

# 《測量學概要》

一、在一個Y形網中，按同一等級直接水準測量分別由三個水準路線觀測得到的結點P之高程成果如下表所示，試求P點高程之最或然值及其中誤差。(25分)

路線	P點之高程	路線長
1	63.640 m	6.0 km
2	63.655 m	5.0 km
3	63.676 m	4.0 km

**試題評析** 本題為水準測量併加權平均值之應用。

**考點命中** 第一章測量概論P.07

解：

觀念探討

1. 水準測量之權與距離成反比： $P \propto \frac{1}{S}$  ( $\because C\sqrt{K}$ )

$$\text{加權平均值 } H_p = \frac{P_1 H_1 + P_2 H_2 + P_3 H_3}{P_1 + P_2 + P_3}$$

2. 加權平均值之中誤差

$$\because \sigma_i = \frac{\sigma}{\sqrt{p_i}} = \sqrt{\frac{[p \cdot v \cdot v]}{p_i(n-1)}}$$

$$\sigma_L^2 = \left(\frac{P_1}{P_1 + \dots + P_n}\right)^2 \sigma_{l_1}^2 + \left(\frac{P_2}{P_1 + \dots + P_n}\right)^2 \sigma_{l_2}^2 + \dots + \left(\frac{P_n}{P_1 + \dots + P_n}\right)^2 \sigma_{l_n}^2$$

$$M_L = \pm \sqrt{\frac{[p \cdot v \cdot v]}{[p] \cdot (n-1)}}$$

題解：

1. 計算各測段之權比值

$$P_1 : P_2 : P_3 = \frac{1}{S_1} : \frac{1}{S_2} : \frac{1}{S_3} = \frac{1}{6} : \frac{1}{5} : \frac{1}{4} = 10 : 12 : 15$$

2. 計算P點最或然值

$$H_p = \frac{P_1 H_1 + P_2 H_2 + P_3 H_3}{P_1 + P_2 + P_3} = \frac{10 \cdot 63.640 + 12 \cdot 63.655 + 15 \cdot 63.676}{10 + 12 + 15} = 63.659m$$

3. 計算P點中誤差

$$V_{H_1} = H_1 - H_p = 63.640 - 63.659 = -0.019$$

$$V_{H_1} = H_1 - H_p = 63.655 - 63.659 = -0.004$$

$$V_{H_1} = H_1 - H_p = 63.676 - 63.659 = +0.017$$

$$\begin{aligned}\sigma_{H_p} &= \pm \sqrt{\left(\frac{p_1}{p_1+p_2+p_3} \frac{V_{H_1}}{(n-1)}\right)^2 + \left(\frac{p_2}{p_1+p_2+p_3} \frac{V_{H_2}}{(n-1)}\right)^2 + \left(\frac{p_3}{p_1+p_2+p_3} \frac{V_{H_3}}{(n-1)}\right)^2} \\ &= \pm \sqrt{\left(\frac{10}{10+12+15} \frac{-0.019}{(3-1)}\right)^2 + \left(\frac{12}{10+12+15} \frac{-0.004}{(3-1)}\right)^2 + \left(\frac{15}{10+12+15} \frac{0.017}{(3-1)}\right)^2} \\ &= \pm 0.004m\end{aligned}$$

二、試說明對向交互水準測量作業程序、應用時機與可消除那些誤差的影響。(25分)

<b>試題評析</b>	本題為討論對向水準之應用。
<b>考點命中</b>	第三章水準測量P.16。

解：

(一) 程序：

對向水準測量(多日多次重複觀測取平均值)

近尺讀數  $b_1$  &  $b_2$  為無誤差，

遠尺讀數  $f_1$  &  $f_2$  含儀器系統誤差(視準軸誤差)、地球曲率、大氣折光影響(視兩觀測量所含誤差相同)。

同一台水準儀分別於A(得  $b_1$  &  $f_1$ )與B(得  $b_2$  &  $f_2$ )點觀測對向位置(高程差取平均可消誤差)。

$$\Delta h = \frac{1}{2}\{(b_1 - f_1) + (b_2 - f_2)\} = \frac{1}{2}\{[b_1 - (\bar{f}_1 + e)] + [(\bar{b}_2 + e) - f_2]\}$$

$$= \frac{1}{2}\{(b_1 + \bar{b}_2) - (\bar{f}_1 + f_2)\} = \Delta h$$

$$e = \frac{1}{2}\{(b_2 - f_2) - (b_1 - f_1)\} = \frac{1}{2}\{[(\bar{b}_2 + e) - f_2] - [b_1 - (\bar{f}_1 + e)]\} = e$$

