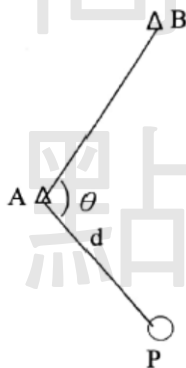


# 《測量學概要》

林昇老師 主解

- 一、示意如圖，已知 A 點坐標且假設無誤差，AB 之方位角及誤差為  $25^{\circ}00'00'' \pm 20.6''$ ，觀測水平角  $\theta$  及水平距  $d$  以求 P 點坐標。  
若  $\theta = 100^{\circ}00'00'' \pm 20.6''$ ， $d = 100.000\text{m} \pm 0.014\text{m}$ ，計算 P 點坐標二分量之中誤差。(20 分)



**試題評析** 導線測量與坐標系統均有提及相關題型，其中線性化的過程較為需要注意。

**考點命中** 《高點建國土木測量學講義》CHAP05 導線測量，頁 5，林昇老師編撰。

解：

$$\begin{aligned} \text{橫距} &= \Delta X_{AP} = D_{AP} \cdot \sin \varphi_{AP} & X_P &= X_A + \Delta X_{AP} = X_A + D_{AP} \cdot \sin \varphi_{AP} \\ \text{縱距} &= \Delta Y_{AP} = D_{AP} \cdot \cos \varphi_{AP} & Y_P &= Y_A + \Delta Y_{AP} = Y_A + D_{AP} \cdot \cos \varphi_{AP} \end{aligned}$$

$$\text{因 } \varphi_{AP} = \varphi_{AB} + \theta$$

$$\sin(\alpha \pm \beta) = \sin \alpha \cdot \cos \beta \pm \cos \alpha \cdot \sin \beta$$

且

$$\cos(\alpha \pm \beta) = \cos \alpha \cdot \cos \beta \mp \sin \alpha \cdot \sin \beta$$

$$\begin{aligned} X_P &= X_A + D_{AP} \cdot \sin(\varphi_{AB} + \theta) & X_P &= X_A + D_{AP} \cdot (\sin \varphi_{AB} \cdot \cos \theta + \cos \varphi_{AB} \cdot \sin \theta) \\ \text{故 } Y_P &= Y_A + D_{AP} \cdot \cos(\varphi_{AB} + \theta) & Y_P &= Y_A + D_{AP} \cdot (\cos \varphi_{AB} \cdot \cos \theta - \sin \varphi_{AB} \cdot \sin \theta) \end{aligned}$$

其中變數為方位角、測角、測距，

而三者之間為非線性化，需要透過泰勒展開式進行線性化

即，須對三個變數進行偏微分

$$X_P = X_{P0} + dX_P$$

$$= X_{A0} + dX_A + (\sin \varphi_{AB} \cdot \cos \theta + \cos \varphi_{AB} \cdot \sin \theta) \cdot dD_{AP}$$

$$+ D_{AB} \cdot (\cos \varphi_{AB} \cdot \cos \theta - \sin \varphi_{AB} \cdot \sin \theta) \cdot \frac{\varphi_{AB}}{\rho''}$$

$$+ D_{AB} \cdot (-\sin \varphi_{AB} \cdot \sin \theta + \cos \varphi_{AB} \cdot \cos \theta) \cdot \frac{\theta}{\rho''}$$

$$\begin{aligned}
 Y_P &= Y_{P0} + dY_P \\
 &= Y_{A0} + dY_A + (\cos \varphi_{AB} \cdot \cos \theta - \sin \varphi_{AB} \cdot \sin \theta) \cdot dD_{AP} \\
 &+ D_{AB} \cdot (-\sin \varphi_{AB} \cdot \cos \theta - \cos \varphi_{AB} \cdot \sin \theta) \cdot \frac{\varphi_{AB}}{\rho''} \\
 &+ D_{AB} \cdot (-\cos \varphi_{AB} \cdot \sin \theta - \sin \varphi_{AB} \cdot \cos \theta) \cdot \frac{\theta_{AB}}{\rho''}
 \end{aligned}$$

中誤差計算

$$\begin{aligned}
 M_{XP}^2 &= M_{XA}^2 + (\sin \varphi_{AB} \cdot \cos \theta + \cos \varphi_{AB} \cdot \sin \theta)^2 \cdot M_{DAP}^2 \\
 &+ [D_{AB} \cdot (\cos \varphi_{AB} \cdot \cos \theta - \sin \varphi_{AB} \cdot \sin \theta)]^2 \cdot \left(\frac{M_{\varphi_{AB}}}{\rho''}\right)^2
 \end{aligned}$$

$$+ [D_{AB} \cdot (-\sin \varphi_{AB} \cdot \sin \theta + \cos \varphi_{AB} \cdot \cos \theta)]^2 \cdot \left(\frac{M_{\theta_{AB}}}{\rho''}\right)^2$$

