

大吉

## 總複習班 → 提升統整力

- 求勝科目** 共同科目+專業科目
- 好試解籤** 重點歸納、時事修法以及命題趨勢提醒。
- 達人推薦** 張逸仙 普考地政  
高點總複習課程不僅可以快速複習重點，命中率也很高！我特別推薦許文昌跟于俊明老師，教學認真、教材豐富，非本科系的考生也能快速上手，讀書更有效率！



三等 **5,000** 元 定價 8,000元起

四等 **4,000** 元起

大吉

## 題庫班 → 打造高分力

- 求勝科目** 經濟學/財政學/稅法/會計/審計/政會
- 好試解籤** 名師嚴選經典考題，傳授看題能力以及教導高分答題技巧！
- 達人推薦** 柯辰穎  
高普考財稅行政雙榜  
隨著考期越來越近，我開始感到心慌，所以跑去報名會計&經濟&財政的題庫班，老師解題讓我釐清觀念，增加解題能力。



**1,800** 元起/科

4堂/科 定價 5,000元

# 高點 · 高上

## 高普考 衝刺

商資 · 地政 / 必勝錦囊

考運亨通

大吉

## 申論寫作班 → 論正寫題力

- 求勝科目** 審計/民法
- 好試解籤** 課前練題，高質量批改服務，建立答題架構，提高寫作高分力！
- 達人推薦** 李濤亦 高普考會計雙榜  
高點老師請申論題命中率非常高！審計公報後期時間不太凶，只抓老師重點來背，申論竟拿到**32分**！



**2,500** 元/科

6堂起/科 定價 5,000元

大吉

## 公經進階班 → 鞏固強試力

- 好試解籤** 透析考題趨勢，加強進階內容，使考生能進一步掌握艱深考題。
- 達人推薦** 陳樂庭 高普考經建行政【狀元】  
推薦張政(張家璋)老師的公經進階課程，他用數理詳細說明觀念，讓我實力大增！



**2,500** 元

以上考場優惠 110/10/20 前有效，限面授/VOD，當期最新優惠洽各分班櫃檯或高上生活圈！



另有**行動版課程**隨時可上  
試聽&購課，請至

1 知識達購課館  
ec.ibrain.com.tw



2 高點網路書店  
publish.get.com.tw



# 《抽樣方法》

95%信心水準請利用  $Z_{0.025} = 1.96$  計算

一、某人欲研析某地區街貓數目，將該地區劃分為四等份並編號  $i=1, 2, 3, 4$  如下：

1	2
3	4

而其所採之抽樣設計分兩階段進行如下：

(1) 首先隨機選擇一個區域並觀察該區域街貓數目( $y$ )。

(2) 若  $y > 10$ ，則繼續觀察其相鄰之兩個區域作為樣本區域，否則若  $y \leq 10$ ，則隨機選擇剩下未觀察之三個區域中的其中一個區域作為樣本區域。

例如若第 1 個區域在第(1)階段被選，且  $y \leq 10$ ，則在其他第 2, 3, 4 等三個區域中再隨機選擇一個區域觀察，若  $y > 10$ ，則繼續觀察第 2 及 3 個區域。注意：第 1 及第 4 個區域不相鄰，同理第 2 及第 3 個區域不相鄰。今假設該地區街貓實際分布如下：

$y_1=7$	$y_2=13$
$y_3=19$	$y_4=1$

請根據此抽樣設計及母體，回答下列問題：(每小題 5 分，共 20 分)

(一) 若不考慮樣本出現順序，樣本組合為  $s=(2, 3)$  之機率為何？

(二) 第 4 個區域之抽樣包含機率 (inclusion probability) ？

(三) 若以觀察值之平均值，記為  $\bar{y}$ ，為母體平均之估計量，請問  $\bar{y}$  之偏誤 (bias) 為何？

(四) 請問  $\bar{y}$  之均方誤差 (mean square error) 為何？

## 試題評析

本題是根據題目之抽樣設計計算抽樣分配，再計算偏誤與MSE，屬於常考之題型，只要考生有清楚瞭解抽樣設計方法，獲得高分不是難事。

## 考點命中

《抽樣方法申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，第一章例6, 9, 38。

## 答：

先把所有可能樣本結果列出，如下：

第一階段編號	1			2		3		4		
街貓數目 $y_i$	7 < 10			13 > 10		19 > 10		1 < 10		
第二階段 樣本區域編號	2	3	4	(1, 4)		(1, 4)		1	2	3
機率	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4}$		$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

