
大吉
總複習班 提升統整力
求勝科目 共同科目+專業科目
好試解籤 重點歸納、時事修法以及命題趨勢提醒。
達人推薦 張逸仙 普考地政
高點總複習課程不僅可以快速複習重點，命中率也很高！我特別推薦許文昌跟于俊明老師，教學認真、教材豐富，非本科系的考生也能快速上手，讀書更有效率！
考場保庇價
三等5,500元
四等4,500元
定價 8,000元起
大吉
題庫班 打造高分力
求勝科目 經濟學/財政學/稅法/會計/審計/政會
好試解籤 名師嚴選經典考題，傳授看題能力以及教導高分答題技巧！
達人推薦 柯辰穎
高普考財稅行政雙榜
隨著考期越來越近，我開始感到心慌，所以跑去報名會計＆經濟＆財政的題庫班，老師解題讓我釐清觀念，增加解題能力。
考場保庇價
2,100元起/科
4堂/科 定價 4,000元
高點・高上
高普考衝刺
商資・地政 必勝錦囊
考運亨通
大吉
申論寫作班 論正寫題力
求勝科目 民法
好試解籤 課前練題，高質量批改服務，建立答題架構，提高寫作高分力！
達人推薦 李濤亦 高普考會計雙榜
高點老師猜申論題命中率非常高！審計公報後期時間不太夠，只抓老師重點來背，申論竟拿到32分！
考場保庇價
3,000元/科
6堂起/科 定價 5,000元
大吉
公經進階班 鞏固強試力
好試解籤 透析考題趨勢，加強進階內容，使考生能進一步掌握艱深考題。
達人推薦 陳樂庭 高考經建行政【狀元】
推薦張政(張家瑋)老師的公經進階課程，他用數理詳細說明觀念，讓我實力大增！
考場保庇價
3,000元
大吉
狂做題班 海量練題
求勝科目 會計學/經濟學/財政學(限面授)
好試解籤 名師親帶搭配專屬助教輔導練，喚醒你切中核心的解題力！
達人推薦 曹同學 地特三等會計新北市【榜眼】
陳世華(邱垂炎)老師出的每個主題章節題目包含詳盡的常考重點，一定要做熟，可加深印象
考場保庇價
6,000元起/科
以上考場優惠110/12/31前有效，限面授/VOD，當期最新優惠洽各分班櫃檯或高上生活圈！
另有行動版課程隨時可上試聽＆購課，請至
1 知識達購課館 ec.ibrain.com.tw
2 高點網路書店 publish.get.com.tw

《統計學》

一、令X,Y的聯合機率密度函數（Joint probability density function）為f(x,y)= $cye^{-x^2/2}$, $0<y^2<x<\infty$。求c使得f(x,y)符合聯合機率密度函數的要求；並求X,Y的邊際機率密度函數（Marginal probability density function），$f_X(x)$、$f_Y(y)$、以及E(X)、Var(X)。（25分）

試題評析	本題是考二元隨機變數之邊際分配與期望值之計算題型，微積分能力要求較高，但相關題型於統計題庫中都有大量類似之練習題，其中 $X\sim Weibull(\alpha,\lambda)$，其 $E(X),V(X)$ 更是講義中特別提醒同學注意的問題，獲得高分不難
考點命中	1. 《高點・高上統計學講義》第一回，趙治勳編撰，第五章第三節。 2. 《高點・高上統計學講義》第二回，趙治勳編撰，第七章第五節例 12(3)。

答：

(一) 根據機率公理假設 $\int_0^\infty\int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} cye^{-\frac{x^2}{2}}dydx=1$

$$\int_0^\infty\int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} cye^{-\frac{x^2}{2}}dydx=2\int_0^\infty\int_0^{\sqrt{x}} cye^{-\frac{x^2}{2}}dydx=c\int_0^\infty xe^{-\frac{x^2}{2}}dx\overset{令u=x^2}{=}c\frac{1}{2}\int_0^\infty e^{-\frac{u}{2}}du=c=1$$

$\therefore c=1$

(二) $f_X(x)=\int_{-\sqrt{x}}^{\sqrt{x}} ye^{-\frac{x^2}{2}}dy=2\int_0^{\sqrt{x}} ye^{-\frac{x^2}{2}}dy=xe^{-\frac{x^2}{2}},0<x<\infty$

$\therefore X\sim Weibull(\alpha=2,\lambda=\frac{1}{2})$

(三) $f_Y(y)=\int_{y^2}^\infty ye^{-\frac{x^2}{2}}dx=y\sqrt{2\pi}\int_{y^2}^\infty\frac{1}{\sqrt{2\pi}}e^{-\frac{x^2}{2}}dx=y\sqrt{2\pi}P(Z\ge y^2)$

