高點 2025 WINNER

公職 高錄取時代

7/13前>>憑114高普考准考證 享上榜紅利

弱科健檢 加入【高點・高上生活圈】可免費預約

114 地特

【速　攻　班】網院/線上：特價26,000元起
雲端(兩年班)：特價44,000元起，舊生再優2,000元
【總 複 習 班】網院：特價2,000元起、雲端：特價3,500元起
【申論寫作正解班】網院：特價3,000元起/科、雲端：特價 6 折起/科
【經典題庫班】網院：特價2,500元起/科、雲端：特價 6 折起/科

115 高普考

【全　修　班】面授/網院：高考44,000元起、普考39,000元起（舊生另有加碼優惠）
雲端：高考49,000元，普考44,000元
【考　取　班】高考：特價65,000元、普考：特價55,000元（限面授/網院）
【狂作題班】面授：特價5,000元起/科

單科加強方案

【114年度】網院：定價 5 折起、雲端：定價 6 折起
【115年度】面授/網院：定價 65 折起、雲端：定價 85 折

眾多考生證實，不止「快速上榜」還要「好名次」

感謝高點老師帶領，高分贏向公職人生

黃○敏 轉職考取
(高科大會資系畢)
113高考會計【探花】
普考會計【狀元】
關務特考四等關稅會計(英文)

可以參加高普考經典題庫班以及IRT大會考。題庫班會有大量題目加歷屆試題講解，對考前衝刺十分有效，IRT大會考則是模擬考試，題目有鑑別度，事後也會開解題講座，在考前參加可以增加臨場感。

用堅持突破備考難點，如願一試成狀元

林○安 應屆考取
(高大金管系畢)
113高考財稅【狀元】
普考財稅【TOP8】

考前的總複習課我建議如果時間允許盡量參加，民法老師會把近幾年的判決帶大家看過一次並點出這個時事中的民法概念，最後幫怕背法條的同學打隻強心針！

※以上優惠限商管/會計/資訊/地政類科，114/7/31前憑114高普考准考證方可享有，詳細優惠辦法速洽高點・高上考場攤位或各地分班！

【台北】台北市開封街一段2號8樓　02-2331-8268　【台南】台南市東區大學路西段53號4樓　06-237-7788
【台中】台中市東區大智路36號2樓 04-2229-8699　【高雄】高雄市新興區中山一路308號8樓　07-235-8996

各分班立案核准

《統計學》

一、假設X與Y的二元機率密度函數為（每小題4分，共20分）

$f(x,y)=C(x+2y)\quad 0\leqq x\leqq 1；0\leqq y\leqq 1$

$=0\quad$ 其他

(一) 計算C值。

(二) 計算X的期望值。

(三) 計算機率$P(X>0.5)$。

(四) 計算Y的期望值。

(五) 計算Y大於1/3的機率。

試題評析	第一大題屬於二維隨機變數的題型，須熟悉期望值和邊際機率分配的計算。
考點命中	《高點・高上統計學講義》第四回，葉哲瑋編撰，頁2-10；頁15-16。

答：

(一)

$$F(x,y)=c(x+2y),0\leq x\leq 1,0\leq y\leq 1$$

$$因\int_{-\infty}^{\infty}\int_{-\infty}^{\infty}f(x,y)d_xd_y=1\rightarrow\int_0^1\int_0^1 c(x+2y)d_xd_y=1\rightarrow c\int_0^1\left[\frac{x^2}{2}+2xy\right]_0^1 d_y=1\rightarrow c\left[\frac{y}{2}+y^2\right]_0^1=1$$

$$\rightarrow c\left(\frac{1}{2}+1\right)=1\rightarrow c=\frac{2}{3}$$

(二) $f(x)=\int_0^1 f(x,y)\,d_y=\int_0^1\frac{2}{3}(x+2y)\,d_y=\left[\frac{2}{3}(xy+y^2)\right]_0^1=\frac{2}{3}(x+1),0\leq x\leq 1$

$$\therefore E(X)=\int_0^1 xf(x)\,d_x=\int_0^1 x\frac{2}{3}(x+1)\,d_x=\left[\frac{2}{3}\left(\frac{x^3}{3}+\frac{x^2}{2}\right)\right]_0^1=\frac{5}{9}$$