(一) 由上表可知，第二階段樣本區域編號並沒有(2, 3)，故樣本組合為  $s=(2, 3)$  之機率為 0

(二) 由上表可知，第二階段樣本區域編號包含第 4 個區域有 3 種情況，故

$$P(\text{第4個區域抽樣包含}) = \frac{1}{4} \times \frac{1}{3} + \frac{1}{4} + \frac{1}{4} = \frac{7}{12}$$

(三)

第二階段 樣本區域編號	2	3	4	(1, 4)	(1, 4)	1	2	3
樣本值 $y_i$	7, 13	7, 19	7, 1	13, 7, 1	13, 7, 1	1, 7	1, 13	1, 19
$\bar{y}$	10	13	4	7	7	4	7	10
機率	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$	$\frac{1}{4} \times \frac{1}{3}$

 $\bar{y}$  之抽樣分配

$\bar{y}$	4	7	10	13
機率	$\frac{1}{6}$	$\frac{7}{12}$	$\frac{1}{6}$	$\frac{1}{12}$

$$E(\bar{y}) = 4 \times \frac{1}{6} + 7 \times \frac{7}{12} + 10 \times \frac{1}{6} + 13 \times \frac{1}{12} = 7.5$$

$$\text{母體平均數 } \bar{Y} = \frac{7+13+19+1}{4} = 10$$

$$\text{因此, } bias(\bar{y}) = E(\bar{y}) - \bar{Y} = 7.5 - 10 = -2.5$$

$$(四) E(\bar{y}^2) = 4^2 \times \frac{1}{6} + 7^2 \times \frac{7}{12} + 10^2 \times \frac{1}{6} + 13^2 \times \frac{1}{12} = 62$$

$$V(\bar{y}) = E(\bar{y}^2) - [E(\bar{y})]^2 = 62 - 7.5^2 = 5.75$$

$$\text{因此, } MSE(\bar{y}) = V(\bar{y}) + [E(\bar{y}) - \bar{Y}]^2 = 5.75 + (7.5 - 10)^2 = 12$$

二、某人於康寧鄉進行一項有關 110 年 6 月農牧業從業戶之生產成本及收入調查，該鄉共有 3 戶養豬場，10 戶養雞場，農業從業戶之戶數不詳，但由航空測量之空照圖可判明康寧鄉之農地面積為 300 公頃，而根據公務資料，康寧鄉 6 月之雞隻在養隻數為 10,000 隻。其抽樣設計如下：養豬場全選，養雞場及農業戶則分別以簡單隨機抽樣取出不放回之方式各選擇 4 戶養雞場及 10 戶農業戶，調查所得資料如下：

養豬場：

6 月平均在養豬頭數	500	750	200
6 月生產成本 (萬元)	300	450	150

養雞場：

6 月平均在養雞隻數	500	1500	300	200
6 月生產成本 (萬元)	35	120	15	30

農業戶：

耕地面積 (公頃)	2	0.5	5	1	0.3	2	1.2	3	1	4
6 月生產成本 (萬元)	2	6	6	1	5	5	2	3	5	5

請回答下列問題：

(一)請以您認為合適的估計量推估康寧鄉養雞場平均 6 月每場之生產成本以及其 95% 信賴區間，並說明使用該估計量之理由，並據以計算如果下年度想針對康寧鄉的養雞場再執行一次生產成本調查以推估該年度 6 月平均每場生產成本，並希望能將 95% 最大抽樣誤差控制在 6 萬元以內，請問所需最小樣本數為何？(15 分)