$=y\sqrt{2\pi}P(Z\le -y^2)=y\sqrt{2\pi}\Phi(-y^2),-\infty<y<\infty$

$$E(X^c)=\int_0^\infty x^c xe^{-\frac{x^2}{2}}\overset{令u=x^2}{=}\frac{1}{2}\int_0^\infty u^{\frac{c}{2}}e^{-\frac{u}{2}}du=\frac{1}{2}\int_0^\infty u^{1+\frac{c}{2}-1}e^{-\frac{1}{2}u}du=2^{\frac{c}{2}}\Gamma(1+\frac{c}{2}),c>-2$$

(四) $E(X^1)=2^{\frac{1}{2}}\Gamma(1+\frac{1}{2})=\sqrt{2}\Gamma(\frac{3}{2})=\sqrt{2}\frac{1}{2}\Gamma(\frac{1}{2})=\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}}$

(五) $V(X)=E(X^2)-[E(X)]^2=2-(\frac{\sqrt{\pi}}{\sqrt{2}})^2=2-\frac{\pi}{2}=0.4292$

其中 $E(X^2)=2^{\frac{2}{2}}\Gamma(1+\frac{2}{2})=2\Gamma(2)=2$

二、令X_i, $i=1,2,...,n$為幾何分配Geo(p)的隨機樣本，請證明以動差法及最大概似估計法求得之p的估計式是相同的。請定義充分統計量，並回該估計式是否為p的充分統計量？（20分）

試題評析	本題是考幾何分配參數點估計量與充分統計量之計算題型，所有題型於講義中都有類似之練習題，獲得滿分不難

考點命中	1. 《高點・高上統計學講義》第二回，趙治勳編撰，第十章第三節例 3。 2. 《迴歸分析申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，第一篇第三章。

答：

$X_1, X_2, \ldots, X_n \overset{iid}{\sim} Geo(p)$

(一) 令 $E(X)=\dfrac{1}{p}=\overline{X} \Rightarrow \hat{p}_{MME}=\dfrac{1}{\overline{X}}$

(二) $L(p)=\prod_{i=1}^{n} f(x_i;p)=p^n(1-p)^{\sum x_i - n}$

$\ln L(p)=n\ln p+(\sum x_i - n)\ln(1-p)$

令 $\dfrac{d\ln L(p)}{dp}=\dfrac{n}{p}-\dfrac{\sum x_i - n}{1-p}=0$ 且 $\dfrac{d^2\ln L(p)}{dp^2}<0$

$\Rightarrow \hat{p}_{MLE}=\dfrac{1}{\overline{x}}$

故 $\hat{p}_{MLE}=\dfrac{1}{\overline{X}}$ 為 p 之最大概似估計量

可得 $\hat{p}_{MME}=\hat{p}_{MLE}=\dfrac{1}{\overline{X}}$

(三) 設 $T=T(X_1,\ldots,X_n)$ 為統計量且 θ 為母體未知參數

若 $f(x_1,x_2,\ldots,x_n \mid T;\theta)$ 與 θ 無關

則 T 為 θ 之充分統計量

(四) $f(x_1,x_2,\ldots,x_n;p)=p^n(1-p)^{\sum x_i - n}=1\times(\dfrac{p}{1-p})^n(1-p)^{\sum x_i}$

$h(x_1,x_2,\ldots,x_n)=1$ ， $g(\sum x_i \mid p)=(\dfrac{p}{1-p})^n(1-p)^{\sum x_i}$

由 Neyman-Fisher 分解定理，$\sum_{i=1}^{n} X_i$ 為 p 之充分統計量

$\because$ 充分統計量之不變性

$\therefore \dfrac{1}{\overline{X}}=\dfrac{n}{\sum_{i=1}^{n} X_i}$ 也為 p 之充分統計量

三、假設X為二項分配Bin(5, p)的一個隨機樣本，欲根據此隨機樣本檢定H_0：p＝0.2 vs. H_1：p＝0.8。在$\alpha=\dfrac{1}{120}$的顯著水準下，求最強力檢定（most powerful test）的棄卻城G，以及真正的型一錯誤率$P(X\in R \mid H_0)$，求G的檢定力（power）。（25分）

試題評析	本題是考最強檢定力檢定 MPT 之計算題型，相關題型於數統講義中都有大量練習題，獲得滿分不難
考點命中	《迴歸分析申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，第一篇第五章。

答：

(一)

