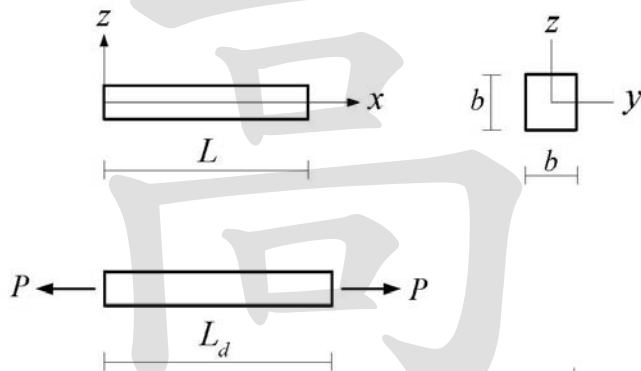


《靜力與材料力學》

- 一、正方形斷面桿件如下圖所示，（無外力作用）桿件為變形前軸向長度 $L=1250\text{mm}$ 、正方形斷面邊長 $b=50\text{mm}$ 。當承受軸拉力 $P=400\text{kN}$ ，桿件變形後軸向長度 $L_d=1251\text{mm}$ 、正方形斷面邊長縮短為 49.99mm ，求此時桿件軸向應力 σ_x 、正向應變 ε_x 及 ε_y 、浦松比 ν 、桿件最大剪應力及最大剪應變。（25分）



試題評析	非常簡單的應力、應變與廣義虎克定理考題，各公式與定義有背皆能得分。
考點命中	1. 《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題6.5.1。 2. 《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題6.5.1。

解：

1. 計算軸向應力 σ_x 、正向應變 ε_x 與 ε_y

$$\text{正方形面積 } A = b^2 = (50)^2 = 2500 \text{ mm}^2$$

$$\text{軸向應力 } \sigma_x = \frac{S_x}{A} = \frac{P}{A} = \frac{400 \times 10^3}{2500} = \underline{160 \text{ MPa}}$$

$$x \text{ 向正向應變 } \varepsilon_x = \frac{\delta_x}{L_x} = \frac{L_d - L}{L} = \frac{1251 - 1250}{1250} = \underline{0.0008}$$

$$y \text{ 向正向應變 } \varepsilon_y = \frac{\delta_y}{b_y} = \frac{b' - b}{b} = \frac{49.99 - 50}{50} = \underline{-0.0002}$$

2. 計算浦松比 ν 、最大剪應力 τ_{\max} 及最大剪應變 γ_{\max}

代入廣義虎克定理如下：

$$\varepsilon_x = \frac{\sigma_x}{E} \Rightarrow 0.0008 = \frac{160}{E} \Rightarrow E = 200000 \text{ MPa} = 200 \text{ GPa}$$

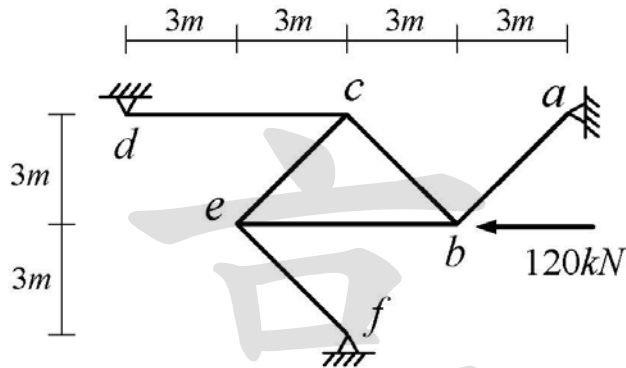
$$\varepsilon_y = -\nu \frac{\sigma_x}{E} \Rightarrow -0.0002 = -\nu(0.0008) \Rightarrow \nu = \underline{0.25}$$

$$\text{最大剪應力 } \tau_{\max} = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{160 - 0}{2}\right)^2 + (0)^2} = \underline{80 \text{ MPa}}$$

$$\text{剪力彈性係數 } G = \frac{E}{2(1+\nu)} = \frac{200}{2(1+0.25)} = 80 \text{ GPa}$$

$$\text{最大剪應變 } \gamma_{\max} = \frac{\tau_{\max}}{G} = \frac{80}{80 \times 10^3} = \underline{0.001}$$

