計算到毫米，毫米以下四捨五入）。（25分）




| | |
|---|---|
| **試題評析** | 本題為單曲線的變化題。將曲線半徑 R、I 角值，隱藏於共圓的 ABC 三點中。也是本事卷第二題的延伸應用。 |
| **考點命中** | 林昇老師《測量學》Chap09道路測量之Page04之單曲線 |

**解：**

一、三角形△ABC的三個邊長

借助公式: $D_{ab}=\sqrt{(Xb-Xa)^2+(Yb-Ya)^2}$

AB=c=431.393m
BC=a=517.228m
CA=b=584.572m

二、三角形△ABC的三個內角值

借助公式: $\angle A=\cos^{-1}(\dfrac{(b^2+c^2)-a^2}{2bc})$

∠A=58-55-45
∠B=75-28-41
∠C=45-35-34

三、圓弧曲線曲率半徑R

AB中垂線方程式: $L_{\perp ab}: y-\dfrac{Ya+Yb}{2}=(-\dfrac{Xa-Xb}{Ya-Yb})\cdot(x-\dfrac{Xa+Xb}{2})$

y-410=-1.03333(x-345)

BC中垂線方程式: $L_{\perp bc}: y-\dfrac{Yb+Yc}{2}=(-\dfrac{Xb-Xc}{Yb-Yc})\cdot(x-\dfrac{Xb+Xc}{2})$

y-335=+0.56667(x-628)

聯立解得圓心O坐標(Ox,Oy)=(492,258)
半徑R=距離OA=OB=OC=301.933m

四、角度I之值

∠A=58-55-45為圓周角，則圓心角=2∠A=117-51-30
則∠I=2∠A=117-51-30

五、B點到I.P.點的切線長T

T=R x tan(∠I/2)=501.096m

六、圓弧的長度

圓弧=S=2πR x (∠I/360)=310.540m

七、圓弧曲線起點（B.C.）的里程

∵I.P.點的里程為210K+348
∵T=501.096
∴（B.C.）的里程=210K+348-501.096=209K+846.904

八、圓弧曲線終點（E.C.）的里程

∵（B.C.）的里程=209K+846.904
∵S=310.540
∴（E.C.）的里程=210K+157.444

四、試申論大氣折光差及水準面曲率差（習稱為地球曲率差）對於一條直接水準測線的影響。（25分）

| | |
|---|---|
| **試題評析** | 本題為地球曲率差、大氣折光差的實際應用分析。平面測量通常不考慮，大地測量中應做改正，於教材第一章測量概論已重點說明。 |
| **考點命中** | 林昇老師《測量學》Chap01測量概論Page01. |

**解：**

◎地球曲率誤差: $C_E=\dfrac{D^2}{2R}$ (D:水平距離、R:地球半徑)，如下圖改正數為正。

前後視距相同，則影響量可消。(以R=6370Km計算高程誤差=78mm/Km)

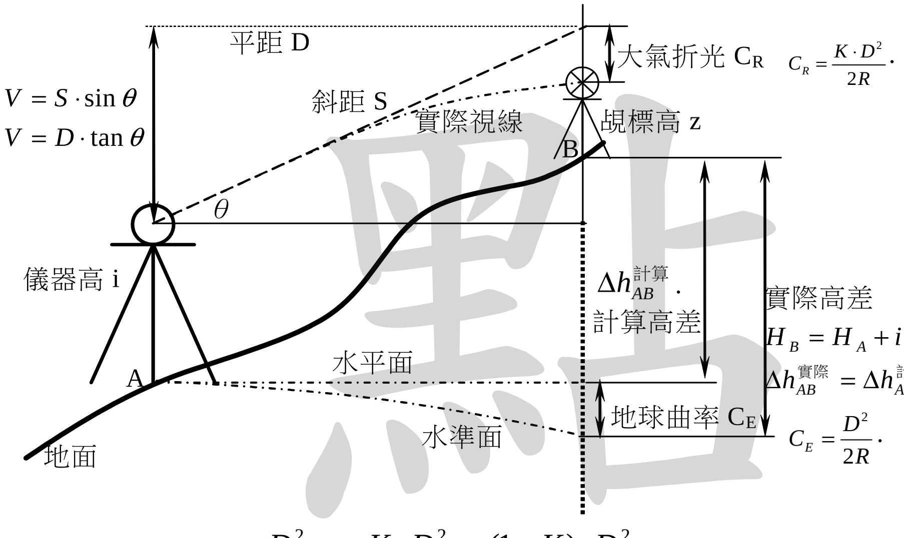
以四等水準之高程誤差容許量為±$20mm\sqrt{K}$ 為例(K為公里數)

D=0.4Km時，高程誤差為12.56mm，±$20mm\sqrt{K}$ =12.65mm

D=0.5Km時，高程誤差為19.62mm，±$20mm\sqrt{K}$ =14.14mm(不可忽略)

◎大氣折光誤差: $C_R=\dfrac{K\cdot D^2}{2R}$ ( D:距離、R:地球半徑、K≒0.13)，如下圖，改正數為負。

前後視距相同，則影響量可消。




◎二差改正: $C_E+C_R=\dfrac{D^2}{2R}+\dfrac{-K\cdot D^2}{2R}=\dfrac{(1-K)\cdot D^2}{2R}$

◎對水準測量之影響:

1.具有誤差累積之效果，較長之測線且精度要求較高之作業，應予以考量進行改正。

2.倘若觀測時，前後視距盡量相等，二差之影響能減小。

3.更嚴謹分析下，地球為橢球體，東西方向上，地球曲率一致，但南北方向上，因緯度不同而曲率亦不相同，於觀測方向上的不同影響亦有深入分析之可能性。