

《結構學》

一、圖1所示之梁桿件 ABCDE 中，C 點為鉸接點，在圖示載重下，求 A 點、B 點及 D 點的反力並繪此整支梁的剪力圖與彎矩圖。(25分)

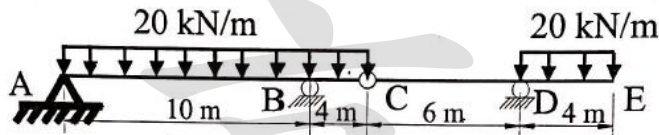


圖 1

試題評析 經典的靜定梁含內鉸接續題型，求支承反力必切內鉸接續處分析。

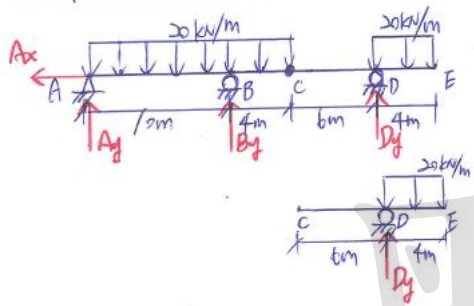
考點命中 《高點結構學》講義[例2-4]

解：

step 1 判斷靜不定度

$$n = \sum T - C = 3 \times 2 - 6 = 0, \text{ 靜定}$$

step 2 計算支承反力



由 CD 段分離體 $\sum M_C = 0$ (↺)

$$(20)(4)(8) - (D_y)(6) = 0$$

$$\Rightarrow D_y = \frac{320}{3} \text{ kN}$$

由整體 $\sum F_x = 0$ (↗)

$$\Rightarrow A_x = 0$$

由整體 $\sum F_y = 0$ (↑)

$$A_y + B_y + \frac{320}{3} - 360 = 0 \quad \text{--- (a)}$$

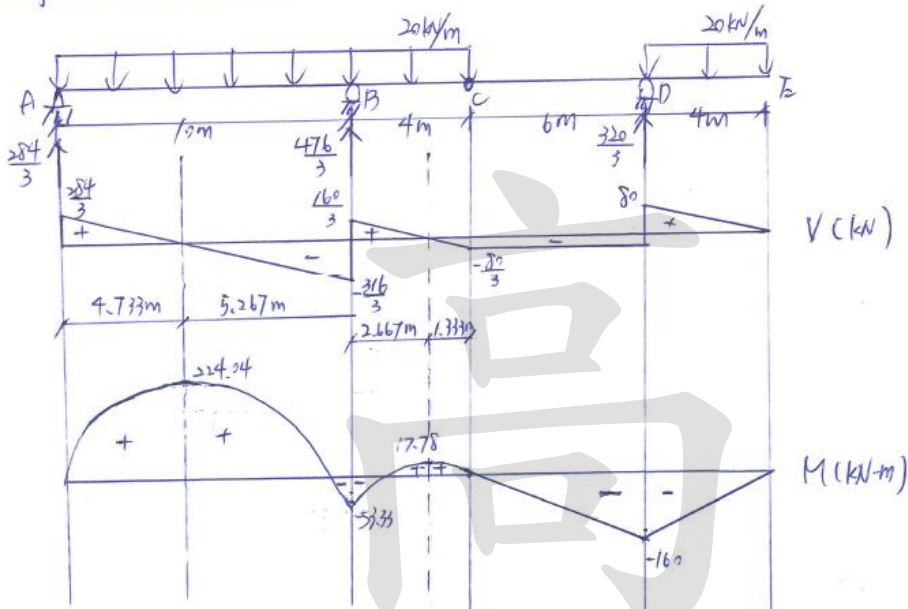
由整體 $\sum M_A = 0$ (↺)

$$(20)(14)(7) + (20)(4)(22) - \left(\frac{320}{3}\right)(20) - (B_y)(10) = 0$$

$$\Rightarrow B_y = \frac{476}{3} \text{ kN}, \text{ 代入 (a)}$$

$$\Rightarrow A_y = \frac{284}{3} \text{ kN}$$

Step 3 剪力彎矩圖



二、如圖2所示之桁架結構，所有桿件彈性模數 $E=200 \text{ GPa}$ 與斷面積 $A=1000 \text{ mm}^2$ ，試以單位力法 (Unit-load method) 求圖示載重下 C 點之垂直變位及水平變位 (以其他方法求解一律不予計分)。(25分)

