

# 《統計學》

一、平西鎮於100年至109年夏季（7-9月）每日最高氣溫高於35°C之日數如下表所示：

年份	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
日數	28	30	26	24	29	32	34	25	42	30

試回答下列問題：

- (一)請判斷這十年間夏季每日最高氣溫高於35°C之日數分布型態為左偏、右偏或對稱，並說明判斷依據。(5分)
- (二)請問這十年間是否有夏季每日最高氣溫高於35°C之日數異常過多或過少之年份，並說明判斷依據。(5分)

<b>試題評析</b>	本題是考敘述統計學中的偏態係數與異常值，都是考古題當中曾經考過的，無論是統計題庫講義與總複習都有相關練習題，獲得滿分不難
<b>考點命中</b>	《高點·高上統計學講義》第一回，趙治勳編撰，第三章，第四節與第五節。

**答：**

$$(一) \text{ 偏態係數 } \alpha_1 = \frac{\sum (X_i - \mu)^3}{\sigma^3} = \frac{\sum X_i^3 - 3\mu \sum X_i^2 + 2N\mu^3}{\sigma^3}$$

$$= \frac{(293526) - 3(30)(9246) + 2(10)(30)^3}{(4.9598)^3} = 1.136$$

由於偏態係數  $\alpha_1 = 1.136 > 0$ ，可以判斷分布型態為右偏

(二) 使用 Z 分數絕對值是否大於 3 作為判斷高溫日數是否異常

年份	100	101	102	103	104	105	106	107	108	109
$ Z  = \left  \frac{X - \mu}{\sigma} \right $	0.40	0	0.81	1.21	0.20	0.40	0.81	1.01	2.42	0

由於沒有 Z 分數之絕對值大於 3，故這十年間沒有異常之年份

二、賢東超商的店長想評估是否應該在週日下午4點到晚上8點的時段多聘僱一位臨時店員，如果這段時間的平均來客數超過200人的話，那麼他就會多聘僱一位臨時店員。店長在過去七個週日記錄該時段的來客數如下表：(25分)

日期(日/月)	12/9	19/9	26/9	3/10	10/10	17/10	24/10
來客數	175	210	190	225	250	190	230

假定此一時段的來客數服從常態分配，請回答下列問題：

- (一)在顯著水準0.1之下，試檢定賢東超商週日下午4點到晚上8點的平均來客數是否大於200人。請完整寫出虛無假設、對立假設、檢定統計量以及結論。(10分)
- (二)試建構此平均來客數的95%信賴區間。(5分)

<b>試題評析</b>	本題是考單一母體平均數之假設檢定與信賴區間，題意清楚，獲得滿分不難
<b>考點命中</b>	《高點·高上統計學講義》第二回，趙治勳編撰，第十章，第五節信賴區間。 《高點·高上統計學講義》第三回，趙治勳編撰，第十一章，第三節假設檢定。

**答：**

令  $X$  表週日來客數

母體： $X \sim N(\mu, \sigma^2)$  假設隨機樣本

樣本： $X_1, X_2, \dots, X_7 \stackrel{iid}{\sim} N(\mu, \sigma^2)$

點估計： $\bar{X} \sim N(\mu, \frac{\sigma^2}{7})$

(一)

$H_0: \mu \leq 200$  vs  $H_1: \mu > 200$

T.S.： $T = \frac{\bar{X} - 200}{S/\sqrt{7}} \sim t_{(7-1=6)}$

R.R.：Reject  $H_0$  at  $\alpha = 0.1$  if  $T^* > t_{(6),0.1} = 1.44$

$\therefore T^* = \frac{210 - 200}{26.6145/\sqrt{7}} = 0.9941 \quad \therefore \text{don't reject } H_0$

結論：我們沒有足夠證據去推論週日下午 4-8 點之平均來客數大於 200 人

(二)

樞紐量： $T = \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{7}} \sim t_{(6)}$

機率區間： $P(-t_{(6),0.025} \leq \frac{\bar{X} - \mu}{S/\sqrt{7}} \leq t_{(6),0.025}) = 0.95$

$\therefore \mu$  之 95% 信賴區間為  $(\bar{X} \mp t_{(6),0.025} \frac{S}{\sqrt{7}}) = (210 \mp 2.447 \frac{26.6145}{\sqrt{7}})$   
 $= (185.385, 234.615)$

三、鎮平公司有兩條生產線，假定生產線A平均每2小時會產出一件不良品，而生產線B則是平均每3小時會產出一件不良品，假定兩條生產線互相獨立而且不良品的產出均服從布瓦松過程 (Poisson Process)，在每天上午8點兩條生產線同時開動後，請回答下列問題：

