



公職 高錄取時代

7/13前>>憑114高普考准考證
享上**榜紅利**

弱科健檢 加入【高點・高上生活圈】可免費預約



114
地特

- 【速攻班】網院/線上：特價**26,000**元起
雲端(兩年班)：特價**44,000**元起，舊生再優**2,000**元
- 【總複習班】網院：特價**2,000**元起、雲端：特價**3,500**元起
- 【申論寫作正解班】網院：特價**3,000**元起/科、雲端：特價**6**折起/科
- 【經典題庫班】網院：特價**2,500**元起/科、雲端：特價**6**折起/科

115
高普考

- 【全修班】面授/網院：高考**44,000**元起、普考**39,000**元起（舊生另有加碼優惠）
雲端：高考**49,000**元，普考**44,000**元
- 【考取班】高考：特價**65,000**元、普考：特價**55,000**元（限面授/網院）
- 【狂作題班】面授：特價**5,000**元起/科

單科加強
方案

- 【114年度】網院：定價**5**折起、雲端：定價**6**折起
- 【115年度】面授/網院：定價**65**折起、雲端：定價**85**折

眾多考生證實，不止「快速上榜」還要「好名次」

感謝高點老師帶領，高分贏向公職人生

黃○敏 **轉職考取**

(高科大會資系畢)

113高考會計【探花】
普考會計【狀元】
關務特考四等關稅會計(英文)

可以參加**高普考經典題庫班**以及**IRT大會考**。題庫班會有大量題目加歷屆試題講解，對考前衝刺十分有效，IRT大會考則是模擬考試，題目有鑑別度，事後也會開解題講座，在考前參加可以增加臨場感。

用堅持突破備考難點，如願一試成狀元

林○安 **應屆考取**

(高大金管系畢)

113高考財稅【狀元】
普考財稅【TOP8】

考前的**總複習課**我建議如果時間允許盡量參加，民法老師會把近幾年的判決帶大家看過一次並點出這個時事中的民法概念，最後幫怕背法條的同學打隻強心針！

※以上優惠限商管/會計/資訊/地政類科，114/7/31前憑114高普考准考證方可享有，詳細優惠辦法速洽高點・高上考場攤位或各地分班！

【台北】台北市開封街一段2號8樓 02-2331-8268 【台南】台南市東區大學路西段53號4樓 06-237-7788
【台中】台中市東區大智路36號2樓 04-2229-8699 【高雄】高雄市新興區中山一路308號8樓 07-235-8996

各分班立案核准



《統計學概要》

一、研究者想知道A大學的管院碩士生主修學系是否和大學生主修學系相關，隨機抽取的樣本資料整理如表。

大學主修\碩士主修	企管	財管	會計	其他	總和
企管	300	100	80	120	600
財管	30	200	40	30	300
會計	60	90	400	50	600
其他	70	90	20	120	300
總和	460	480	540	320	1800

(一) 請檢定碩士生主修學系和大學生主修學系是否相關。顯著水準為0.05。(10分)

(二) 計算機率， P (大學生主修其他或碩士生主修企管)。(5分)

試題評析	第一大題主要考機率加法定理以及卡方的獨立性檢定，屬基本題。
考點命中	1.《高點・高上統計學講義》第四回，葉哲璋編撰，頁2-10、15-16。 2.《高點・高上統計學講義》第十三回，葉哲璋編撰，頁14-17

答：

(一)

H_0 :碩士生主修學系和大學生主修學系無關

H_1 :碩士生主修學系和大學生主修學系有關

$\alpha = 0.05$

$C = \{\chi^2 | \chi^2 > \chi^2_{0.05}(9) = 16.9190\}$

計算：

大學主修\碩士主修	企管	財管	會計	其他	列合計
企管	300 (153.33)	100 (160)	80 (180)	120 (106.67)	600
財管	30 (76.67)	200 (80)	40 (90)	30 (53.33)	300
會計	60 (153.33)	90 (160)	400 (180)	50 (106.67)	600
其他	70 (76.67)	90 (80)	20 (90)	120 (53.33)	300
行合計	460	480	540	320	1800