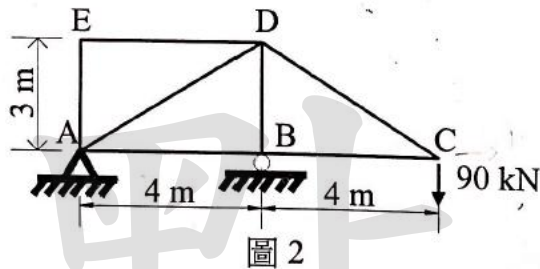
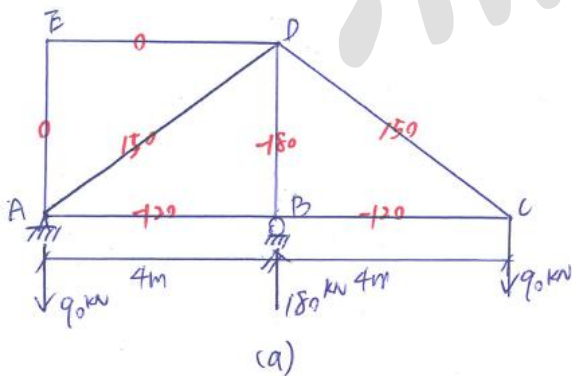


圖 2

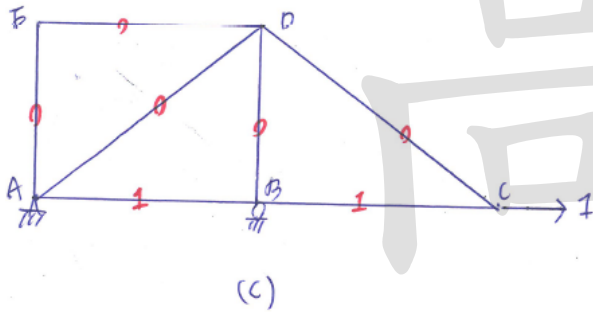
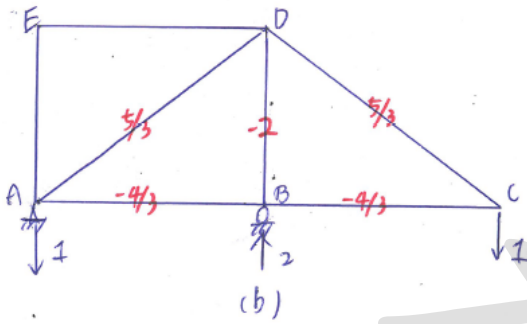
試題評析	標準的單位力法題型，會使用公式即可拿分。
考點命中	《高點結構學》[例6-7]

解：



(a)

$$EA = 200 \times 10^6 \times 10^3 = 200 \times 10^9 \text{ kN}$$



由單位力法 (圖(a), (b))

$$1 \times \Delta_{C1} = \int \frac{Nn}{AE} L = \frac{1}{200 \times 10^3} \left[(150) \left(\frac{5}{3} \right) (5) \times 2 + (-120) \left(-\frac{4}{3} \right) (4) \times 2 + (-180) (-2) (3) \right] = \underline{0.0243 \text{ m} (\downarrow)}$$

由單位力法 (圖(a), (c))

$$1 \times \Delta_{C1} = \int \frac{Nn}{AE} L = \frac{1}{200 \times 10^3} \left[(-120) (1) (4) \times 2 \right] = \underline{-4.8 \times 10^{-3} \text{ m} (\leftarrow)}$$

三、假設圖3之架構中各桿件之EI均相同，試以傾角變位法(Slope Deflection Method)求解各桿件之桿端彎矩及D點的反力(以其他方法求解一律不予計分)。(25分)

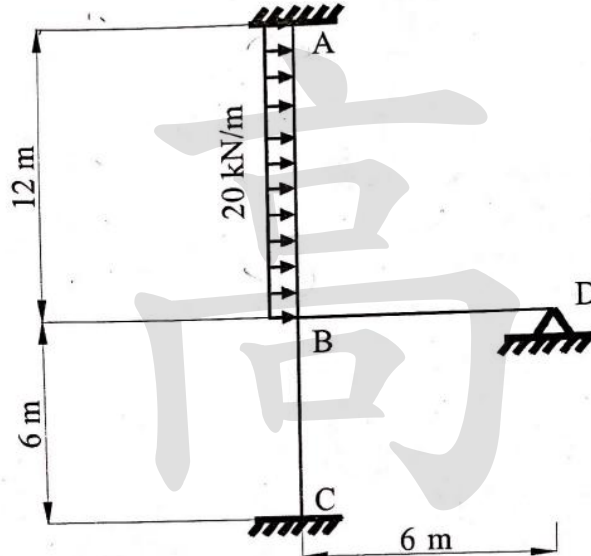


圖 3

試題評析 簡單的傾角變位法題型，D支承水平反力必須由整體水平力平衡求得。

考點命中 《高點結構學》[例7-1]