(一) 第一件不良品是由生產線A生產出來的機率為何？(10分)

(二) 試問生產線B在中午12點暫停休息之前，沒有產出任何一件不良品之機率為何？(10分)

**試題評析** 本題是考指數分配之事件機率計算題，雖然計算過程不難，但考驗考生是否瞭解題意

**考點命中** 《高點·高上統計學講義》第二回，趙治勳編撰，第七章，第二節。

**答：**

令  $X$  表生產線 A 直到第一件不良品之間隔時間(單位時間：小時)

$Y$  表生產線 B 直到第一件不良品之間隔時間(單位時間：小時)

$X \sim \text{Exp}(\lambda = \frac{1}{2}) \perp Y \sim \text{Exp}(\lambda = \frac{1}{3})$

(一)  $P(X < Y) = \int_0^{\infty} \int_x^{\infty} \frac{1}{2} e^{-\frac{1}{2}x} \frac{1}{3} e^{-\frac{1}{3}y} dy dx = \frac{1}{2} \int_0^{\infty} e^{-\frac{5}{6}x} dx = 0.6$

(二)  $P(Y > 4) = e^{-\frac{1}{3} \times 4} = 0.2636$

四、某醫學中心蒐集就診人的資料以驗證吸菸與心臟血管疾病之關係，資料如下：

吸菸習慣		不吸菸	偶爾吸菸	吸菸	大量吸菸
心臟血管疾病	無	500	100	150	50
	有	50	40	80	30

其中偶爾吸菸指平均一天吸菸不超過5支，吸菸表示一天吸菸5支到1包（20支），大量吸菸表示一天吸菸1包以上。

- (一) 試檢定吸菸量與是否罹患心臟血管疾病有無相關。請完整寫出虛無假設、對立假設、檢定統計量及若使用之顯著水準為0.05之結論。（10分）
- (二) 試檢定不吸菸者罹患心臟血管疾病的機率是否小於吸菸者罹患心臟血管疾病的機率。請完整寫出虛無假設、對立假設、檢定統計量及結論。（10分）

<b>試題評析</b>	本題是考卡方獨立性檢定與兩獨立母體成功比例假設檢定，題意清楚，統計題庫與總複習講義都有相關練習題，獲得滿分不難
<b>考點命中</b>	《高點·高上統計學講義》第三回，趙治勳編撰，第十三章。 《高點·高上統計學講義》第三回，趙治勳編撰，第十一章，第三節假設檢定。

答：

$O_{ij}/E_{ij}$		吸菸習慣				總計
		不吸菸	偶爾吸菸	吸菸	大量吸菸	
心臟血管疾病	無	500/440	100/112	150/184	50/64	800
	有	50/110	40/28	80/46	30/16	200
總計		550	140	230	80	1000

$H_0$ : 吸菸量與心臟血管疾病無關 vs  $H_1$ : 吸菸量與心臟血管疾病有關

T.S.:  $\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^4 \frac{(O_{ij} - E_{ij})^2}{E_{ij}} \sim \chi^2_{((2-1)(4-1)=3)}$

R.R.: Reject  $H_0$  at  $\alpha = 0.05$  if  $\chi^{2*} > \chi^2_{(3)0.05} = 7.81$

$\because \chi^{2*} = 94.063 \therefore$  reject  $H_0$

結論：我們有足夠證據去推論吸菸量與是否罹患心臟血管疾病有關

(二)

令  $X_1, X_2$  分別表不吸菸者與吸菸者有罹患心臟血管疾病

母體： $X_1 \sim Ber(p_1) \perp X_2 \sim Ber(p_2)$  假設 (1)  $X_1 \perp X_2$  (2) 隨機樣本

樣本： $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1550} \sim Ber(p_1)$   $X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2230} \sim Ber(p_2)$

點估計： $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \underset{by\ C.L.T.}{\sim} N(p_1 - p_2, \frac{p_1(1-p_1)}{550} + \frac{p_2(1-p_2)}{230})$

$H_0: p_1 \geq p_2$  vs  $H_1: p_1 < p_2$  【版權所有，重製必究！】

T.S.:  $Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (0)}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})(\frac{1}{550} + \frac{1}{230})}} \underset{by\ C.L.T.}{\sim} N(0,1)$  其中  $\hat{p} = \frac{50+80}{550+230} = 0.1667$

R.R.: Reject  $H_0$  at  $\alpha = 0.05$  if  $Z^* < -z_{0.05} = -1.645$

$$\therefore Z^* = \frac{\left(\frac{50}{550} - \frac{80}{230}\right) - (0)}{\sqrt{0.1667(1-0.1667)\left(\frac{1}{550} + \frac{1}{230}\right)}} = -8.78 \quad \therefore \text{reject } H_0$$