故檢定統計量之值為

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^4 \sum_{j=1}^4 \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = \frac{(300 - 153.33)^2}{153.33} + \dots + \frac{(120 - 53.33)^2}{53.33} = 992.4641 \in C$$

其中， $e_{ij} = \frac{R_i C_j}{n}$ ， $\forall i = 1, 2, 3, 4; j = 1, 2, 3, 4$

結論：拒絕 H_0 ，在 $\alpha = 0.05$ 下，有充分證據顯示碩士生主修學系和大學生主修學系有關。

(二) 設A為大學生主修其他；B為碩士生主修企管

則

$$P(A \text{ 或 } B) = P(A \cup B) = P(A) + P(B) - P(A \cap B) = \frac{300}{1800} + \frac{460}{1800} - \frac{70}{1800} = \frac{690}{1800} = 0.3833$$

【參考書目】

George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

二、假設T大學大一全體學生統計學期末考的分數服從常態分配。隨機抽取八位同學，其考試分數為65, 70, 75, 80, 75, 80, 65, 90。(每小題5分，共30分)

(一) 若母體變異數未知，其不偏估計量和估計值為何？

(二) 續上題，此估計量服從什麼分配？

(三) 請估計母體標準差的95%信賴區間。

(四) 請檢定母體變異數是否為100分。顯著水準為0.05。

(五) 請估計母體平均值的90%信賴區間，假設母體變異數未知。

(六) 計算機率， $p(S^2 > 80)$ ， S^2 為樣本變異數。假設母體變異數為258.422分。

試題評析	第二大題屬於綜合題型，除了要熟悉點估計的不偏估計式及抽樣分配之外，單一母體的平均數和變異數的信賴區間、假設檢定的基本題需掌握好。
考點命中	1. 《高點・高上統計學講義》第七回，葉哲瑋編撰，頁22-26。 2. 《高點・高上統計學講義》第八回，葉哲瑋編撰，頁5-7。 3. 《高點・高上統計學講義》第九回，葉哲瑋編撰，頁12-14、39-40。 4. 《高點・高上統計學講義》第十回，葉哲瑋編撰，頁83-89。

答：

(一)

$$n = 8, \sum_{i=1}^8 x_i = 600, \sum_{i=1}^8 x_i^2 = 45500, \bar{x} = 75$$

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^8 x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^8 x_i)^2}{n} \right] = \frac{1}{8-1} \left[45500 - \frac{(600)^2}{8} \right] = 71.43$$

因為 $E(S^2) = \sigma^2$ ，即樣本變異數 S^2 為母體變異數 σ^2 的一個不偏估計量。
所以當母體變異數 σ^2 未知時，可利用不偏估計量，亦即樣本變異數 S^2 估計。
故

不偏估計量為：

$$S^2 = \frac{1}{n-1} \left[\sum_{i=1}^8 x_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^8 x_i)^2}{n} \right]$$

不偏估計值為：

$$S^2 = \frac{1}{8-1} \left[45500 - \frac{(600)^2}{8} \right] = 71.43$$

(二)

$$\text{因為 } \frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} = \frac{\sum_{i=1}^n (X_i - \bar{X})^2}{\sigma^2} \sim \chi^2(n-1) \rightarrow S^2 \sim \frac{\sigma^2}{n-1} \chi^2(n-1) \sim \frac{\sigma^2}{n-1} \Gamma\left(\lambda = \frac{1}{2}, \alpha = \frac{n-1}{2}\right) \sim \Gamma\left(\lambda = \frac{n-1}{2\sigma^2}, \alpha = \frac{n-1}{2}\right)$$

$$\text{即 } S^2 \sim \Gamma\left(\lambda = \frac{n-1}{2\sigma^2}, \alpha = \frac{n-1}{2}\right)$$

所以 S^2 服從Gamma分配，其參數為 $\lambda = \frac{n-1}{2\sigma^2}, \alpha = \frac{n-1}{2}$ 。

