

**大吉** **總複習班** → **提升統整力**

**求勝科目** 共同科目+專業科目

**好試解籤** 重點歸納、時事修法以及命題趨勢提醒。

**達人推薦** **張逸仙** 普考地政  
高點總複習課程不僅可以快速複習重點，命中率也很高！我特別推薦許文昌跟于俊明老師，教學認真、教材豐富，非本科系的考生也能快速上手，讀書更有效率！

**考場保庇價** 三等 **5,500元** 定價 8,000元起  
四等 **4,500元**

**大吉** **題庫班** → **打造高分力**

**求勝科目** 經濟學/財政學/稅法/會計/審計/政會

**好試解籤** 名師嚴選經典考題，傳授看題能力以及教導高分答題技巧！

**達人推薦** **柯辰穎**  
高普考財稅行政雙榜  
隨著考期越來越近，我開始感到心慌，所以跑去報名會計&經濟&財政的題庫班，老師解題讓我釐清觀念，增加解題能力。

**考場保庇價** **2,100元起/科**  
4堂/科 定價 4,000元

**高點·高上**  
**高普考** 衝刺  
**商資·地政** 必勝錦囊

考運亨通

**大吉** **申論寫作班** → **論正寫題力**

**求勝科目** 民法

**好試解籤** 課前練題，高質量批改服務，建立答題架構，提高寫作高分力！

**達人推薦** **李濤亦** 高普考會計雙榜  
高點老師猜申論題命中率非常高！審計公報後期時間不太夠，只抓老師重點來背，申論竟拿到**32分**！

**考場保庇價** **3,000元/科**  
6堂起/科 定價 5,000元

**大吉** **公經進階班** → **鞏固強試力**

**好試解籤** 透析考題趨勢，加強進階內容，使考生能進一步掌握艱深考題。

**達人推薦** **陳樂庭** 高普考經建行政【狀元】  
推薦張政(張家璋)老師的公經進階課程，他用數理詳細說明觀念，讓我實力大增！

**考場保庇價** **3,000元**

**大吉** **狂做題班** → **海量練題**

**求勝科目** 會計學/經濟學/財政學(限面授)

**好試解籤** 名師親帶搭配專屬助教輔導練，喚醒你切中核心的解題力！

**達人推薦** **曹同學** 地特三等會計新北市【榜眼】  
陳世華(邱垂炎)老師出的每個主題章節題目包含詳盡的常考重點，一定要做熟，可加深印象

**考場保庇價** **6,000元起/科**

以上考場優惠 110/12/31 前有效，限面授/VOD，當期最新優惠洽各分班櫃檯或高上生活圈！



另有**行動版課程**隨時可上  
試聽&購課，請至

**1** 知識達購課館  
ec.ibrain.com.tw



**2** 高點網路書店  
publish.get.com.tw



# 《迴歸分析》

一、下表為中華民國110年10月底人口數、性別比例及人口密度統計表。

縣市	土地面積 (平方公里)	人口數			性別比例(每百女 子所當男子數)	人口密度(每平方 公里人口數)
		總計	男	女		
新北市	2,052.57	4,014,869	1,960,442	2,054,427	95.43	1,956.02
臺北市	271.7997	2,538,299	1,208,385	1,329,914	90.86	9,338.86
桃園市	1,220.95	2,272,663	1,125,386	1,147,277	98.09	1,861.38
臺中市	2,214.90	2,815,477	1,382,072	1,433,405	96.42	1,271.15
臺南市	2,191.65	1,864,799	928,682	936,117	99.21	850.86
高雄市	2,951.85	2,749,293	1,355,140	1,394,153	97.20	931.38
宜蘭縣	2,143.63	451,175	227,222	223,953	101.46	210.47
新竹縣	1,427.54	574,806	293,417	281,389	104.27	402.66
苗栗縣	1,820.31	538,940	277,786	261,154	106.37	296.07
彰化縣	1,074.40	1,257,033	638,686	618,347	103.29	1,169.99
南投縣	4,106.44	485,983	248,298	237,685	104.47	118.35
雲林縣	1,290.83	671,182	346,966	324,216	107.02	519.96
嘉義縣	1,903.64	494,293	256,417	237,876	107.79	259.66
屏東縣	2,775.60	805,717	410,328	395,389	103.78	290.29
臺東縣	3,515.25	213,718	109,715	104,003	105.49	60.80
花蓮縣	4,628.57	321,971	162,726	159,245	102.19	69.56
澎湖縣	126.8641	106,147	54,656	51,491	106.15	836.7
基隆市	132.7589	364,766	181,861	182,905	99.43	2,747.58
新竹市	104.1526	452,844	223,672	229,172	97.60	4,347.89
嘉義市	60.0256	265,208	128,102	137,106	93.43	4,418.25
金門縣	151.656	141,180	70,367	70,813	99.37	930.92
連江縣	28.8	13,516	7,822	5,694	137.37	469.31