結論：我們有足夠證據去推論不吸菸者罹患心臟血管疾病之機率小於吸菸者

五、全東機械公司想要評估3種不同的製程方式對產量的影響，於是由旗下的5個工廠分別使用3種製程方式進行為期一週的生產，產量資料如下：

製程方式		A	B	C	平均	變異數
工廠	甲	15	16	17	16	1
	乙	14	13	15	14	1
	丙	11	11	14	12	3
	丁	15	13	17	15	4
	戊	11	13	15	13	4
平均		13.2	13.2	15.6		
變異數		4.2	3.2	1.8		

所有15筆資料之整體平均產量為14，變異數為4。

(一)試問此為何種實驗設計？並說明該設計在此一評估下的優點。(5分)

(二)請列出正確的變異數分析(ANOVA)表以檢定製程方法對產量是否有顯著影響。在顯著水準0.05之下，請完整寫出虛無假設、對立假設、檢定統計量及結論。(15分)

<b>試題評析</b>	本題是考 RBD 變異數分析，此屬計算題型，統計題庫與總複習講義都有相關練習題，獲得滿分不難
<b>考點命中</b>	《高點·高上統計學講義》第三回，趙治勳編撰，第十二章。

**答：**

(一)  
此為隨機集區設計(RBD)。

優點：將不同工廠對產量之影響隨機化，可以減少實驗誤差所帶來的差異(SSE↓)

(二)

假設模型： $Y_{ij} = \mu + \alpha_i + \beta_j + \varepsilon_{ij}, \varepsilon_{ij} \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, 5, j = 1, 2, 3$

ANOVA TABLE				
source	SS	d.f.	MS	F
製程 A	19.2	2	9.6	$F_1^* = 11.294$
工廠 B	30	4	7.5	$F_2^* = 8.824$
Error	6.8	8	0.85	
Total	56	14	$MST = 4$	

註：整體產量變異數即為  $MST = 4$

$$SSA = \sum \sum (\bar{Y}_{.j} - \bar{Y})^2 = 5[(13.2-14)^2 + (13.2-14)^2 + (15.6-14)^2] = 19.2$$

$$SSB = \sum \sum (\bar{Y}_{i.} - \bar{Y})^2 = 3[(16-14)^2 + (14-14)^2 + (12-14)^2 + (15-14)^2 + (13-14)^2] = 30$$

$$H_0: \mu_1 = \mu_2 = \mu_3 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1: \text{至少一個 } \mu_i \neq \mu_j, i \neq j$$

$$T.S.: F = \frac{MSA}{MSE} \sim F_{(2,8)}$$

R.R.: Reject  $H_0$  at  $\alpha = 0.05$  if  $F^* > F_{(2,8)0.05} = 4.46$

$$\because F_1^* = 11.294 \quad \therefore \text{reject } H_0$$

結論：我們有足夠證據去推論製程方法對產量有顯著影響

六、禮樂餐飲集團想研究南屏縣各大學學生人數與校園周邊餐廳數量的關係，資料如下：

大學	自強	樂群	真平	美樂	靜平	平均	變異數	標準差
學生數 (千)	5	12	6	10	7	8	8.5	2.92
餐廳數	10	25	12	15	18	16	34.5	5.87

學生數(千)與餐廳數的相關係數約為0.847。

今若以學生數(千)為解釋變數、餐廳數為反應變數配適一簡單線性迴歸模型，請完成以下之迴歸分析及變異數分析(ANOVA)表格中空格部分(A)至(Q)，並請列出必要之計算過程或理由。(15分)

迴歸分析表：

	估計值	標準誤	t-值	P值
截距	(A)	5.21	(B)	0.6820
學生數 (千)	(C)	(D)	(E)	0.0702
決定係數(Coefficient of determination, $R^2$ ) = (F)				
調整後R平方(Adjusted $R^2$ ) = (G)				

變異數分析(ANOVA)表：

	自由度	平方和 (SS)	均方和 (MS)	F值	P值
學生數 (千)	(H)	(I)	(J)	(K)	(L)
殘差	(M)	(N)	(O)		
總體	(P)	(Q)			

<b>試題評析</b>	本題是考簡單線性迴歸模型，考驗考生對公式間之轉換計算，統計題庫與總複習講義都有相關練習題，獲得滿分不難
<b>考點命中</b>	《高點·高上迴歸分析講義》趙治勳編撰，第八章。

答：

$X$  表學生數， $Y$  表餐廳數

假設模型： $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_i + \varepsilon_i, \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2), i = 1, 2, \dots, 5$