(三) 因為母體平均數 μ 未知，

故母體變異數 σ^2 之95%信賴區間為：

$$\left(\frac{(n-1)S^2}{\chi_{0.025}^2(7)}, \frac{(n-1)S^2}{\chi_{0.975}^2(7)} \right) = \left(\frac{(8-1) \times 71.43}{16.0128}, \frac{(8-1) \times 71.43}{1.6899} \right) = (31.2256, 295.8814)$$

故母體標準差 σ 之95%信賴區間為：

$$(\sqrt{31.2256}, \sqrt{295.8814}) = (5.588, 17.2012)$$

(四)

$$H_0: \sigma^2 = 100$$

$$H_1: \sigma^2 \neq 100$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域 } C = \{ \chi^2 | \chi^2 < \chi_{0.975}^2(7) = 1.6899 \text{ 或 } \chi^2 > \chi_{0.025}^2(7) = 16.0128 \}$$

故檢定統計量之值為

$$\chi^2 = \frac{(n-1)S^2}{\sigma_0^2} = \frac{(8-1) \times 71.43}{100} = 5.0001 \notin C$$

結論：不拒絕 H_0 ，在 $\alpha = 0.05$ 下，無充分證據顯示母體變異數不為100分。

(五) 若母體變異數 σ^2 未知時，

則母體平均數 μ 之90%的信賴區間為：

$$\left(\bar{X} - t_{0.05}(7) \frac{S}{\sqrt{n}}, \bar{X} + t_{0.05}(7) \frac{S}{\sqrt{n}} \right) = \left(75 - 1.895 \frac{\sqrt{71.43}}{\sqrt{8}}, 75 + 1.895 \frac{\sqrt{71.43}}{\sqrt{8}} \right) = (69.3375, 80.6625)$$

(六) $\sigma^2 = 258.422$

$$P(S^2 > 80) = P\left(\frac{(n-1)S^2}{\sigma^2} > \frac{(n-1)80}{\sigma^2}\right) = P\left(\chi^2 > \frac{(8-1) \times 80}{258.422}\right) = P(\chi^2 > 2.167) \approx 0.95$$

【參考書目】

George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

高點・高上公職 函授課程

不用到教室，也能上到全國最好的公職課程！

知識達課輔戰隊

線上線下

全面應援你的上榜路！



① 社群互動

加入群組由老師親自釐清觀念及學習弱點，分析考情與備考策略，還能與同儕互相打氣！



② 課業諮詢

課業問題，直通授課老師、助教團，由授課老師或該科助教為你指點迷津。



③ 閱卷批改

提供手寫作答後、拍照上傳到「課業諮詢服務」專區，由老師／助教提供寫作指導。



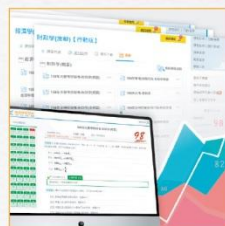
④ 助教課輔

與助教面對面互動，汲取實戰經驗與答題訣竅！



⑤ 讀書會

老師助教共組，課前測驗、課後講解、強化答題技巧的課輔課！



⑥ 作題評量

平時練習驗收學習成效；考前勤練錯題，培養預試高分！



詳細服務
看更多 ▶

※以上服務僅限輔導期限內部分類科

114/7/31前

憑114高普考准考證享優惠

★114高普考全修課程，享常態特價最高折3,000元！

舊生再折2,000元！

★115高普考全修課程，享常態特價最高折2,000元！

★另有114單科、申論寫作正解班、經典題庫班、總複習。
優惠詳洽櫃檯！



線上諮詢

線上試聽、購課&課程詳情，請見 知識達購課館 ec.ibrain.com.tw 或 高點網路書店 publish.get.com.tw

三、高速公路新竹站巡警想知道貨車平均行駛速度是否過高。隨機抽取81 ($n=81$) 輛貨車測其車速，其平均速度為105公里/每小時且標準差為6公里/每小時。假設母體為常態分配。

(一)請問貨車平均速度是否超過100公里/小時。顯著水準0.05。

(a)寫出虛無假設 H_0 和對立假設 H_1 。(5分)

(b)寫出檢定統計量在 H_0 為真下的分配，並說明何以為此分配。(5分)

(c)分別計算統計量值和p值，並說明檢定結果。(5分)