(三) $P(X>0.5)=\int_{0.5}^1\frac{2}{3}(x+1)\,d_x=\left[\frac{1}{3}(x^2+2x)\right]_0^1=\frac{7}{12}$

(四) $f(y)=\int_0^1 f(x,y)\,d_x=\int_0^1\frac{2}{3}(x+2y)\,d_x=\left[\frac{2}{3}\left(\frac{x^2}{2}+2xy\right)\right]_0^1=\frac{1}{3}+\frac{4}{3}y,0\leq y\leq 1$

$$\therefore E(Y)=\int_0^1 yf(y)\,d_y=\int_0^1 y\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{3}y\right)d_y=\left[\frac{y^2}{6}+\frac{4}{9}y^3\right]_0^1=\frac{33}{54}$$

(五) $P\left(Y>\frac{1}{3}\right)=\int_{\frac{1}{3}}^1\frac{1}{3}+\frac{4}{3}y\,d_y=\left[\frac{y}{3}+\frac{4y^2}{6}\right]_{\frac{1}{3}}^1=\left(\frac{1}{3}+\frac{4}{6}\right)-\left(\frac{1}{9}+\frac{4}{54}\right)=\frac{22}{27}$

【參考書目】

1. George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

二、三家A、B、C品牌之洗衣機用戶，各隨機抽取400、600和800人，調查其下次會再買同一品牌洗衣機之意願。調查數據如下：

意願\品牌	A	B	C
願意	100	300	600
不願意	300	300	200
總和	400	600	800

(一)請檢定三家用戶下次購買相同品牌之洗衣機比例是否全部相等。

(1)列出虛無假設H_0和對立假設H_1。（3分）

(2)寫出檢定統計量及其在H_0為真下的分配。（5分）

(3)以臨界值方法決定檢定結果。顯著水準為0.05。（3分）

【版權所有，重製必究！】

(4)計算p值，並據以決定檢定結果。顯著水準為0.05。（5分）

(二)若只有A和B兩種品牌，請檢定A和B品牌用戶下次購買相同品牌的比例是否相等。

(1)列出H_0和H_1。（3分）

(2)請使用和(一)不同的檢定統計量，寫出其在H_0為真下的分配。請說明何以為此分配。（6分）

(3)計算p值，並據以決定檢定結果。顯著水準為0.05。（5分）

試題評析	第二大題屬於卡方齊一性檢定和兩獨立母體比例差的檢定題型。屬於基本題。
考點命中	1.《高點・高上統計學講義》第十回，葉哲瑋編撰，頁73-79。 2.《高點・高上統計學講義》第十三回，葉哲瑋編撰，頁18-23。

答：

(一)設p_1為A品牌之洗衣機用戶，下次購買相同品牌之洗衣機比例

p_2為B品牌之洗衣機用戶，下次購買相同品牌之洗衣機比例

p_3為C品牌之洗衣機用戶，下次購買相同品牌之洗衣機比例

(1)H_0: $p_1 = p_2 = p_3$

H_1: p_i不全相等,$i = 1,2,3$

(2)在H_0為真之下，其分配服從卡方分配，自由度為2。

其檢定統計量為

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(o_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}}\sim\chi^2((r-1)(c-1))$$

其中，$e_{ij}=\frac{R_iC_j}{n}$，$\forall i = 1,2\ ;\ j = 1,2,3$

(3)α =0.05

拒絕區C=$\{\chi^2|\chi^2 > \chi^2_{0.05}(2) = 5.991476\}$

計算：

	A	B	C	列和
願意	100(222.22)	300(333.33)	600(444.44)	1000
不願意	300(177.78)	300(266.67)	200(355.56)	800
行和	400	600	800	1800

故檢定統計量之值為

$$\chi^2=\sum_{i=1}^{r}\sum_{j=1}^{c}\frac{(o_{ij}-e_{ij})^2}{e_{ij}} = \frac{(100-222.22)^2}{222.22}+\cdots+\frac{(200-355.56)^2}{355.56} = 281.2493 \in C$$