給定： $\bar{X} = 8, \bar{Y} = 16, r_{XY} = 0.847, S_x^2 = \frac{SS_x}{n-1} = 8.5 \Rightarrow SS_x = (5-1)S_x^2 = 34$

$$S_y^2 = \frac{SS_y}{n-1} = 34.5 \Rightarrow SS_y = (5-1)S_y^2 = 138$$

(註：以下按照解答順序)

$$(C) \hat{\beta}_1 = r_{XY} \frac{S_Y}{S_X} = 0.847 \times \frac{5.87}{2.92} = 1.703$$

$$(A) \hat{\beta}_0 = \bar{Y} - \hat{\beta}_1 \bar{X} = 16 - 1.703(8) = 2.376$$

$$(B) \frac{\hat{\beta}_0}{S(\hat{\beta}_0)} = \frac{2.376}{5.21} = 0.456$$

$$(F) R^2 = r_{XY}^2 = 0.847^2 = 0.7174$$

$$(G) R_{adj}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n-1}{n-k-1} = 1 - (1 - 0.7174) \frac{5-1}{5-1-1} = 0.6232$$

$$(O) MSE = (1 - R_{adj}^2) S_Y^2 = (1 - 0.6232) 34.5 = 13$$

$$(D) S(\hat{\beta}_1) = \sqrt{\frac{MSE}{SS_X}} = \sqrt{\frac{13}{34}} = 0.6183$$

$$(E) \frac{\hat{\beta}_1}{S(\hat{\beta}_1)} = \frac{1.703}{0.6183} = 2.7543$$

$$(H) k=1 \quad (M) n-2=5-2=3 \quad (P) n-1=5-1=4$$

$$(I) SSR = \hat{\beta}_1^2 SS_X = 1.703^2 \times 34 = 98.607$$

$$(Q) SST = SS_Y = 138$$

$$(N) SSE = (n-2)MSE = (5-2)13 = 39$$

$$(J) MSR = \frac{SSR}{k} = \frac{98.607}{1} = 98.607$$

$$(K) F = \frac{MSR}{MSE} = \frac{98.607}{13} = 7.5852$$

$$(L) p\text{-value} = P(F_{(1,3)} > 7.5852) > 0.05$$

【版權所有，重製必究！】

# 行政有福了

# 高點搶救弱科 成功贏佔高普考！

### 魔訓課程

- ★ 早午晚密集進度
- ★ 點名制終結惰性
- ★ 6週封閉訓練

### 課程特色

- ★ 精品班只收30人/科
- ★ 老師親授破除盲點
- ★ 專屬助教個別解惑
- ★ 與狀元一起讀書會

高考一般行政  
【狀元】黃稚閱

我就是海量練題考取的！

### 模考內容

複習考+週考+全真模考

- ★ 考古題：提升答題力
- ★ 時事題：新知全掌握
- ★ 修法題：爭點全破解

名師打前鋒，助教手把手

## 6週

# 狂做題

課表操課監管嚴

海量做題提分快

### 行政狂做題班

權威開課 台北·台中

111/5上旬

全修 15,000元

單科 3,500元

※限面授

### 寫作實戰特攻包

(含狂做題+申寫班+誘答班)

## 7,000元起

### 申論寫作班

限額小班

行政法/政治學/  
行學+公策+公管/  
各國考銓/  
刑法(含刑總)/刑訴

單科 2,500元起

※限面授/VOD·函授另有優惠！

一般行政 一般民政 戶政 人事行政 法律廉政 財經廉政

【知識達數位科技股份有限公司附設臺北市私立高上文理短期補習班】

【高點數位科技股份有限公司附設私立高點文理短期補習班】

【高點數位科技股份有限公司附設新竹市私立高點建國文理短期補習班】

【高點數位科技股份有限公司附設臺中市私立高點文理短期補習班】

【高點數位科技股份有限公司附設嘉義市私立高點建國文理短期補習班】

【高點數位科技股份有限公司附設臺南市私立高點文理短期補習班】

【高點數位科技股份有限公司附設高雄市私立高點文理短期補習班】

台北市開封街一段2號8樓

桃園市中壢區中山路100號14樓

新竹市東區民族路7號4樓

台中市東區大智路36號2樓

嘉義市垂楊路400號7樓

台南市中西區中山路147號3樓之1

高雄市新興區中山一路308號8樓

北市教四字第32151號

府教習字第0990091487號

府教社字第1020399275號

中市教終字第1090019268號

府教社字第1011513214號

南市教社字第09912575780號

高市教四字第0980051133號



另有 政大·淡江·三峽·羅東·逢甲·東海·中技·中科·彰化·雲科·中正