《資料結構》

一、對下列三個程式片段，請使用Big-O符號，分別估計其最長執行時間（worst time）。程式片段中，S代表一段沒有與n相關的迴圈（no n-dependent loops）。

(一)for (int i = 0; i * 1 < n; i++)（5分）

```
        S
```

(二)for (int i = 0; Math.sqrt (i) < n; i++)（5分）

```
        S
```

(三)int k = 1; （10分）

```
for (int i = 0; i < n; i++)
    k *= 2;
for (int i = 0; i < k; i++)
        S
```

試題評析	本題重點在分析程式的時間複雜度，程式有加少許變化，大致不難，小心計算取分不難。
考點命中	《資料結構》，高點文化出版，王致強編著，頁1-23~1-28。

答：

(一)

步驟	i	條件	
初始化	0	0×0<n	
1	1	1×1<n	
2	2	2×2<n	
3	3	3×3<n	
…	…	…	
k	k	k×k≥n	終止條件

由終止條件$k^2=n$ 解得 迴圈次數$k=\sqrt{n}=O(n^{0.5})$

(二)

步驟	i	條件	
初始化	0	$\sqrt{0}<n$	
1	1	$\sqrt{1}<n$	
2	2	$\sqrt{2}<n$	
3	3	$\sqrt{3}<n$	
…	…	…	
k	k	$\sqrt{k}\geq n$	終止條件

由終止條件$\sqrt{k}\geq n$ 解得 迴圈次數$k\geq n^2=O(n^2)$

(三)先以第1個迴圈，計算k：

```
for (int i=0; i<n; i++)
    k *=2;
```

得到$k=2^n$，第1個迴圈時間為O(n)。

再執行第2迴圈：

```
for (int i=0; i<k; i++)
```

第2個迴圈時間為O(k)=O(2n)

總時間為：O(n)+ O(2n)=O(2n)。

二、有下列資料元素（data elements），其數值越小則優先權（priority）越高，請分別依序將各元素加入（add）優先佇列（priority queue）中，且分別以下列三種資料結構實作之。

90, 10, 80, 20, 70, 50, 40, 30

(一)用雙向鏈接串列（doubly-linked list）來實作此優先佇列，請畫出其資料結構圖。（6分）

(二)用紅黑樹（red-black tree）來實作此優先佇列，請畫出其資料結構圖。注意：紅節點請標示R，例如20R表示其值為20的紅（Red）節點；黑節點則請標示B，例如50B表示其值為50的黑（Black）節點。（7分）

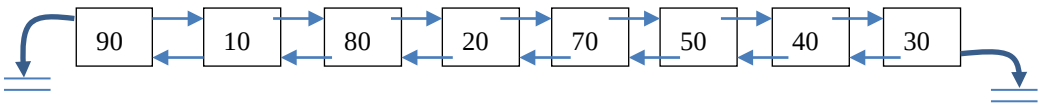
(三)用最小堆積（min heap）來實作此優先佇列，請畫出其資料儲存的陣列（array）圖。注意：陣列索引（array index）由左向右遞增。（7分）

試題評析	本題測驗3種優先佇列的實作題：雙向鏈接串列、紅黑樹和最小堆積，只要熟悉3種資料結構的操作，所以拿到的分數與對各種結構了解有關。
考點命中	《資料結構》，高點文化出版，王致強編著，頁7-7、7-9、11-49~11-52。

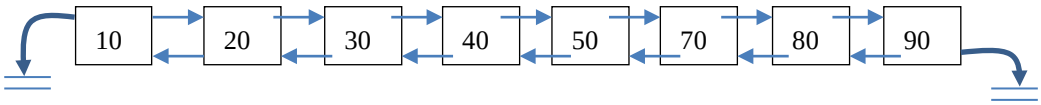
答：

(一)鏈接串列分兩種：

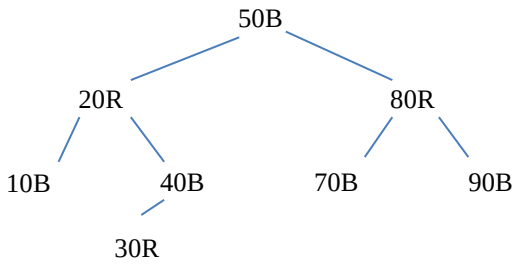
(1)未排序串列



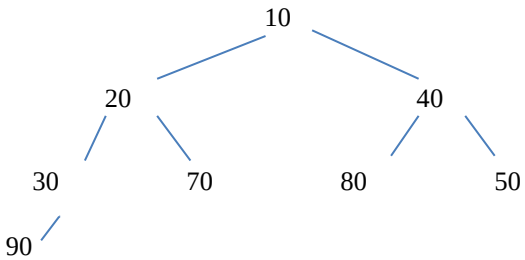
(2)排序串列(由小而大)