結論: 拒絕H_0，在$\alpha = 0.05$下，有充分證據顯示三家用戶下次購買相同品牌之洗衣機比例有顯著差異。

(4)P值 $= P(\chi^2 > 281.2493 \mid \chi^2 \sim \chi^2(2)) \fallingdotseq 0 < \alpha = 0.05 \in C$

結論：拒絕H_0，在$\alpha = 0.05$下，有充分證據顯示三家用戶下次購買相同品牌之洗衣機比例有顯著差異。

(二)

設p_1為A品牌之洗衣機用戶，下次購買相同品牌之洗衣機比例

p_2為B品牌之洗衣機用戶，下次購買相同品牌之洗衣機比例

(1)$\begin{cases}H_0: p_1 = p_2\\ H_1: p_1 \neq p_2\end{cases}$

(2)因為$n_1 = 400 > 30, n_2 = 600 > 30$皆為大樣本，由中央極限定理可知，

在H_0為真之下，其分配為標準常態分配，亦即Z~N(0,1)。

(3)

$n_1 = 400, x_1 = 100;$

$n_2 = 600, x_2 = 300$

故$\hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{100}{400} = 0.25$

$\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{300}{600} = 0.5$

【版權所有，重製必究！】

夏季 × Online Book fair
線上書展

活動日期 7.3-8.31

學路相逢 拚個書贏

喜閱一夏 優選賞

全館8折（特價書除外）

知識熱點 新書賞

當月新書 另享優惠

會員限定 超值選

百元花車 任您選

高點文化事業
publish.get.com.tw

活動詳情

$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{100 + 300}{400 + 600} = \frac{400}{1000} = 0.4$

$\alpha = 0.05$

檢定統計量$Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - 0}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})}\sqrt{\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}}} = \frac{0.25-0.5}{\sqrt{0.4(1-0.4)}\sqrt{\frac{1}{400}+\frac{1}{600}}} = -7.91$

P值 $= 2 \times P(Z > |-7.91|) = 2 \times P(Z > 7.91) \fallingdotseq 0 < \alpha = 0.05 \in C$

結論：拒絕H_0，在$\alpha = 0.05$下，

有充分證據顯示A、B兩家用戶下次購買相同品牌之洗衣機比例有顯著差異。

【參考書目】
1. George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

三、工程師想知道供應商生產的電池平均壽命是否小於240小時。隨機抽取電池36件（n = 36），其樣本平均值為235小時。

假設電池壽命服從常態分配且母體標準差為12小時。

(一)請檢定電池平均壽命是否低於240小時。顯著水準為0.1。（5分）

(二)續上題，寫出檢定統計量分配的拒絕區之臨界值，並寫出此臨界值對應之樣本平均值。（4分）

(三)若真實的電池壽命平均值分別為236和235小時，請分別計算他們的型Ⅱ誤差機率及檢定力。（8分）

(四)若只有隨機抽取的電池改為100件（n100），其他不變。若真實的電池壽命平均值分別為236和235小時，請分別計算他們的型Ⅱ誤差機率及檢定力。顯著水準為0.1。（8分）

試題評析	第三大題屬於單一母體平均數假設檢定的題型。除了假設檢定，型II誤差機率和檢定力的計算也需要熟悉。
考點命中	《高點・高上統計學講義》第十回，葉哲瑋編撰，頁10-12；頁17-31。

答：

(一)因為電池壽命服從常態分配，且母體變異數已知，則可利用常態分配：

$H_0: \mu \geq 240 H_1: \mu < 240$

$\alpha = 0.1$，n=36，$\sigma = 12$

因 $k = \mu_0 - Z_{0.1}\frac{\sigma}{\sqrt{n}} = 240 - 1.28\frac{12}{\sqrt{36}} = 237.44$

故拒絕區為

$C=\{\bar{x} | \ \bar{x} < 237.44\}$

因$\bar{x} = 235 \in C$

結論：拒絕H_0，在$\alpha = 0.1$下，有充分證據顯示電池平均壽命小於240小時。

(二)因為$Z = \frac{\bar{x}-\mu_0}{\frac{\sigma}{\sqrt{n}}} = \frac{235-240}{\frac{12}{\sqrt{36}}} = -2.5$

故拒絕區為

$C=\{Z | \ Z < -Z_{0.1} = -1.28\}$

所以拒絕區之臨界值為-1.28，所對應之樣本平均值為237.44。

(三)