$$\begin{aligned}
 M_{YP}^2 &= M_{YA}^2 + (\cos \varphi_{AB} \cdot \cos \theta - \sin \varphi_{AB} \cdot \sin \theta)^2 \cdot M_{DAP}^2 \\
 &+ [D_{AB} \cdot (-\sin \varphi_{AB} \cdot \cos \theta - \cos \varphi_{AB} \cdot \sin \theta)]^2 \cdot \left(\frac{M_{\varphi_{AB}}}{\rho''}\right)^2
 \end{aligned}$$

$$+ [D_{AB} \cdot (-\cos \varphi_{AB} \cdot \sin \theta - \sin \varphi_{AB} \cdot \cos \theta)]^2 \cdot \left(\frac{M_{\theta_{AB}}}{\rho''}\right)^2$$

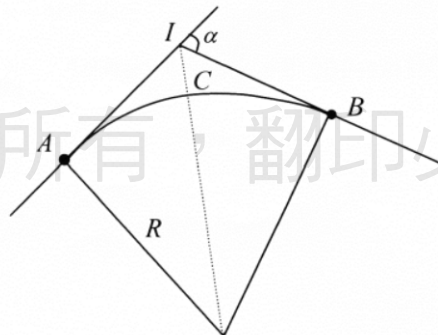
$$M_{XP}^2 = 0.819152^2 \cdot 14^2 + (-53.3576)^2 \cdot \left(\frac{20.6}{\rho''}\right)^2 + (-53.3576)^2 \cdot \left(\frac{20.6}{\rho''}\right)^2 = 164.3325_{mm}^2$$

$$M_{YP}^2 = (-0.57358)^2 \cdot 14^2 + (-0.81915)^2 \cdot \left(\frac{20.6}{\rho''}\right)^2 + (-0.81915)^2 \cdot \left(\frac{20.6}{\rho''}\right)^2 = 64.4820_{mm}^2$$

$$M_{XP} = \pm 12mm$$

$$M_{YP} = \pm 8_{mm}$$

二、如圖，已知某道路彎道之中心曲線為水平單圓曲線，其半徑  $R=500m$ ，頂點  $I$  之樁號為  $5k+520.00$ ，頂點交角  $\alpha=30^\circ 00' 00''$ ，請計算(1)曲線起點  $A$  之樁號；(2)曲線  $ACB$  之弧長；(3)曲線中點  $C$  之樁號；(4)曲線終點  $B$  之樁號；(5)曲線弦長  $AB$  之長度。(20分)



<b>試題評析</b>	本題為路線測量的基本題型。
-------------	---------------

<b>考點命中</b>	《高點建國土木測量學講義》Chap09，頁04，林昇老師編撰。
-------------	---------------------------------

解：

$$AI = R \cdot \tan\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 133.975\text{m}$$

(1) A點樁號，為 I 點樁號退回 AI 長度後樁號 = 5520.00 - AI 長 = 5386.025 = 5K + 386.025

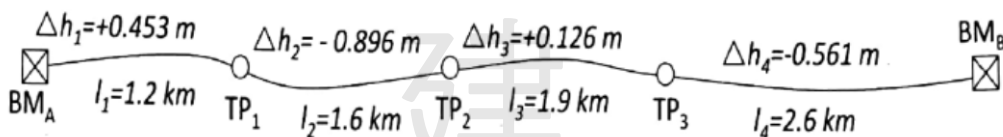
$$(2) \text{曲線ACB弧長} = 2 \cdot \pi \cdot R \cdot \frac{30}{360} = 261.799\text{m}$$

(3) 曲線中點 C 的樁號，為 A 點樁號增加一半曲線 ACB 弧長後的樁號 = 5386.025 + 0.5 \* 261.799 = 5516.925 = 5K + 516.925m

(4) 曲線終點 B 的樁號，為 A 點樁號增加完整曲線 ACB 弧長後的樁號 = 5386.025 + 0.5 \* 261.799 = 5647.825 = 5K + 647.825m

$$(5) \text{AB弦長} = AB = 2 \cdot R \cdot \sin\left(\frac{\alpha}{2}\right) = 58.819\text{m}$$

三、已知  $BM_A$  及  $BM_B$  兩點高程分別為 32.223m 及 31.331m，以逐差水準測量從  $BM_A$  出發，經過三個轉點分四段觀測至  $BM_B$ ，觀測得各段之高程差及各段里程如下圖。請計算此附合水準測量之閉合差，試說明該測量成果是否合乎  $\pm 7\sqrt{k}$  (mm) 要求。(20 分)



<b>試題評析</b>	本題為逐差水準精度計算。
-------------	--------------

<b>考點命中</b>	《高點建國土木測量學講義》Chap03，頁07，林昇老師編撰。
-------------	---------------------------------

