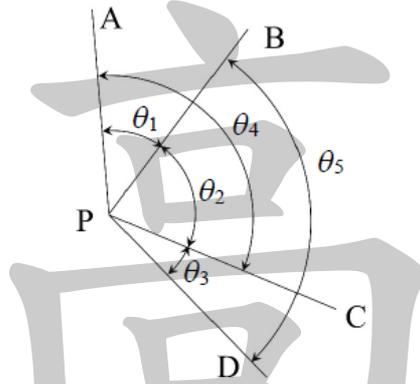


《平面測量與施工測量》

- 一、於點 P 擺置經緯儀做一多角度觀測，測得角度 $\theta_1=30.000^\circ$ 、 $\theta_2=70.000^\circ$ 、 $\theta_3=20.000^\circ$ 、 $\theta_4=100.001^\circ$ 、 $\theta_5=90.002^\circ$ ，如下圖。試以平差角度觀測值，以求各角度之最或是值及其中誤差。(25分)



試題評析	本題應從間接觀測平差之角度切入解題，最重要的是方程式要能列出。再用觀測平差方程式解算。惟需要計算逆矩陣，將會是解題的一大障礙。
考點命中	《高點土木測量學講義》Chap01測量概論之P07

解：

先假設 $\angle APB=X1$ 、 $\angle BPC=X2$ 、 $\angle CPD=X3$

則上述觀測量可組成以下間接估測方程式

$$V1=X1 - \theta_1$$

$$V2=X2 - \theta_2$$

$$V3=X3 - \theta_3$$

$$V4=X1+X2 - \theta_4$$

$$V5=X2+X3 - \theta_5$$

採用矩陣方式表示

$$V = AX - L$$

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \\ V4 \\ V5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 \\ +1 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} X1 \\ X2 \\ X3 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \theta_1 \\ \theta_2 \\ \theta_3 \\ \theta_4 \\ \theta_5 \end{bmatrix}$$

間接觀測平差方程式

$$V = AX - L$$

$$N = A^T A, \text{ 故 } N = \begin{bmatrix} 2 & 1 & 0 \\ 1 & 3 & 1 \\ 0 & 1 & 2 \end{bmatrix}, N^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{5}{8} & -\frac{1}{4} & \frac{1}{8} \\ -\frac{1}{4} & \frac{1}{2} & -\frac{1}{4} \\ \frac{1}{8} & -\frac{1}{4} & \frac{5}{8} \end{bmatrix}, \text{ 且 } n = \begin{bmatrix} 130.001 \\ 260.003 \\ 110.002 \end{bmatrix}$$

$$X = N^{-1}n, \text{ 故 } X = \begin{bmatrix} \angle APB \\ \angle BPC \\ \angle CPD \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.00013 \\ 70.00075 \\ 20.00063 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30^{\circ}00'0.45'' \\ 70^{\circ}00'2.70'' \\ 20^{\circ}00'2.25'' \end{bmatrix} \cdots \text{各角最或是值。}$$

$$V = AX - L$$

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \\ V4 \\ V5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} +1 & 0 & 0 \\ 0 & +1 & 0 \\ 0 & 0 & +1 \\ +1 & +1 & 0 \\ 0 & +1 & +1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 30.00013 \\ 70.00075 \\ 20.00063 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 30.000 \\ 70.000 \\ 20.000 \\ 100.001 \\ 90.002 \end{bmatrix} =$$

$$\begin{bmatrix} V1 \\ V2 \\ V3 \\ V4 \\ V5 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 30.00013 \\ 70.00075 \\ 20.00063 \\ 100.0009 \\ 90.00138 \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} 30.000 \\ 70.000 \\ 20.000 \\ 100.001 \\ 90.002 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.00013 \\ 0.00075 \\ 0.00063 \\ -0.00012 \\ -0.00063 \end{bmatrix}$$

$$\text{單位權中誤差 } m_{l_i} = m = \pm \sqrt{\frac{[v \cdot v]}{n-1}} = \pm 0.000829^0 = 2.98''$$

$$\Sigma_X = \begin{bmatrix} M_{X1}^2 & M_{X1X2} & M_{X1X3} \\ M_{X1X2} & M_{X2}^2 & M_{X2X3} \\ M_{X1X3} & M_{X2X3} & M_{X3}^2 \end{bmatrix} = m \cdot N^{-1} = 0.000829 \cdot \begin{bmatrix} 5 & -1 & 1 \\ 8 & 4 & 8 \\ -1 & 1 & -1 \\ 4 & 2 & 4 \\ 1 & -1 & 5 \\ 8 & 4 & 8 \end{bmatrix}$$

$$\Sigma_X = \begin{bmatrix} M_{X1}^2 & M_{X1X2} & M_{X1X3} \\ M_{X1X2} & M_{X2}^2 & M_{X2X3} \\ M_{X1X3} & M_{X2X3} & M_{X3}^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0.000518 & -0.000207 & 0.000104 \\ -0.000207 & 0.000415 & -0.000207 \\ 0.000104 & -0.000207 & 0.000518 \end{bmatrix}$$

$$M_X = \begin{bmatrix} M_{X1} \\ M_{X2} \\ M_{X3} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \pm 1'22'' \\ \pm 1'13'' \\ \pm 1'22'' \end{bmatrix} \cdots \text{各角之中誤差}$$