- (二)請問康寧鄉畜牧戶從業戶 6 月平均每場之生產成本以及其 95%信賴區間為何？(10 分)
- (三)請以您認為合適的估計量推估康寧鄉 6 月總生產成本以及其 95%信賴區間，並說明使用該估計量之理由。(10 分)
- (四)請問康寧鄉 6 月農牧業總生產成本以及其 95%信賴區間為何？(5 分)

試題評析	本題考生要先注意到題目可能有誤，邏輯上應該問平均每隻雞之生產成本，但題目問平均每場之生產成本。又本題分為三群，各群都有不同之抽樣方式與資料型態，橫跨講義中許多章節內容，雖然所有內容上課講義都有，但還是考驗考生的熟悉度。
考點命中	《高點·高上抽樣方法講義》第一回，趙治勳撰，第五、七、十八章。

答：

(一)群集抽樣法

(注意：題目是問平均每場生產成本，不是平均每隻雞之生產成本(有可能是題目有誤，但還是以平均每場

生產成本解答)，所以用  $\bar{y}_t$  作為點估計，而不是  $\bar{y}_{cl} = \frac{N}{M} \bar{y}_t$ )

令  $\bar{Y}_2$  表養雞場從業戶之平均每場生產成本(萬元)

$$\bar{y}_{2t} = \frac{35+120+15+30}{4} = 50 \text{ (萬元)}$$

$$s_{\bar{y}_{2t}} = \sqrt{(1-f) \frac{s_{2t}^2}{n}} = \sqrt{(1-\frac{4}{10}) \frac{2250}{4}} = 18.3712 \quad \text{其中 } s_{2t}^2 = \frac{\sum_{i=1}^n (y_{2i} - \bar{y}_{2t})^2}{n_2 - 1} = 2250$$

$$(\bar{y}_{2t} \pm 1.96s_{\bar{y}_{2t}}) = (13.9924, 86.0076) \text{ (萬元)}$$

$$n_0 = \frac{\frac{z_{\alpha}^2 s_{2t}^2}{2}}{B^2} = \frac{1.96^2 2250}{6^2} = 240.1$$

$$n = \frac{n_0}{1 + \frac{n_0}{N}} = 9.6 \approx 10 \text{ 表示需要進行全查，才能夠達到95%信賴水準及誤差在6萬元以內}$$

(二)畜牧業從業戶包括養豬場與養雞場，其中養豬場是全查，不會產生抽樣誤差

令  $\bar{Y}$  表畜牧業從業戶之平均每場生產成本(萬元)

$\bar{Y}_1$  表養豬場從業戶之平均每場生產成本(萬元)

$\bar{Y}_2$  表養雞場從業戶之平均每場生產成本(萬元)

$$\bar{Y} \text{ 之點估計量： } \bar{y} = \frac{N_1 \bar{Y}_1 + N_2 \bar{y}_{2t}}{N_1 + N_2} = \frac{3 \times \frac{300+450+150}{3} + 10 \times \frac{35+120+15+30}{4}}{13} = 107.6923 \text{ (萬元)}$$

$$s_{\bar{y}} = \sqrt{s^2(\bar{y})} = \sqrt{s^2 \left( \frac{N_1 \bar{Y}_1 + N_2 \bar{y}_{2t}}{N_1 + N_2} \right)} = \sqrt{\frac{N_2^2 s^2(\bar{y}_{2t})}{(N_1 + N_2)^2}} = \sqrt{\frac{10^2 337.5010}{(3+10)^2}} = 14.1317$$

$$\text{其中 } \because s^2(\bar{Y}_1) = 0 \text{ 及由(1)得知 } s^2(\bar{y}_{2t}) = 18.3712^2 = 337.5010$$