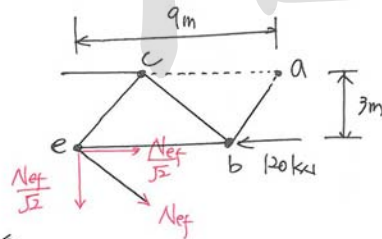
二、如下圖所示之平面桁架結構， a 點、 d 點及 f 點為鉸支承， b 點承受水平集中載重 $120kN$ ，求桁架 ab 、 cd 及 ef 桿件的軸力。(25分)



試題評析	屬於簡單桁架基本題型。
考點命中	與洪達老師突破靜力學P.2-120題型相同。

解：

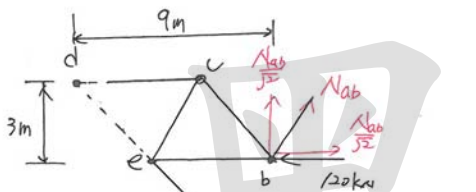
(1)



$$\therefore \sum M_a = 0 \quad \curvearrowright$$

$$\therefore \frac{N_{ef}}{\sqrt{2}}(9) + \frac{N_{ef}}{\sqrt{2}}(3) - 120 \times 3 = 0 \Rightarrow N_{ef} = 30\sqrt{2} \text{ (kN)} \quad (\text{壓})$$

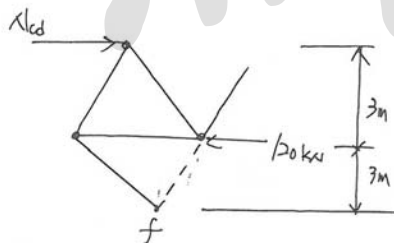
(2)



$$\therefore \sum M_d = 0 \quad \curvearrowright$$

$$\Rightarrow \frac{N_{cb}}{\sqrt{2}}(9) + \frac{N_{cb}}{\sqrt{2}}(3) - 120 \times 3 = 0 \Rightarrow N_{cb} = 30\sqrt{2} \text{ (kN)} \quad (\text{壓})$$

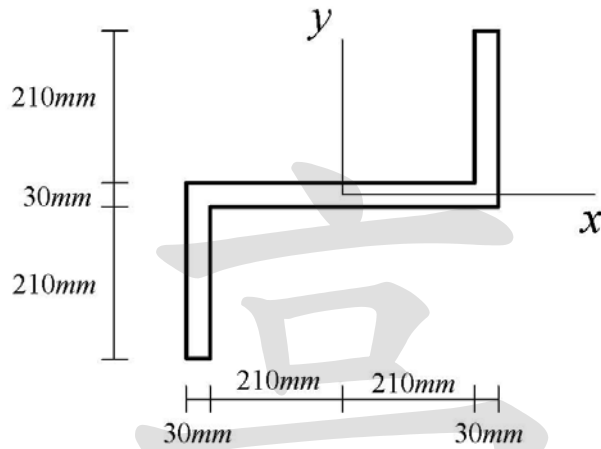
(3)



$$\therefore \sum M_f = 0 \quad \curvearrowright$$

$$\Rightarrow N_{cd}(6) - 120 \times 3 = 0 \Rightarrow N_{cd} = 60 \text{ (kN)} \quad (\text{拉})$$

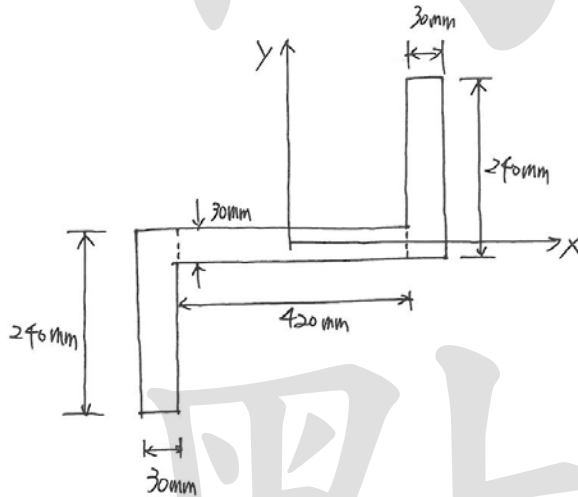
三、梁桿件斷面如下圖所示，求此斷面的慣性矩 I_x 、 I_y 。(25分)