(二) 時機：

水準測量需通過遠距處，且中途無法架設儀器(如河谷、車道)，

(三) 可消除之誤差：

交換位置可同時補償儀器系統誤差(視準軸誤差)、地球曲率、大氣折光影響

三、如示意圖所示，AE間為茂密樹林無法通視，應用開放導線分別於A、B、C、D及E設站觀測導線之水平距離與右旋角如下表。若已知測站A點平面坐標  $(E_A, N_A) = (5000.00, 5000.00)$  且後視A→N方位角為  $5^\circ 11' 40''$ ，是計算E點平面坐標  $(E_E, N_E)$  及A→E方位角。(25分)

測站	水平距離 (m)	右旋角	示意圖
A	1,007.60	$115^\circ 18' 20''$	
B		$161^\circ 24' 10''$	
C	567.66	$204^\circ 50' 5''$	
D	582.24	$273^\circ 46' 40''$	
E	1,829.36		

**試題評析** 本題為導線測量中利用方位角與距離計算坐標應用。

**考點命中** 第六章導線測量P.06

解：

**問題剖析**

$$\begin{aligned} \text{橫距} = \Delta X &= D_{AB} \cdot \sin \varphi_{AB} \\ \text{縱距} = \Delta Y &= D_{AB} \cdot \cos \varphi_{AB} \end{aligned} \rightarrow \begin{cases} X_B = X_A + \Delta X = X_A + D_{AB} \cdot \sin \varphi_{AB} \\ Y_B = Y_A + \Delta Y = Y_A + D_{AB} \cdot \cos \varphi_{AB} \end{cases}$$

**參考題解**

1. 解算各段方位角

$$\phi_j = \phi_i + \gamma_{ij} \pm 180$$

$$\phi_{AB} = \phi_A + r_A = 5^\circ 11' 40'' + 115^\circ 18' 20'' = 120^\circ 30' 00''$$

$$\phi_{BC} = \phi_{AB} + r_B = 120^\circ 30' 00'' + 161^\circ 24' 10'' - 180^\circ = 101^\circ 54' 10''$$

$$\phi_{CD} = \phi_{BC} + r_C = 101^\circ 54' 10'' + 204^\circ 50' 05'' - 180^\circ = 126^\circ 44' 15''$$

$$\phi_{DE} = \phi_{CD} + r_D = 126^\circ 44' 15'' + 273^\circ 46' 40'' - 180^\circ = 220^\circ 30' 55''$$

2. 解算各點坐標

$$\text{橫距} = \Delta X = D_{AB} \cdot \sin \varphi_{AB}$$

$$\text{縱距} = \Delta Y = D_{AB} \cdot \cos \varphi_{AB}$$

	方位角	距離	$\Delta E$	$\Delta N$	E	N
A					5000.00	5000.00
B	120 30 0	1007.60	868.18	-511.40	5868.18	4488.60
C	101 54 10	567.66	555.45	-117.08	6423.63	4371.52
D	126 44 15	582.24	466.60	-348.27	6890.23	4023.26
E	220 30 55	1829.36	-1188.45	-1390.74	5701.79	2632.52

## 3. 解算AE方位角

$$\Delta E_{AE} = +701.79$$

$$\Delta N_{AE} = -2367.48$$

$$\phi_{AE} = 90^\circ + \tan^{-1}\left(\frac{\Delta N}{\Delta E}\right) = 163^\circ 29' 20''$$

四、若以n種不同精度之經緯儀測量同一個水平角之觀測量 (Observations) 及其權重分別以  $L_i$ 、 $p_i$ ， $i=1,2,\dots,n$ 表示，是計算觀測量最或是值、剩餘誤差、平均誤差、單位權中誤差及觀測量最或是值中誤差。(25分)

**試題評析** 本題權重之討論與應用。

**考點命中** 第一章測量概論P.07.

解：

**問題剖析**

權表示相對精度：精度愈高，權愈大。 $P \propto \frac{1}{m^2}$

**參考題解**

不等精度(亦不等權)之觀測值  $l_1 \sim l_n$

## 1. 解算最或是值

$$\text{最或是值(加權平均值)} = L = \frac{p_1 \cdot l_1}{p_1 + \dots + p_n} + \dots + \frac{p_n \cdot l_n}{p_1 + \dots + p_n} = \frac{[p \cdot l]}{[p]}$$

## 2. 解算剩餘誤差

$$\text{觀測量的改正數(與誤差異號)} v_i = L - l_i = \frac{[p \cdot l]}{[p]} - l_i = \frac{[p \cdot l] - [p] \cdot l_i}{[p]}$$

## 3. 計算平均誤差

$$\text{平均誤差} = \text{誤差之平均值} \bar{v} = \frac{v_1 + v_2 + \dots + v_n}{n} = \frac{[v]}{n}$$

## 4. 計算單位權中誤差

單位權中誤差  $= m = \pm \sqrt{\frac{[p \cdot v \cdot v]}{n-1}}$  (平均值的單位權中誤差)

5. 計算觀測量最或是值中誤差

最或是值中誤差  $M_L = \pm \sqrt{\frac{[p \cdot v \cdot v]}{[p] \cdot (n-1)}}$

高

點

【版權所有，翻印必究】