母體、樣本： $X \sim Bin(n=5, p)$

$$L(p)=f_X(x;p)=\binom{5}{x}p^x(1-p)^{5-x}$$

$H_0: p=0.2$ vs $H_1: p=0.8$

令 $\lambda=\dfrac{L(p=0.2)}{L(p=0.8)}=\dfrac{\binom{5}{x}0.2^x0.8^{5-x}}{\binom{5}{x}0.8^x0.2^{5-x}}=(\dfrac{0.8}{0.2})^5(\dfrac{0.2}{0.8})^{2x}\le k$

$\Rightarrow x\ge k_1$

$\alpha=\dfrac{1}{120}=P(X\ge c\mid p=0.2)\ \Rightarrow c=4$ 　其中 $X \overset{H_0\text{為真}}{\sim} Bin(n=5, p=0.2)$

由 Neyman-Pearson Lemma，$G=\{x\mid x\ge 4\}$ 為顯著水準 $\alpha=\dfrac{1}{120}$ 下，$H_0: p=0.2$ vs $H_1: p=0.8$ 之MPT

(二) $\alpha=P(X\ge 4\mid p=0.2)=\binom{5}{4}0.2^4 0.8^{5-4}+\binom{5}{5}0.2^5 0.8^{5-5}=0.00672$

(三) $power=P(X\ge 4\mid p=0.8)=\binom{5}{4}0.8^4 0.2^{5-4}+\binom{5}{5}0.8^5 0.2^{5-5}=0.73728$

四、隨機樣本$X_{ij}\sim N(\theta_i,\sigma^2)$, $i=1,2,3,4,\ j=1,2,...,10$。樣本觀察值的敘述性統計如下表：

i	1	2	3	4
平均數	7	6	11	8
標準差	2.75	2.21	2.62	2.54

在$\alpha=5\%$的顯著水準下，請完成下列假說檢定。

(一)$H_0: \theta_i=\theta$ for all i vs. $H_1: \theta_i\ne\theta$ for some i。（20分）

(二)$H_0: \theta_2-\theta_3+\theta_4=0$ vs. $H_1: \theta_2-\theta_3+\theta_4\ne 0$。（10分）

試題評析	本題是考變異數分析之相關計算題，講義與總複習題庫中都有相關練習題，獲得滿分不難。
考點命中	1. 《高點 • 高上統計學講義》第三回，趙治勳編撰，第十二章例 8。 2. 《高點 • 高上統計學總複習講義》第一回，趙治勳編撰，精選 100 題 84 題。

答：

(一)

ANOVA TABLE

source	SS	d.f.	MS	F
處理	140	3	46.667	$F^*=7.246$
Error	231.8634	36	6.44065	
Total	371.8634	39		

其中 $SSE=\sum_{i=1}^{k}(n_i-1)S_i^2=(10-1)(2.75^2+2.21^2+2.62^2+2.54^2)=231.8634$

$$SSE=\sum_{i=1}^{k}n_i(\bar{X}_{i\cdot}-\bar{\bar{X}})=10[(7-8)^2+(6-8)^2+(11-8)^2+(8-8)^2]=140$$

其中 $\bar{\bar{X}}=\dfrac{7+6+11+8}{4}=8$

$H_0:\theta_1=\theta_2=\theta_3=\theta_4=\theta$ vs $H_1:$至少一個 $\theta_i\neq\theta$

T.S.： $F=\dfrac{MSR}{MSE}\sim F_{(3,36)}$

R.R.：Reject H_0 at $\alpha=0.05$ if $F^*>F_{(3,36)0.05}\approx 2.84$

$\because F^*=7.246$ $\therefore$ reject H_0

我們有足夠證據去推論四個處理之平均數不盡相等

(二)

點估計： $\bar{X}_{2\cdot}-\bar{X}_{3\cdot}+\bar{X}_{4\cdot}\sim N(\theta_2-\theta_3+\theta_4,\dfrac{\sigma^2}{10}+\dfrac{\sigma^2}{10}+\dfrac{\sigma^2}{10}=\sigma^2\dfrac{3}{10})$

$H_0:\theta_2-\theta_3+\theta_4=0$ vs $H_1:\theta_2-\theta_3+\theta_4\neq 0$

T.S.： $T=\dfrac{(\bar{X}_{2\cdot}-\bar{X}_{3\cdot}+\bar{X}_{4\cdot})-(0)}{\sqrt{MSE\dfrac{3}{10}}}\sim t_{(36)}$

R.R.：Reject H_0 at $\alpha=0.05$ if $|T^*|>t_{(36)0.025}\approx 2.0301$

$\because T^*=\dfrac{(6-11+8)-(0)}{\sqrt{6.44065(\dfrac{3}{10})}}=2.158$ $\therefore$ reject H_0

我們有足夠證據去推論 $\theta_2-\theta_3+\theta_4\neq 0$