(1)因為$C=\{\bar{x} | \ \bar{x} < 237.44\}$，故$\mu = 236$時，

型II誤差機率為：

$$\beta = P(\bar{x} \geq 237.44 | \mu = 236) = P\left(Z \geq \frac{237.44 - 236}{\frac{12}{\sqrt{36}}}\right) = P(Z \geq 0.72) = 1 - 0.7642 = 0.2358$$

【版權所有，重製必究！】

檢定力為：
$1-\beta=1-0.2358=0.7642$

(2)因為C=$\{\bar{x}|\ \bar{x}<237.44\}$，故$\mu=235$時，
型II誤差機率為：

$$\beta=\mathrm{P}(\bar{x}\geq 237.44|\mu=235)=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}\geq\frac{237.44-235}{\frac{12}{\sqrt{36}}}\right)=P(\mathrm{Z}\geq 1.22)=1-0.888=0.1112$$

檢定力為：
$1-\beta=1-0.1112=0.8888$

(四)
(1)n=100時，
因為C=$\{\bar{x}|\ \bar{x}<237.44\}$，故$\mu=236$時，
型II誤差機率為：

$$\beta=\mathrm{P}(\bar{x}\geq 237.44|\mu=236)=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}\geq\frac{237.44-236}{\frac{12}{\sqrt{100}}}\right)=P(\mathrm{Z}\geq 1.2)=1-0.8849=0.1151$$

檢定力為：
$1-\beta=1-0.1151=0.8849$

(2) n=100時，
因為C=$\{\bar{x}|\ \bar{x}<237.44\}$，故$\mu=235$時，
型II誤差機率為：

$$\beta=\mathrm{P}(\bar{x}\geq 237.44|\mu=235)=\mathrm{P}\left(\mathrm{Z}\geq\frac{237.44-235}{\frac{12}{\sqrt{100}}}\right)=P(\mathrm{Z}\geq 2.03)=1-0.9788=0.0212$$

檢定力為：
$1-\beta=1-0.0212=0.9788$

【參考書目】
1. George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

四、A和B兩家公司皆生產相同規格之端子。分別自A和B公司隨機抽取端子並衡量其膜厚，數據如表所示。

公司	膜厚（單位：mm）					
A	5	3	5	7	6	4
B	7	7	9	9	8	6

(一)假設兩家生產的端子膜厚變異數相等，請寫出膜厚變異數之估計量及估計值。（6分）
(二)請寫出兩家膜厚平均值差之估計量及估計值。（4分）
(三)續題(一)，欲比較兩家膜厚之平均值是否有差異，請問該用什麼統計方法？結論為何？顯著水準為0.05。假設兩家膜厚皆服從常態分配。（10分）
(四)續題(一)，請估計兩家膜厚平均值差之95%信賴區間。（5分）

【版權所有，翻印必究！】

試題評析	第四大題屬於基本題型，主要考驗兩獨立母體平均數差的假設檢定和信賴區間。
考點命中	1.《高點・高上統計學講義》第九回，葉哲瑋編撰，頁25-28。 2.《高點・高上統計學講義》第十回，葉哲瑋編撰，頁49-54。