試題評析	屬於面積慣性矩之基本題型。
考點命中	與洪達老師突破靜力學P.5-9題型相同。

解：

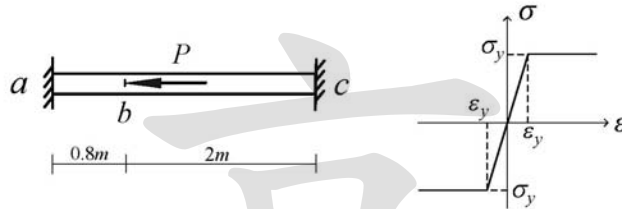
(1)



$$I_x = \frac{1}{12} (420)(30)^3 + 2 \left[\frac{1}{12} (30)(240)^3 + (30)(240)(105)^2 \right] = 228825000 \text{ mm}^4$$

$$I_y = \frac{1}{12} (30)(420)^3 + 2 \left[\frac{1}{12} (240)(30)^3 + (240)(30)(225)^2 \right] = 915300000 \text{ mm}^4$$

四、均質材料桿件，材料之應力應變關係如右下圖所示，圖中降伏應力 $\sigma_y = 250\text{MPa}$ 、降伏應變 $\varepsilon_y = 0.00125$ ，桿件斷面積 $A = 8\text{cm}^2$ ， a 點及 c 點為固定端。當 b 點承受軸向水平外力 $P = 360\text{kN}$ 作用，已知此時 ab 桿件已經降伏，求 bc 桿件軸向應力及軸向應變、 b 點軸向位移、 ab 桿件軸向應變及其應變能。(25分)



試題評析	題目已說 ab 桿件降伏故省去很多分析步驟，也算是個送分題目喔！計算 ab 桿件應變能要能畫出圖形才知道在算甚麼東西。
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題10.1.1。 2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題10.1.2。

解：

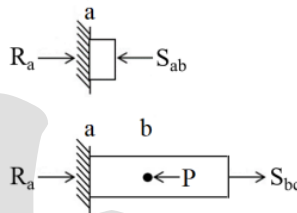
1. 計算 bc 桿件軸向應力 σ_{bc} 及軸向應變 ε_{bc}

題目已述明 ab 桿件已經降伏，代表 ab 桿段內力已達降伏值 $S_{ab} = A\sigma_y = (8 \times 10^2)(250) = 200 \times 10^3 \text{ N} = 200 \text{ kN}$ (壓力)，由水平方向力平衡可得 a 點反力 $R_a = S_{ab} = 200 \text{ kN}$ (→)，接著取出桿件 bc 段可得 bc 桿段內力 $S_{bc} = P - R_a = 360 - 200 = 160 \text{ kN}$ (拉力)，可計算 bc 桿件軸向應力 σ_{bc} ：

$$\sigma_{bc} = \frac{S_{bc}}{A} = \frac{160 \times 10^3}{8 \times 10^2} = 200 \text{ MPa}$$

$$\text{彈性係數 } E = \frac{\sigma_y}{\varepsilon_y} = \frac{250}{0.00125} = 200 \times 10^3 \text{ MPa}$$

$$\text{軸向應變 } \varepsilon_{bc} = \frac{\sigma_{bc}}{E} = \frac{200}{200 \times 10^3} = 0.001 \text{ (伸長)}$$



2. B 點軸向位移 Δ_b

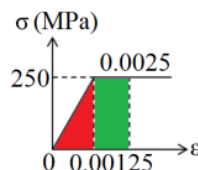
B 點軸向位移 Δ_b 會等於 ab 段縮短量 δ_{ab} 或 bc 段伸長量 δ_{bc} ，採用 bc 段伸長量 δ_{bc} 來計算：

$$\Delta_b = \delta_{bc} = L_{bc}\varepsilon_{bc} = (2)(0.001) = 0.002 \text{ m} (\leftarrow)$$

3. 計算 ab 桿件軸向應變 ε_{ab} 及其應變能 U_{ab}

由 b 點位移 Δ_b 來反推 ab 桿件軸向應變 ε_{ab} ：

$$\Delta_b = \delta_{ab} = L_{ab}\varepsilon_{ab} \Rightarrow \varepsilon_{ab} = -\frac{\delta_{ab}}{L_{ab}} = -\frac{0.002}{0.8} = -0.0025 \text{ (縮短)}$$



欲求 ab 桿件應變能 U_{ab} ，先將應變能密度 u_{ab} 算出後再乘上 ab 桿件體積 V_{ab} 即為

答案：

$$U_{ab} = u_{ab} V_{ab} = \left[\frac{1}{2} (250 \times 0.00125 \times 10^6) + (250 \times 10^6) (0.0025 - 0.00125) \right] (0.8 \times 8 \times 10^{-4})$$

$$\Rightarrow U_{ab} = \underline{300 \text{ N}\cdot\text{m}} = \underline{300 \text{ J}}$$

高

點