$$(\bar{y} \pm 1.96s_{\bar{y}}) = (79.9942, 135.3904) \text{ (萬元)}$$

(三)首先，要注意到本題是問6月之每場總生產成本，再來本題除了要像(二)考慮到畜牧業從業戶外，還要考慮

到農業從業戶，但農業從業戶之戶數不詳，只知道總面積大小，故需要按照密度之觀念以推估母體6月之每場總生產成本（理論類似上課講義第十八章第四節）

令  $Y_3$  表農業從業戶之每場總生產成本

$$\hat{\lambda} = \sum_{i=1}^n \frac{y_i}{a_i} \text{ 表平均每1公頃之每場總生產成本估計量 (這就是密度)}$$

$$y_3 = A\hat{\lambda} \text{ 表農業從業戶之每場總生產成本估計量}$$

$$s_{y_3} = A \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{\sum_{i=1}^n a_i}} \text{ 表估計量 } y_3 \text{ 之標準誤估計量}$$

$Y$  之點估計量：

$$y = N_1\bar{Y}_1 + N_2\bar{y}_{2t} + y_3$$

$$s_y = \sqrt{s^2(y)} = \sqrt{s^2(N_1\bar{Y}_1 + N_2\bar{y}_{2t} + y_3)} = \sqrt{N_1^2 s^2(\bar{Y}_1) + N_2^2 s^2(\bar{y}_{2t}) + s^2(y_3)}$$

$Y$  之95%信賴區間為  $(y \pm 1.96s_y)$

(四)

$$y_3 = A\hat{\lambda} = 300 \times \left( \frac{2}{2} + \frac{6}{0.5} + \frac{6}{5} + \frac{1}{1} + \frac{5}{0.3} + \frac{5}{2} + \frac{2}{1.2} + \frac{3}{3} + \frac{5}{1} + \frac{5}{4} \right) = 12985 \text{ (萬元)}$$

$$s_{y_3} = A \sqrt{\frac{\hat{\lambda}}{\sum_{i=1}^n a_i}} = 300 \sqrt{\frac{43.2833}{2+0.5+5+\dots+4}} = 441.3330$$

$$y = N_1\bar{Y}_1 + N_2\bar{y}_{2t} + y_3 = 3 \times \frac{300+450+150}{3} + 10 \times \frac{35+120+15+30}{4} + 12985$$

$$= 14385 \text{ (萬元)}$$

$$s_y = \sqrt{s^2(y)} = \sqrt{s^2(N_1\bar{Y}_1 + N_2\bar{y}_{2t} + y_3)} = \sqrt{N_1^2 s^2(\bar{Y}_1) + N_2^2 s^2(\bar{y}_{2t}) + s^2(y_3)}$$

$$= \sqrt{3^2(0) + 10^2 337.5010 + 441.3330^2} = 478.0428$$

$$(y \pm 1.96s_y) = (13448.0361, 15321.9639) \text{ (萬元)}$$

三、龍江大學企業管理學系規劃於系館增設一性別友善廁所，事前先行對全系學生進行意願調查，調查方式是以簡單隨機抽樣取出不放回的方式於全系 240 位學生（其中有 200 位女學生及 40 位男學生）中，選擇 60 位學生作為調查樣本，並詢問其對增設性別友善廁所之意見。

於 60 位樣本學生中，共有 24 位學生表示贊成。而 60 位樣本學生中有 30 位男同學，30 位女同學，男同學中有 6 位表示贊成，女同學中則有 18 位表示贊成。（每小題 10 分，共 20 分）

(一)請以您認為合適的估計量推估龍江大學企業管理學系學生贊成增設性別友善廁所之比例及其 95% 信賴區間，並說明採用此一估計量之理由。

(二)會計學系也想參考企業管理學系的經驗，規劃設立性別友善廁所並先對學生意見進行調查。系主任計劃分別由女同學及男同學中各以簡單隨機抽樣取出不放回的方式選擇若干同學，總計希望能由會計學系的 250 位學生中選擇 100 位學生作為調查樣本。因為會計學系男女生比例為 4:6，因此系主任規劃男學生之樣本數為 40，而女學生之樣本數為 60。請問您是否認同此一様本數配置，請說明您的理由，同時如果您不認同，請提出您認為較適當的樣本數配置。