若性別比例為 $X$ ，人口密度為 $Y$ ，且 $\sum X = 2,256.69$ 、 $\sum Y = 33,358.11$ 、 $\sum X^2 = 233,202.3$ 、 $\sum Y^2 = 147,581,075$ 及 $\sum XY = 3,226,744$ ，計算性別比例與人口密度之相關係數。(10分)

**試題評析** 本題是考相關係數之計算題，只要沒有計算錯誤，獲得滿分不難。

**考點命中** 《迴歸分析申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，頁 8-1。

**答：**

$$r_{XY} = \frac{SS_{XY}}{\sqrt{SS_X} \sqrt{SS_Y}} = \frac{-195024.78}{\sqrt{1718.22} \sqrt{97000915.77}} = -0.4777$$

$$\text{其中 } SS_X = \sum X^2 - \frac{(\sum X)^2}{n} = 233202.3 - \frac{(2256.69)^2}{22} = 1718.22$$

$$SS_Y = \sum Y^2 - \frac{(\sum Y)^2}{n} = 147581075 - \frac{(33358.11)^2}{22} = 97000915.77$$

$$SS_{XY} = \sum XY - \frac{(\sum X)(\sum Y)}{n} = 3226744 - \frac{(2256.69)(33358.11)}{22} = -195024.78$$

二、依題一的資料，以人口密度作為反應變數，其他皆為解釋變數進行迴歸模型分析，得到以下參數估計結果：

	Estimate	Std error
(Intercept)	10,890.376	3,076.995
土地面積	-0.550	0.178
人口數 總計	0.053	0.0101
人口數 男	-0.110	0.022
人口數 女	NA	NA
性別比例	-76.789	28.760

(一)參數估計表中之「NA」表示估計結果是不可得到的；詳述「人口數 女」之參數估計結果為「NA」之原因。(5分)

(二)詳述「土地面積」之迴歸係數估計值的意義。(5分)

(三)在顯著水準為0.01下，檢定各解釋變數之顯著性；並依此結果決定那些變數可被剔除。(10分)

試題評析	本題是考複迴歸之迴歸係數顯著性檢定與線性重合之觀念，只要沒有計算錯誤，獲得滿分不難。
考點命中	《迴歸分析申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，第九章。

答：

(一)由於 $\langle \text{人口數總計} = \text{人口數男} + \text{人口數女} \rangle$ 且 $\langle \text{性別比例} = \text{人口數男} / \text{人口數女} \rangle$ ，表示模型存在完全線性重合之問題。

(二)在固定其他自變數(人口數總計,人口數男,性別比例)下，土地面積每增加1平方公里，平均人口密度估計值會減少0.55人/每平方公里。

(三)假設模型： $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \beta_3 X_{3i} + \beta_4 X_{4i} + \varepsilon_i, \varepsilon_i \sim N(0, \sigma^2)$

	Estimate	Std error	T
(Intercept)	10890.376	3076.995	3.539
土地面積( $X_1$ )	-0.550	0.178	-3.090
人口數 總計( $X_2$ )	0.053	0.0101	5.248
人口數 男( $X_3$ )	-0.110	0.022	-5.000
性別比例( $X_4$ )	-76.789	28.760	-2.670

$H_0: \beta_j = 0$  vs  $H_1: \beta_j \neq 0, j = 1, 2, 3, 4$

T.S.:  $T_j = \frac{\hat{\beta}_j - 0}{S(\hat{\beta}_j)} \sim t_{(22-4-1=17)}, j = 1, 2, 3, 4$

R.R.: Reject  $H_0$  at  $\alpha = 0.01$  if  $|T_j^*| > t_{(17)0.005} = 2.898, j = 1, 2, 3, 4$

$\because |T_1^*| = 3.090 > 2.898 \quad \therefore \text{reject } H_0: \beta_1 = 0$

$\because |T_2^*| = 5.248 > 2.898 \quad \therefore \text{reject } H_0: \beta_2 = 0$

$\because |T_3^*| = 5.000 > 2.898 \quad \therefore \text{reject } H_0: \beta_3 = 0$

$\because |T_4^*| = 2.670 < 2.898 \quad \therefore \text{don't reject } H_0: \beta_4 = 0$

根據以上各迴歸係數之邊際檢定，建議將自變數性別比例( $X_4$ )從模型中剔除。

三、依題二的迴歸模型分析，得到以下變異數分析 (Analysis of variance, ANOVA) 表：

Source of variation	Degrees of freedom	Sum of squares	Mean square	F
Regression	(1)	(4)	(6)	(8)
Error	(2)	18,022,930	(7)	
Total	(3)	(5)		