(二)紅黑樹：



(三)最小堆積：



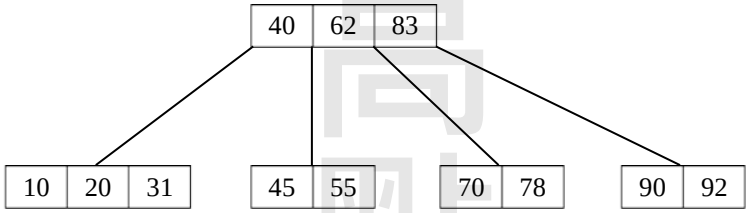
陣列如下：

index	1	2	3	4	5	6	7	8
value	10	20	40	30	70	80	50	90

三、下圖為一棵2-3-4樹。

(一)請畫出對應的紅黑樹（red-black tree）。請參閱上題紅黑樹節點的標示說明。（6分）

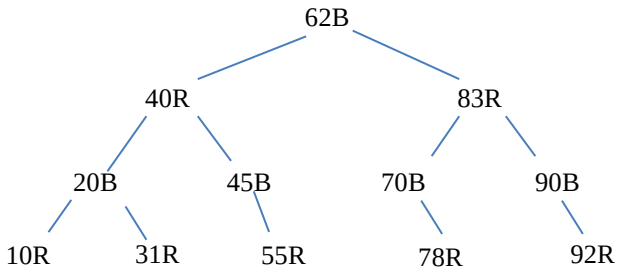
(二)首先，插入（insert）33；接著，刪去（delete）78。請分別畫出對應的2-3-4樹與紅黑樹。（14分）



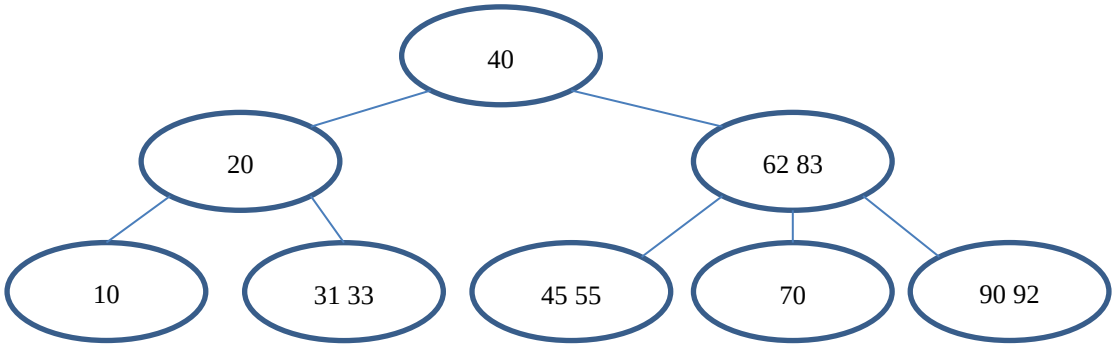
試題評析	本題包括2個部份：2-3-4樹與紅黑樹的對應轉換，以及插入和刪除操作。
考點命中	《資料結構》，高點文化出版，王致強編著，頁11-48~11-49、11-41~11-43。

答：

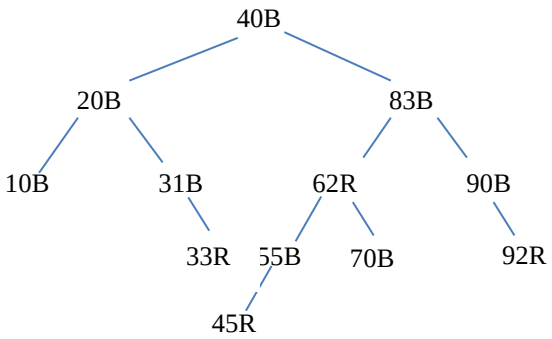
(一)