(二)續(一)

(a)母體平均值未知時，其最佳估計量為何？若欲使此估計量估計母體平均值的誤差最大是0.5公里/小時的機率至少為0.9，請問樣本大小應該多少？(5分)

(b)續上題，若機率更改為至少0.95，請問樣本大小應該多少？(5分)

試題評析	第三大題主要考單一母體平均數 μ 之假設檢定及樣本數估計的問題，屬於基本題。
考點命中	1.《高點・高上統計學講義》第九回，葉哲璋編撰，頁5-7。 2.《高點・高上統計學講義》第十回，葉哲璋編撰，頁32-38。

答：

(一)

(1)

$$H_0: \mu \leq 100$$

$$H_1: \mu > 100$$

(2)因為母體為常態分配且母體變異數 σ^2 未知，所以檢定統計量在 H_0 為真下的分配為t分配。

故可利用t分配來做關於單一母體平均數 μ 之假設檢定問題。

(3) $n=81, s=6, \bar{x}=105$

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域} C = \{t \mid t > t_{\alpha}(n-1)\}$$

$$\text{檢定統計量} t = \frac{\bar{x} - \mu_0}{\frac{s}{\sqrt{n}}} = \frac{105 - 100}{\frac{6}{\sqrt{81}}} = 7.5$$

$$p\text{值} = P(T > t \mid T \sim t(n-1)) = P(T > 7.5 \mid T \sim t(80)) \approx 0 < \alpha = 0.05$$

結論：拒絕 H_0 ，在 $\alpha = 0.05$ 下，有充分證據顯示貨車平均速度超過100公里。

(二)

(1)母體平均數未知時，其最佳估計量為樣本平均數 $\bar{x}$ 。

$$\text{又 } 1 - \alpha = 0.9 \rightarrow \alpha = 0.1 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.05, s=6$$

誤差界限 $d=0.5$ 時，其樣本數為：

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \times \sigma}{d} \right)^2 \approx \left(\frac{Z_{0.05} \times s}{d} \right)^2 = \left(\frac{1.645 \times 6}{0.5} \right)^2 = 389.6676$$

取樣本數 $n=390$ (無條件進位)

(2) $1 - \alpha = 0.95 \rightarrow \alpha = 0.05 \rightarrow \frac{\alpha}{2} = 0.025, s=6$

誤差界限 $d=0.5$ 時，其樣本數為：

$$n = \left(\frac{Z_{\alpha/2} \times \sigma}{d} \right)^2 \approx \left(\frac{Z_{0.025} \times s}{d} \right)^2 = \left(\frac{1.96 \times 6}{0.5} \right)^2 = 553.1904$$

取樣本數 $n=554$ (無條件進位)

【參考書目】

George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

四、甲賣場以三種廣告方式(報紙、網路、直銷)促銷產品。每種廣告下，隨機抽取5家分店並調查其年營業額如表。單位：百萬元。

	報紙	網路	直銷
	18	18	8
	24	29	17
	15	31	19
	26	24	7
	27	28	9
平均值	22	26	12
變異數	27.5	26.5	31

- (一)每種廣告下的年平均營業額是否都相等？請列出變異數分析表並檢定結果。顯著水準為0.05。(15分) (列出 H_0 和 H_1 寫出檢定統計量及其在 H_0 為真下的分配，以臨界值方法決定檢定結果。)
- (二)上題的檢定結果要可信，需要有的假設條件為何？(5分)
- (三)續(一)的檢定結果，請檢定報紙和直銷廣告的年平均營業額是否相等。顯著水準為0.05。(10分) (列出 H_0 和 H_1 ，寫出檢定統計量及其在 H_0 為真下的分配，說明檢定結果。)

試題評析	第四大題主要考一因子變異數分析(多個母體平均數是否相等)。除了基本的假設檢定之外，變異數分析表要會建構。另外，當處理數 $k=2$ 時，即為兩個常態母體平均數是否相等之混合t檢定。
考點命中	1.《高點・高上統計學講義》第十回，葉哲璋編撰，頁49-54。 2.《高點・高上統計學講義》第十一回，葉哲璋編撰，頁4-17。