(一)寫出ANOVA表中(1)至(8)的值。(8分)

(二)計算判定係數 $R^2$ 及調整判定係數 $R_a^2$ ，並詳述兩者之意義與差異。(10分)

(三)下表為各解釋變數之變異膨脹因子 (variance inflation factor, VIF)：

	土地面積	人口數 總計	人口數 男	性別比例
VIF	1.178	2,876.474	2,870.672	1.341

詳述何謂VIF及其值的意義。(12分)

**試題評析** 本題是考複迴歸之判定係數與變異數膨脹因子，都是考古題中常用之主題，獲得滿分不難。

**考點命中** 《迴歸分析申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，頁 8-17、9-12、12-2。

**答：**

(一)

ANOVA TABLE				
source	d.f.	SS	MS	F
Reg	4	78977985.77	19744496.44	$F^* = 18.624$
Error	17	18022930	1060172.353	
Total	21	97000915.77		

其中  $SST = SS_y = 97000915.77$

$SSR = SST - SSE = 97000915.77 - 18022930 = 78977985.77$

(二)  $R^2 = \frac{SSR}{SST} = 0.8142$  表示應變數之總變異中，可以由迴歸模型解釋部分所佔之比重

$$R_{adj}^2 = 1 - \frac{SSE / (n - k - 1)}{SST / (n - 1)} = 1 - \frac{18022930 / 17}{97000915.77 / 21} = 0.7705$$

表示以自由度去調整判定係數

$$\text{兩者關係：} R_{adj}^2 = 1 - (1 - R^2) \frac{n - 1}{n - k - 1}$$

兩者差異：

當模型考慮之自變數個數增加時判定係數 $R^2$ 必然會增加，但加入之自變數是否擁有真正的解釋能力就不得而知。調整後判定係數 $R_{adj}^2$ 以自由度去調整判定係數，使得 $R_{adj}^2$ 在自變數個數增加時不一定會變大。

(三)VIF 是變異數膨脹因子(Variance-inflating factor)

$VIF_j = \frac{1}{1 - R_j^2}$  其中 $R_j^2$ 表示以自變數 $X_j$ 作為應變數，其他自變數作為自變數進行迴歸分析所得之判定係數。當VIF大於10表示模型可能存在線性重合之問題。

由於人口數總計( $X_2$ )與人口數男( $X_3$ )之VIF均大於10，表示模型可能存在線性重合之問題。

四、若SSR表示迴歸平方和 (sum of squares for regression)

(一)詳述「額外的平方和 (Extra sum of squares)」 $SSR(X_1, X_4 | X_2, X_3)$ 的意義。(5分)

## (二)詳細推導

$$SSR(X_1, X_2, X_3, X_4) = SSR(X_1) + SSR(X_2 | X_1) + SSR(X_3 | X_1, X_2) + SSR(X_4 | X_1, X_2, X_3)。$$
 (10分)

試題評析	本題是考額外平方和之觀念，是考古題中常用之問題，獲得滿分不難。
考點命中	《迴歸分析申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，頁9-10。

## 答：

(一)  $SSR(X_1, X_4 | X_2, X_3)$  表示當模型已經考慮  $X_2, X_3$  下， $X_1, X_4$  所能夠解釋之變異程度。即為當模型已經考慮  $X_2, X_3$  下，增加  $X_1, X_4$  兩個自變數之後迴歸平方和  $SSR$  所增加之數量。

(二) 由於  $SSR(X_2 | X_1) = SSR(X_1, X_2) - SSR(X_1)$

$$SSR(X_3 | X_1, X_2) = SSR(X_1, X_2, X_3) - SSR(X_1, X_2)$$

$$SSR(X_4 | X_1, X_2, X_3) = SSR(X_1, X_2, X_3, X_4) - SSR(X_1, X_2, X_3)$$

故  $SSR(X_1) + SSR(X_2 | X_1) + SSR(X_3 | X_1, X_2) + SSR(X_4 | X_1, X_2, X_3)$

$$\begin{aligned} &= SSR(X_1) + [SSR(X_1, X_2) - SSR(X_1)] \\ &\quad + [SSR(X_1, X_2, X_3) - SSR(X_1, X_2)] \\ &\quad + [SSR(X_1, X_2, X_3, X_4) - SSR(X_1, X_2, X_3)] \\ &= SSR(X_1, X_2, X_3, X_4) \quad \text{得證} \end{aligned}$$

五、若考慮一因子變異數分析有  $t$  個處理，每個處理有  $r$  個觀測值，其模型表示如下：

$$Y_{ij} = \mu + \tau_i + \varepsilon_{ij}, \quad i=1, 2, \dots, t, \quad j=1, 2, \dots, r,$$