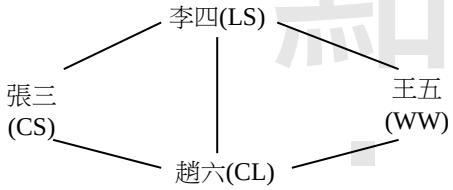
(二)2-3-4樹



紅黑樹



四、下面的無向圖（undirected graph）表示四個人的關係，如張三與李四有關係，這二人之間有邊（edge）相連，則可走訪。括弧內為人名縮寫，如張三（Chang San）的縮寫為CS。若同時有兩個以上的人可處理，則先處理人名縮寫的字母順序較小者。



(一)由張三(CS)出發，用佇列（queue）做廣度優先搜尋（breadth-first search）走訪所有人，請寫出走訪順序的中文人名。（10分）

(二)由張三(CS)出發，用堆疊（stack）做深度優先搜尋（depth-first search）走訪所有人，請寫出走訪順序的中文人名。（10分）

試題評析	本題測驗廣度優先搜尋與深度優先搜尋，並且分別使用佇列與堆疊進行走訪。
考點命中	《資料結構》，高點文化出版，王致強編著，頁8-18~8-20。

答：

(一)BFS：張三(CS) 趙六(CL) 李四(LS) 王五(WW)

(1)enqueue(張三(CS))
queue:張三(CS)

(2)dequeue() => 走訪 張三(CS)
queue: empty
enqueue(趙六(CL))
enqueue(李四(LS))
queue: 趙六(CL), 李四(LS)

(3)dequeue() => 走訪 趙六(CL)
queue: 李四(LS)
enqueue(王五(WW))
queue: 李四(LS), 王五(WW)

(4)dequeue() => 走訪 李四(LS)
queue: 王五(WW)

(5)dequeue() => 走訪 王五(WW)
queue: empty

(6)結束

(二)DFS：張三(CS) 李四(LS) 王五(WW) 趙六(CL)

張三(CS), 趙六(CL), 李四(LS), 王五(WW)
(1)push(張三(CS))
stack: 張三(CS)
(2)pop() => 走訪 張三(CS)
stack: empty
push(趙六(CL))
push(李四(LS))
stack: 趙六(CL), 李四(LS)
(3)pop() => 走訪 李四(LS)
stack: 趙六(CL)
push(趙六(CL))
push(王五(WW))
stack: 趙六(CL), 趙六(CL), 王五(WW)
(4)pop() => 走訪 王五(WW)
stack: 趙六(CL), 趙六(CL)
push(趙六(CL))
stack: 趙六(CL), 趙六(CL), 趙六(CL)
(5)pop() => 走訪 趙六(CL)
stack: 趙六(CL), 趙六(CL)
(6)pop() => 趙六(CL) 丟棄
stack: 趙六(CL)
(7)pop() => 趙六(CL) 丟棄
stack: empty
(8)結束

五、將下列六個鍵值：
33, 72, 71, 55, 112, 109
存入大小為19的雜湊表（a hash table of size 19）
雜湊函數h為：h(key) = key mod 19
分別用下面兩種衝突處理方式（collision handler）：
(一)間隔為1（offset of 1）（12分）
(二)間隔為商（quotient-offset）（8分）
請分別寫出兩個雜湊表；並在間隔為1的雜湊表上，標示出一次聚集（primary clustering）。

試題評析	本題測驗雜湊法插入資料，以及衝突處理方法。
考點命中	《資料結構》，高點文化出版，王致強編著，頁10-20~10-23。

答：
(一)offset為1 (linear probing)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
109														33	72	71	55	112
*														*	*	*	*	*

*為primary clustering
(二)quotient-offset(double hashing)

0	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14	15	16	17	18
55			112		109									33	72		71	

double hashing

F1(x) = x mod 19

F2(x) = x div 19　　以商為offset

key	home key mod 19	offset key div 19
33	14	1
72	15	3
71	14	3
55	17	2
112	17	5
109	14	5