解：

實測的  $BM_B$  點高程 =  $HB = HA + \Delta h_1 + \Delta h_2 + \Delta h_3 + \Delta h_4 = 32.223 + 0.453 - 0.896 + 0.126 - 0.561 = 31.345$ 已知的  $BM_B$  點高程 = 31.331

兩者差異即為閉合差 = +0.014m = 14mm

本題允許之精度為  $7\sqrt{K} = 7\sqrt{(1.2+1.6+1.9+2.6)} = 18.9\text{mm}$ 

可確定該測量成果合乎規範。

四、若有一段直接水準測量共需要設置水準儀 20 個測站，而若對前視及後視水準尺讀數之標準誤差皆為  $\pm 1.00$  公釐，請計算此直接水準測量測線所預期得到高程差之標準誤差為何？(20 分)

<b>試題評析</b>	本題為逐差水準誤差分析
-------------	-------------

<b>考點命中</b>	《高點建國土木測量學講義》Chap01，頁05，林昇老師編撰。
-------------	---------------------------------

解：

高程差為 20 段施測高程差之累加

$$\Delta H = \Delta h_1 + \Delta h_2 + \dots + \Delta h_{20}$$

即為 20 段後視讀數減前視讀數之累加

$$\Delta H = (B_1 - F_1) + (B_2 - F_2) + \dots + (B_{20} - F_{20})$$

中誤差計算

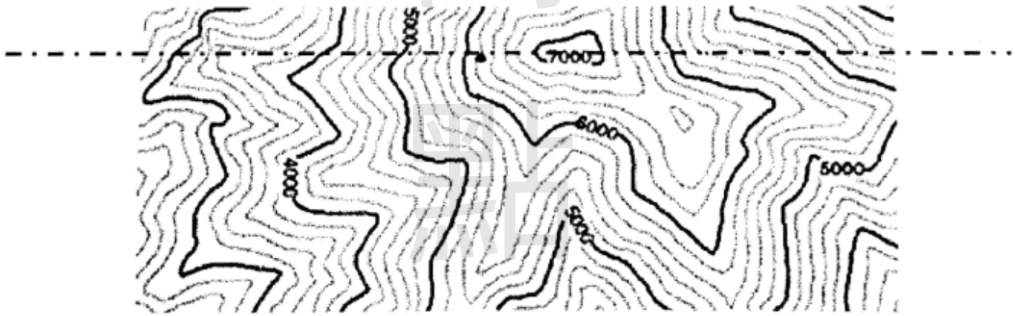
$$M_{\Delta H}^2 = (m_{B_1}^2 + m_{F_1}^2) + (m_{B_2}^2 + m_{F_2}^2) + \dots + (m_{B_{20}}^2 + m_{F_{20}}^2)$$

$$M_{\Delta H}^2 = (m_{B1}^2 + m_{F1}^2) + (m_{B2}^2 + m_{F2}^2) + \dots + (m_{B20}^2 + m_{F20}^2)$$

$$M_{\Delta H}^2 = 20 \cdot m_{B1}^2 + 20 \cdot m_{F1}^2$$

$$M_{\Delta H} = \pm \sqrt{20 \cdot m_{B1}^2 + 20 \cdot m_{F1}^2} = \pm 6.3mm$$

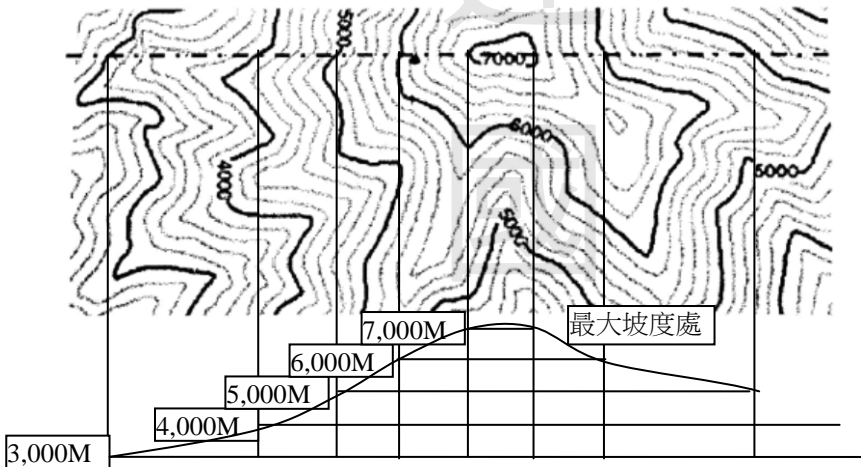
五、如下地形圖中有幾個山頭？最高的山頭約海拔多少公尺？假設圖幅之寬度為 20 公里，請繪製虛線所經過之高程剖面圖（每公里讀一點高程繪製之），剖面圖中最大坡度之處為何？（20 分）



**試題評析** 本題考地形測量之等高線。

解：

1. 僅一個山頭
2. 超過7000但不到7200公尺



【版權所有，翻印必究】