其中  $\mu$  為總平均數， $\tau_i$  為第  $i$  個處理效應， $\varepsilon_{ij}$  是隨機誤差項。

(一) 若以線性迴歸模型

$$Y = X\beta + \varepsilon$$

改寫上述一因子變異數分析模型，請定義  $Y, X, \beta$  及  $\varepsilon$ ，並詳述其維度。(10分)

(二) 為統計推論之目的，說明隨機誤差項所需的假設。(5分)

(三) 若欲檢定是否存在處理效應，請詳述此檢定之虛無假設、對立假設、檢定統計量及其拒絕域。(10分)

試題評析	本題是考利用虛擬變數改寫變異數分析模型，是考古題中常用之問題，獲得滿分不難。
考點命中	《迴歸分析申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，第十一章。

## 答：

(一)

$$Y = \begin{bmatrix} Y_1 \\ Y_2 \\ \vdots \\ Y_r \end{bmatrix}_{tr \times 1}, \quad \beta = \begin{bmatrix} \beta_0 \\ \beta_1 \\ \vdots \\ \beta_{t-1} \end{bmatrix}_{t \times 1}, \quad \varepsilon = \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \vdots \\ \varepsilon_r \end{bmatrix}_{tr \times 1}, \quad X = \begin{bmatrix} 1 & X_{11} & \cdots & X_{(t-1)1} \\ 1 & X_{12} & \cdots & X_{(t-1)2} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ 1 & X_{1r} & \cdots & X_{(t-1)r} \end{bmatrix}_{tr \times t}$$

$$\text{其中 } X_i = \begin{cases} 1, & \text{第 } i \text{ 個處理} \\ 0, & \text{o.w.} \end{cases}, \quad i=1, 2, \dots, t-1$$

(二)  $\varepsilon \sim N(0, I_r \sigma^2)$

$$\text{其中 } \underline{0} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix}_{tr \times 1}, \quad I_r \sigma^2 = \begin{bmatrix} \sigma^2 & 0 & \cdots & 0 \\ 0 & \sigma^2 & \cdots & 0 \\ 0 & \vdots & \ddots & \vdots \\ 0 & 0 & \cdots & \sigma^2 \end{bmatrix}$$

(三)  $H_0: \mu_1 = \mu_2 = \cdots = \mu_t$  vs  $H_1: \text{至少一個 } \mu_i \neq \mu_j, i \neq j$

$$\text{T.S.: } F = \frac{MSR}{MSE} \sim F_{(t-1, tr-t)}$$

R.R.: Reject  $H_0$  at  $\alpha$  if  $F^* > F_{\alpha(t-1, tr-t)}$

高點  
·  
高上

【版權所有，重製必究！】

經濟會計財政有福了

# 高點搶救弱科 快速贏回高普考！

- ★授課6-8堂/科
- ★詳解模考週考
- ★寫作批改指導

- ★落實點名出缺勤
- ★自修教室

名師打前鋒，助教手把手

6週

狂做題

照表操課監管嚴

海量做題提分快



- ★每科小考 7 次
- ★週考 3 次
- ★全真模考 1 次

科目	經濟 / 8堂	會計 / 8堂	財政 / 6堂
台北	蔡經緯(蔡培榮)	鄭泓(鄭凱文)	張政(張家瑋)
台中	張政(張家瑋)		盛華仁(陳揚仁)
110/12/31前 憑110地特准考證	\$7,000元起	\$7,000元起	\$6,000元起

【知識數位科技股份有限公司附設臺北市私立高上文理短期補習班】  
 【高點數位科技股份有限公司附設私立高點文理短期補習班】  
 【高點數位科技股份有限公司附設新竹市私立高點建國文理短期補習班】  
 【高點數位科技股份有限公司附設臺中市私立高點文理短期補習班】  
 【高點數位科技股份有限公司附設嘉義市私立高點建國文理短期補習班】  
 【高點數位科技股份有限公司附設臺南市私立高點文理短期補習班】  
 【高點數位科技股份有限公司附設高雄市私立高點文理短期補習班】

台北市開封街一段2號8樓  
 桃園市中壢區中山路100號14樓  
 新竹市東區民族路7號4樓  
 台中市東區大智路36號2樓  
 嘉義市垂楊路400號7樓  
 台南市中西區中山路147號3樓之1  
 高雄市新興區中山一路308號8樓

北市教四字第32151號  
 府教習字第0990091487號  
 府教社字第1020399275號  
 中市教終字第1090019268號  
 府教社字第1011513214號  
 南市教社字第09912575780號  
 高市教四字第0980051133號



另有：政大·淡江·三峽·羅東·逢甲·東海·中技·中科·彰化·雲科·中正