解：

假設各桿不軸向變形，則各桿皆無桿端相對側移
列傾角變位式

$$M_{AB} = \frac{2EI}{12} [\theta_B] + \frac{(20)(12)^2}{12} = \frac{EI}{6} \theta_B + 240 = \frac{800}{3} (\downarrow) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{12} [2\theta_B] - \frac{(20)(12)^2}{12} = \frac{EI}{3} \theta_B - 240 = -\frac{560}{3} (\downarrow) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{BD} = \frac{2EI}{6} [1.5\theta_B] = \frac{EI}{2} \theta_B = 80 (\downarrow) \text{ kN}\cdot\text{m} \quad , M_{DB} = 0$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{6} [2\theta_B] = \frac{2EI}{3} \theta_B = \frac{320}{3} (\downarrow) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{CB} = \frac{2EI}{6} [\theta_B] = \frac{EI}{3} \theta_B = \frac{160}{3} (\downarrow) \text{ kN}\cdot\text{m}$$

由 B 節點 $\sum M_B = 0$

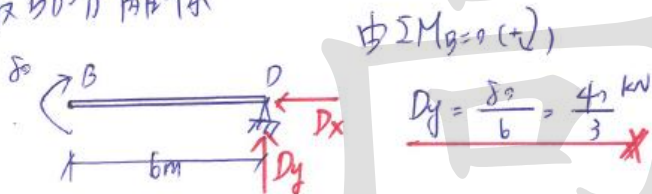
$$\Rightarrow M_{BA} + M_{BC} + M_{BD} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3EI}{2} \theta_B = 240$$

$$\Rightarrow EI \theta_B = 160$$

代回各桿傾角變位式，可得各桿端彎矩

取 B 節點離體



$$D_y = \frac{\delta_0}{6} = \frac{40}{3} \text{ kN}$$

由整體結構 $\sum F_x = 0 (\rightarrow)$

$$(20)(12) + \frac{M_{BC} + M_{CB}}{6} - \frac{M_{BA} + M_{AB} + (20)(12)(6)}{12} - D_x = 0$$

$$\Rightarrow 240 + \frac{80}{3} - \frac{380}{3} - D_x = 0$$

$$\Rightarrow \underline{D_x = 140 \text{ kN}}$$

- 四、圖4之梁桿件 A 點為固定支承 (Fixed Support)，在圖示載重下 (AB 桿件的中點有集中載重 1000 kN 及 CD 桿件的端點 D 有集中彎矩 200 kN-m)，試以彎矩分配法 (Moment Distribution Method) 求解各桿件之桿端彎矩及繪此整支梁的剪力圖與彎矩圖，其中 AB 桿件斷面性質為 EI，BC 桿及 CD 桿件斷面性質為 2EI (以其他方法求解一律不予計分)。(25分)

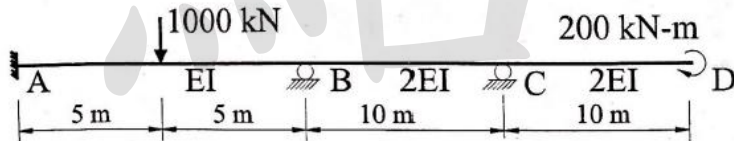
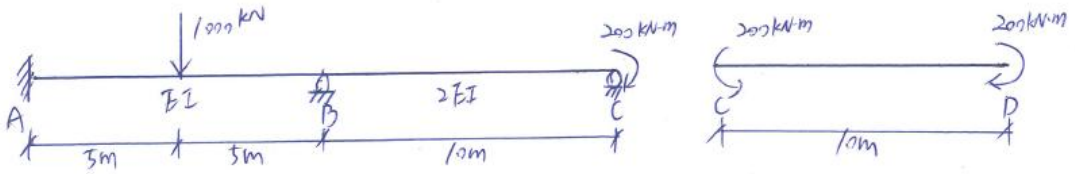


圖 4

試題評析 外伸懸臂段為靜定段，由力平衡即可求得桿端彎矩。

考點命中 《高點結構學》[例8-7]

解：



$$k_{BA} : k_{BC} = \frac{4EI}{10} : \frac{3(2EI)}{10} = 2 : 3$$

$$FEM_{AB} = -\frac{(1000)(10)}{8} = -1250$$

$$FEM_{BA} = \frac{(1000)(10)}{8} = 1250$$

$$FEM_{BC} = \frac{200}{2} = 100$$

	AB	BA	BC
DF		$\frac{2}{5}$	$\frac{3}{5}$
FEM	-1250	1250	100
DM		-540	-810
COM	-270		
M	-1520	710	-710