試題評析	本題(一)是考事後分層抽樣法，於96年、102年與105年都考過，只要考生有準備到該章節，可以獲得高分，(二)就是常考之紐門配置與比例配置，雖然是考申論題，而非計算題，但同學應該有清楚瞭解兩者之差異，獲得高分不難。
考點命中	1.《抽樣方法申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，第五章例2，3。 2.《高點·高上抽樣方法講義》第一回，趙治勳編撰，第五章。

**答：**

(一)由於本題之抽樣設計是先隨機抽取60個樣本後，再以性別區分為男女兩層，故屬於事後分層抽樣法。假設第一層為女學生，第二層為男學生。

$$p_{pst} = \sum_{h=1}^L W_h p_h = \frac{200}{240} \frac{18}{30} + \frac{40}{240} \frac{6}{30} = 0.5333$$

$$s_{p_{pst}} = \sqrt{\frac{1}{n} (1-f) \sum_{h=1}^L W_h s_h^2 + \frac{1}{n^2} \sum_{h=1}^L (1-W_h) s_h^2}$$

$$= \sqrt{\frac{1}{60} (1 - \frac{60}{240}) \times 0.2345 + \frac{1}{60^2} \times 0.1793} = 0.0546$$

其中  $s_1^2 = \frac{n_1}{n_1-1} p_1 q_1 = \frac{30}{30-1} (\frac{18}{30})(\frac{12}{30}) = 0.2483$

$$s_2^2 = \frac{n_2}{n_2-1} p_2 q_2 = \frac{30}{30-1} (\frac{6}{30})(\frac{24}{30}) = 0.1655$$

$$\sum_{h=1}^L W_h s_h^2 = \frac{200}{240} \times 0.2483 + \frac{40}{240} \times 0.1655 = 0.2345$$

$$\sum_{h=1}^L (1-W_h) s_h^2 = (1 - \frac{200}{240}) \times 0.2483 + (1 - \frac{40}{240}) \times 0.1655 = 0.1793$$

$$(p_{pst} \pm 1.96 s_{p_{pst}}) = (0.4263, 0.6403)$$

(二)本題之抽樣設計是分層隨機抽樣法，而系主任所進行之樣本配置方式為比例配置法。

$$n_h = \frac{N_h}{\sum_{h=1}^L N_h} \times n = W_h \times n$$

女學生樣本數： $n_1 = W_1 \times n = \frac{6}{10} \times 100 = 60$

男學生樣本數： $n_2 = n - n_1 = 100 - 60 = 40$

比例配置法是假設各層中每抽樣單位之調查成本 ( $c_h$ ) 相同與母體變異數 ( $S_h^2$ ) 亦相同，本研究係於同一個系所內進行調查，男女之調查成本 ( $c_h$ ) 假設相同是合理的，但假設性別間之母體變異數 ( $S_h^2$ ) 相同，除非有過去調查結果之佐證，要不然這個假設可能並不合適，此時建議採用紐門(Neyman)配置法進行樣本配置。

四、為推估三民市內之便利商店每日營業額以作為評估是否應該投入經營便利商店之參考，某人在三民市內總數為 50 間的便利商店中，以簡單隨機抽樣取出不放回的方式選擇了 10 間便利商店，並詢問其店長當日該店預估之營業額，同時並提供 200 元之禮券以答謝店長之合作。調查所得資料中，10 間樣本便利商店之日營業額資料如下：(樣本平均為 6 萬元，樣本變異數為

2.67 (萬元)<sup>2</sup>)

商店編號	1	5	6	14	17	21	32	42	43	45
日營業額 (萬元)	5	3	6	6	6	7	8	4	7	8

某人又由上表的 10 間商店中，以簡單隨機抽樣取出不放回的方式選擇其中 5 間，請店長提供其當日營業報表之總結摘要，以記錄其實際日營業額，同時又額外提供 1000 元禮券給這 5 位店長作為答謝。其資料如下：

517213242 599118

商店編號	5	17	21	32	42
報表摘要日營業額 (萬元)	5	9	9	11	8

請回答下列問題：(每小題 10 分，共 20 分)