答：

(一)因為兩家生產的端子膜厚變異數相等，即$\sigma_1{}^2=\sigma_2{}^2=\sigma^2$，利用$s_p^2$估計$\sigma^2$。

又 $n_A=n_B=6$

$\bar{X}_A=5$，$\bar{X}_B=7.67$

$s_A^2=2$，$s_B^2=1.47$

則膜厚變異數之估計量為：

$$s_p^2=\frac{(n_A-1)\,s_A^2+(n_B-1)s_B^2}{(n_A-1)+(n_B-1)}$$

則膜厚變異數之估計值為：

$$s_p^2=\frac{(6-1)\times2+(6-1)\times1.47}{(6-1)+(6-1)}=1.735$$

(二)兩家模厚平均值差之估計量為：

$\bar{X}_A-\bar{X}_B$

兩家模厚平均值差之估計值為：

$5-7.67=-2.67$

(三)因兩家膜厚皆服從常態分配且變異數相等，

故$\sigma_1{}^2=\sigma_2{}^2=\sigma^2$，利用$s_p^2$估計$\sigma^2$。

可採用兩獨立母體平均數差的t檢定：

H_0:$\mu_A-\mu_B=0$

H_1:$\mu_A-\mu_B\neq0$

$\alpha=0.05$

拒絕區為：

$C=\{t||t|>t_{0.025}(10)=2.228\}$

檢定統計量

t= $\frac{\bar{X}_A-\bar{X}_B-0}{\sqrt{s_p^2\left(\frac{1}{n_1}+\frac{1}{n_2}\right)}}=\frac{(5-7.67)-0}{\sqrt{1.735\left(\frac{1}{6}+\frac{1}{6}\right)}}=-3.5109\in C$

結論：拒絕H_0，在$\alpha=0.05$下，有充分證據顯示兩家膜厚之平均值差有顯著差異。

(四)

兩家膜厚之平均值差之95%信賴區間為：

$$\left(\bar{X}_A-\bar{X}_B\pm t_{0.025}(10)S_p\sqrt{\frac{1}{n_A}+\frac{1}{n_B}}\right)=\left(5-7.67\pm2.228\times\sqrt{1.735}\sqrt{\frac{1}{6}+\frac{1}{6}}\right)=(-4.3644,-0.9756)$$

【參考書目】
1.George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

【版權所有，重製必究！】

高點 高普考商科分眾課

為好名次而來　海量解題力

打造高分力　提升寫作力

ⓘ 一堆例題見解，怎麼寫才高分？

申論寫作正解班 ▶ 論正技巧 立即上課

緊扣命題趨勢，個人化批改指導，厚植寫作力！

高分實證

鄭○芸 私校考取 113高考財稅行政

如果對財政學申論題不知如何下筆，**很推薦上張政老師的申論寫作課**，老師會手把手教你起承轉合，一次次練習，越來越知道如何答題。尤其每次課前會先給同學練習，老師會親自批改，有時還會給建議。真是物超所值！

※ 面授/網院 **3,000**元起/科；雲端 **6折**起/科

ⓘ 寫不完或寫太少，時間難拿捏？

經典題庫班 ▶ 弱科強化 立即上課

專業師資嚴選經典考古題，精析關鍵考點！

高分實證

陳○萱 連續考取 113高考金融保險、普考金融保險

最後一個月**經典題庫班老師會抓一些愛考的地方或是沒看過的題目，增加練習次數**，讓自己不要忘記，並將有些特殊的地方記熟！**感謝高點建立的助教系統**，可以直接私訊助教準確地問自己存疑的地方，把不懂的觀念釐清！

※ 面授/網院 **2,500**元起/科；雲端 **6折**起/科

ⓘ 背了公報條文，卻不知怎樣與考題連結？

審計題分課 ▶ 致勝關鍵

結合實務及公報教學，掌握修法精要！

課程安排

解讀審計公報班(13堂) 陳仁易 老師

讀歷年公報，將近二年台灣準則接軌國際審計準則差異及改變做架構整理，並針對品質管理準則之重點完整呈現。

※ 網院課程 **3,200**元起；雲端 **6,000**元起

審計公報菁華班(21堂) 陳友心 老師

善用魚骨圖或圖像化引導學員，透過筆記迅速掌握審計準則架構，再勾選重點條文，串聯相關考點及組合條文。

※ 網院課程 **4,800**元起；雲端 **9,000**元起

ⓘ 寫得頭頭是道，但切中核心嗎？

狂作題班 ▶ 速效提分

名師親領搭配助教輔導，仿真模測有效提分！

高分實證

賴○中 連續考取 113高考會計、普考會計

再來是正課結束後的**狂作題班，更是幫助同學面對考試更上一層樓的關鍵所在**！唯有透過大量的練習，才能在考場中應變自如，且答題速度快，題目寫得完！

※ 面授課程 **5,000**元起/科

衝刺114地方特考，試不宜遲！

114/7/31前，憑114高普考准考證・網院課程：**最高可折4,000元**

【完整優惠詳洽各分班櫃檯或高點行政學院生活圈】・雲端函授：**6折起**優惠價

另有**行動版課程**隨時可上試聽&購課，請至

1 知識達購課館 ec.ibrain.com.tw

2 高點網路書店 publish.get.com.tw