二、光達 (LiDAR, light detection and ranging) 與攝影測量 (photogrammetry) 是目前二種大面積地形測量的主要光學遙測技術，試就其測量原理、載具、原始量測數據、主被動性、天候限制，比較二者異同。(25分)

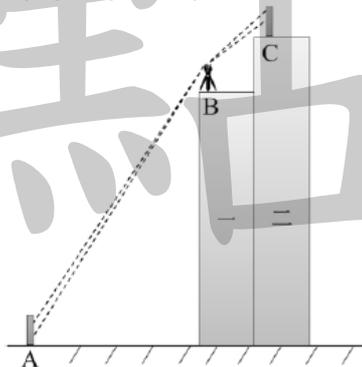
試題評析	攝影測量為成熟且應用於地形測繪多年之技術，光達為近年發展之技術，於101年考題已出現。
考點命中	《高點土木測量學題庫講義》P115，同101年土木技師考題。

解：

特性分析

	攝影測量	光達
測量原理	1.攝影測量為被動接收地面反射之電磁波後於底片(會感測元件)上成像，再組成3D影像後，採用 前方交会法 計算地形點之坐標，並展繪成地形圖。 2.需人工於3D影像模型上，逐點繪製地形圖。	1.光達則是主動式發射電磁波並接收回波後，採用 反射法 計算地形地物點之坐標，並記錄其顏色、反射強度等資訊協助判識地物種類。 2.雖可直接獲得3D點雲，但地物種類仍需由人工判識，且展繪成地形圖，仍需要大量人工後處理。
載具	可裝置於航空器、車輛、固定	同攝影測量
原始量測數據	1.載具的方位與姿態資訊 2.影像資訊	1.載具的方位與姿態資訊 2.電磁回波的分位、坐標、顏色、強度等資訊
主被動性	被動接收地面反射之電磁波	主動式發射電磁波並接收回波
天候限制	拍攝時，受天候或雲霧遮蔽就無法獲得影像，則無法進行地形圖展繪。	雖不受天候影響，但仍會受到地物遮蔽影響而無法掃描到地形地物而缺少點雲資訊。

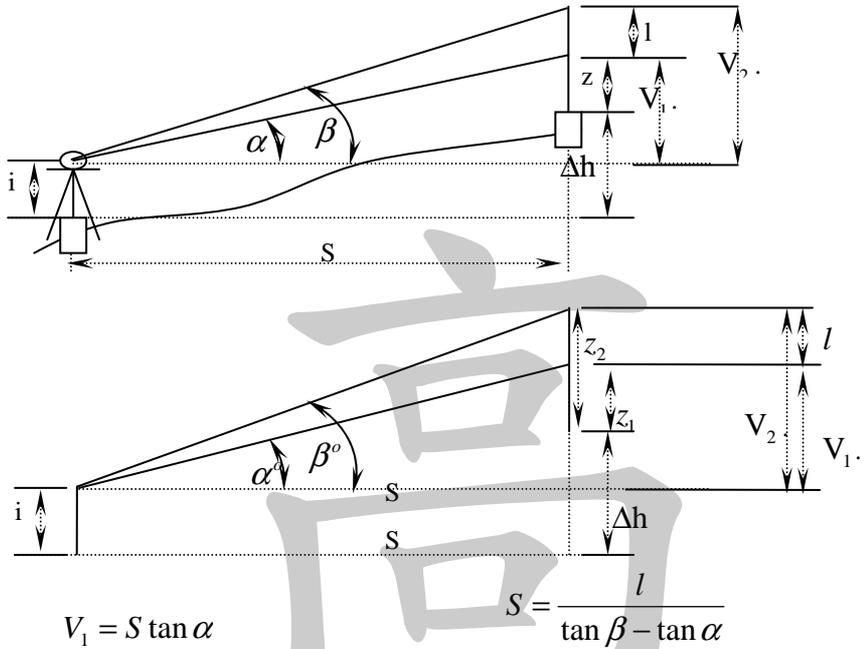
三、擺置經緯儀於大樓一樓頂之測點 B，測得儀器高為 1.55 m，觀測置於地面點 A 之標尺，測得二俯角 $61^{\circ}45'00''$ 、 $62^{\circ}15'00''$ 對應之標尺讀數分別為 2.18 m、0.58 m。另於大樓二樓頂之測點 C 置一標尺，測得二仰角 $45^{\circ}30'00''$ 、 $44^{\circ}45'00''$ ，其對應之標尺讀數分別為 2.08 m、1.55 m，如下圖。試求大樓一及大樓二之樓高。(25分)