(一)請以適當之方式推估三民市之便利商店之平均日營業額及其 95% 信賴區間。

(二)在這次調查中總共花費了 7,000 元購買禮券，請問若想再執行一次抽樣設計相同之調查，但將購買禮券之預算增加為 8,000 元，請問直接詢問店長日營業額及查閱營業報表之樣本數應如何配置為宜？

試題評析	本題是考雙重比率簡單估計法，於 85 年、88 年與 100 年都考過，本題難度在於判題，要正確地判斷出是雙重抽樣法且是比評估計法。
考點命中	《抽樣方法申論題完全制霸》，高點文化出版，趙治勳編著，第十五章例 1, 2, 3。

**答：**

雙重比率簡單估計法，以預估營業額作為輔助變數(X)

由題意可得， $\bar{x}' = 6$  (萬元)

第二重抽樣中，實際營業額(Y)與預估營業額(X)之樣本觀察值，整理如下表：

商店編號	5	17	21	32	42
預估營業額	3	6	7	8	4
實際營業額	5	9	9	11	8

$$(一) \bar{y}_r = r\bar{x}' = \frac{\bar{y}}{\bar{x}} \bar{x}' = \frac{8.4}{5.6} \times 6 = 1.5 \times 6 = 9 \text{ (萬元)}$$

$$s_{\bar{y}_r} = \sqrt{\frac{s_d^2}{n} + \frac{s_Y^2 - s_d^2}{n'}} = \sqrt{\frac{1.8746}{5} + \frac{4.8 - 1.8746}{10}} = 0.8170$$

$$\text{其中 } s_d^2 = s_Y^2 + r^2 s_X^2 - 2rr' s_X s_Y$$

$$= 4.8 + 1.5^2 \times 4.3 - 2 \times 1.5 \times 0.9245 \times \sqrt{4.8} \times \sqrt{4.3} = 1.8746$$

$$(\bar{y}_r \pm 1.96 s_{\bar{y}_r}) = (7.3987, 10.6013) \text{ (萬元)}$$

(二)總成本  $C = 8000$ ，第一重抽樣成本  $c_n' = 200$  及第二重抽樣成本  $c_n = 1000$

$$n = \frac{C \sqrt{c_n' V_n}}{\sqrt{c_n c_n' (\sqrt{c_n V_n} + \sqrt{c_n' V_n'})}} \quad \text{與} \quad n' = \frac{C \sqrt{c_n V_n'}}{\sqrt{c_n c_n' (\sqrt{c_n V_n} + \sqrt{c_n' V_n'})}}$$

其中  $V_n = S_d^2$  及  $V_n' = S_Y^2 - S_d^2$ ，由於  $S_Y^2, S_d^2$  未知，故利用  $s_Y^2, s_d^2$  代入

$$V_n = s_d^2 = 1.8746 \text{ 及 } V_n' = s_Y^2 - s_d^2 = 4.8 - 1.8746 = 2.9254$$

第一重樣本數(調查預估營業額)為

$$n' = \frac{C\sqrt{c_n V_n'}}{\sqrt{c_n c_n' (\sqrt{c_n V_n} + \sqrt{c_n' V_n'})}}$$

$$= \frac{8000\sqrt{1000 \times 2.9254}}{\sqrt{1000 \times 200 (\sqrt{1000 \times 1.8746} + \sqrt{200 \times 2.9254})}} = 14.3371$$

第二重樣本數(調查實際營業額)為

$$n = \frac{C\sqrt{c_n' V_n}}{\sqrt{c_n c_n' (\sqrt{c_n V_n} + \sqrt{c_n' V_n'})}}$$

$$= \frac{8000\sqrt{200 \times 1.8746}}{\sqrt{1000 \times 200 (\sqrt{1000 \times 1.8746} + \sqrt{200 \times 2.9254})}} = 5.1326$$

因為總成本  $C = 8000$ ，故第一重樣本數取15個，第二重樣本數取5個。(  $200 \times 15 + 1000 \times 5 = 8000$  )

【版權所有，重製必究！】