答：

(一)設 μ_1 為報紙的年平均營業額

μ_2 為網路的年平均營業額

μ_3 為直銷的年平均營業額

$$\{H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3$$

$$\{H_1: \mu_i \text{不全相同}, i = 1, 2, 3$$

$$n_1 = n_2 = n_3 = 5, N = n_1 + n_2 + n_3 = 15$$

$$\bar{Y}_1 = 22, \bar{Y}_2 = 26, \bar{Y}_3 = 12$$

$$S_1^2 = 27.5, S_2^2 = 26.5, S_3^2 = 31$$

$$SSE = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) S_i^2 = (5 - 1) \times 27.5 + (5 - 1) \times 26.5 + (5 - 1) \times 31 = 340$$

$$\bar{Y}_{..} = \frac{\sum_{i=1}^k n_i \bar{Y}_i}{N} = \frac{5 \times 22 + 5 \times 26 + 5 \times 12}{15} = 20$$

$$SSTR = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{Y}_i - \bar{Y}_{..})^2 = 5 \times (22 - 20)^2 + 5 \times (26 - 20)^2 + 5 \times (12 - 20)^2 = 520$$

$$\text{又 } SSTO = SSTR + SSE$$

故變異數分析表為：

變異來源	平方和(SS)	自由度(d.f.)	均方和(MS)	F值
處理(Treatment)	520	2	260	9.18
誤差(Error)	340	12	28.33	
總變異(Total)	860	14		

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域 } C = \{F | F > F_{0.05}(2, 12) = 3.49\}$$

當 H_0 為真時，檢定統計量為F分配：

$$F = \frac{MSTR}{MSE} \sim F(k-1, N-k)$$

故檢定統計量

$$F = \frac{MSTR}{MSE} = \frac{260}{28.33} = 9.18 \in C$$

結論：拒絕 H_0 ，在 $\alpha = 0.05$ 下，有充分證據顯示每種廣告下的年平均營業額有顯著差異。

(二)變異數分析之基本假設：

(1)每一個處理所對應之母體分配，皆要假設服從常態母體。

(2)每一個常態母體之變異數皆相同，亦即變異數有同質性。

(3)來自每個常態母體之樣本資料皆具有隨機獨立性。

(三)

$$n_1 = n_3 = 5$$

$$\bar{Y}_1 = 22, \bar{Y}_3 = 12$$

$$S_1^2 = 27.5, S_3^2 = 31$$

因兩種廣告方式皆服從常態分配且變異數相等，

故 $\sigma_1^2 = \sigma_3^2 = \sigma^2$ ，利用 s_p^2 估計 σ^2 。

可採用兩獨立母體平均數差的t檢定：

$$H_0: \mu_1 - \mu_3 = 0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_3 \neq 0$$

$$\alpha = 0.05$$

拒絕域為：

$$C = \{t | |t| > t_{0.025}(8) = 2.306\}$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1 - 1) s_1^2 + (n_3 - 1) s_3^2}{(n_1 - 1) + (n_3 - 1)} = \frac{(5 - 1) \times 27.5 + (5 - 1) \times 31}{(5 - 1) + (5 - 1)} = 29.25$$

當 H_0 為真時，檢定統計量為t分配：

$$t = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_3} \right)}} \sim t(n-2)$$

故檢定統計量

$$t = \frac{\bar{Y}_1 - \bar{Y}_3}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_3} \right)}} = \frac{(22 - 12) - 0}{\sqrt{29 \left(\frac{1}{10} + \frac{1}{10} \right)}} = 9.235$$

結論：拒絕 H_0 ，在 $\alpha = 0.05$ 下，有充分證據顯示報紙和直銷廣告的年平均營業額有顯著差異。

【參考書目】

George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

【版權所有，重製必究！】

夏季 Online Book fair

線|上|書|展|

活動日期 7.3-8.31

學路相逢 拚個書贏

喜閱一夏 優選賞

全館8折 (特價書除外)

知識熱點 新書賞

當月新書 另享優惠

會員限定 超值選

百元花車 任您選



高點文化事業
publish.get.com.tw



活動詳情