試題評析	本題為三角高程中雙高法之延伸應用
考點命中	《高點土木測量學講義》Chap03水準測量之P15

解：

雙高法，可繪製以下略圖。



$$V_1 = S \tan \alpha$$

$$\text{公式 } V_2 = S \tan \beta$$

$$l = V_2 - V_1 = S(\tan \beta - \tan \alpha)$$

$$S = \frac{l}{\tan \beta - \tan \alpha}$$

$$\text{and } \Delta h = V_1 + i - z = V_2 + i - l - z$$

$$h_B = h_A + \Delta h$$

B點儀器高*i*=1.550

觀測C點

$$\text{水平距 } S = \frac{l}{\tan \beta - \tan \alpha} = \frac{2.08 - 1.55}{\tan(45^\circ 30' 00'') - \tan(44^\circ 45' 00'')} = 20.155\text{m}$$

$\Delta h = V_1 + i - z = V_2 + i - l - z = 19.980\text{m}$...為大樓1與大樓2之高差

觀測A點

$$\text{水平距 } S = \frac{l}{\tan \beta - \tan \alpha} = \frac{-2.18 + 0.58}{\tan(61^\circ 45' 00'') - \tan(62^\circ 15' 00'')} = 40.407\text{m}$$

$\Delta h = V_1 + z_1 - i = V_2 + z_2 - i = 75.832\text{m}$...為大樓1之樓高

大樓1之樓高:75.832

大樓2之樓高=75.832+19.980=95.812m

四、已知 $AC=460.10\text{ m}$ 、 $BC=370.55\text{ m}$ ，A 點 (E, N) 坐標為 (355168 m, 2769437 m)，B 點 (E, N) 坐標為 (355008 m, 2769077 m)。

(一)試求在 A、B 兩點北方之 C 點坐標。(20分)

(二)此為何種交會法？(5分)

試題評析	本題為採用距離觀測的前方交會法，計算上為很標準的正算(方位角與距離求坐標差)題型
考點命中	《高點土木測量學講義》Chap05-坐標系統-P04.

解：

(1) 先繪製三點的概略草圖，協助判識

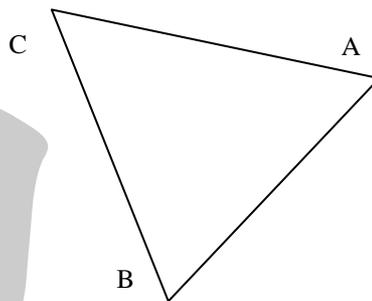
由A點求C點坐標，公式為：

$$\begin{cases} E_C = E_A + \Delta E_{AC} = E_A + D_{AC} \cdot \sin Azi_{AC} \\ N_C = N_A + \Delta N_{AC} = N_A + D_{AC} \cdot \cos Azi_{AC} \end{cases}$$

$$AB = \sqrt{(\Delta E)^2 + (\Delta N)^2} = 393.954\text{m}$$

$$AC = 460.100\text{m}$$

$$BC = 370.550\text{m}$$



透過餘弦公式計算 $\angle B$ 、 $\angle C$

$$\text{餘弦公式 } b^2 = c^2 + a^2 - 2 \cdot c \cdot a \cdot \cos \angle B, \text{ 即 } \angle B = \cos^{-1} \left(\frac{c^2 + a^2 - b^2}{2 \cdot c \cdot a} \right) = 73-55-50$$

$$\text{餘弦公式 } c^2 = a^2 + b^2 - 2 \cdot a \cdot b \cdot \cos \angle C, \text{ 即 } \angle C = \cos^{-1} \left(\frac{a^2 + b^2 - c^2}{2 \cdot a \cdot b} \right) = 55-21-51$$

$$\text{餘弦公式 } a^2 = b^2 + c^2 - 2 \cdot b \cdot c \cdot \cos \angle A, \text{ 即 } \angle A = \cos^{-1} \left(\frac{b^2 + c^2 - a^2}{2 \cdot b \cdot c} \right) = 50-42-19$$

求方位角 Azi_{AB} ：

$$Azi_{AB} = 180^\circ + \tan^{-1} \left(\frac{\Delta E_{AB}}{\Delta N_{AB}} \right) = 180^\circ + \tan^{-1} \left(\frac{-160}{-360} \right) = 203-57-45$$

求方位角 Azi_{AC} ：

$$Azi_{AC} = Azi_{AB} + \angle A = 203-57-45 + 50-42 - 19 = 254-40-04$$

計算C點坐標

$$\begin{cases} E_C = E_A + D_{AC} \cdot \sin Azi_{AC} \\ N_C = N_A + D_{AC} \cdot \cos Azi_{AC} \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_C = 355168 + 460.1 \cdot \sin(254^\circ 40' 04") \\ N_C = 2769437 + 460.1 \cdot \cos(254^\circ 40' 04") \end{cases}$$

$$\begin{cases} E_C = 354724.275 \\ N_C = 2769315.343 \end{cases}$$

(2) 本題為測距的前方交會