

# 《鋼筋混凝土學與設計》

歐陽老師 主解

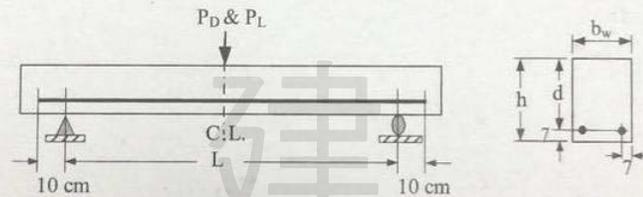
本科目作答參考規範：中國土木工程學會「混凝土工程設計規範（土木401-100）」。

$$\text{參考公式：} U=1.2D+1.6L; M_u=P_u \times L/4; V_u=P_u/2; A_{s,min} = \max\left(\frac{14}{f_y} b_w d, \frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d\right)$$

$$A_{s,max} = 0.85\beta_1 \frac{f'_c}{f_y} \frac{0.003}{0.003+0.004} b_w d; V_c = 0.53\sqrt{f'_c} b_w d; A_{v,min} = \max\left(0.2\sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}}, \frac{3.5b_w s}{f_{yt}}\right);$$

$$\text{當 } V_s \leq 1.06\sqrt{f'_c} b_w d, s_{max} = \min\left(\frac{d}{2}, 60\text{cm}\right); l_d = \frac{0.28f_y}{\sqrt{f'_c}} \left[\frac{\psi_1 \psi_2 \psi_3 \lambda}{c_b + k_{tr}}\right] d_b; k_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{105sn}; \rho_s = 0.45 \left(\frac{A_g}{A_{ch}} - 1\right) \frac{f'_c}{f_{yt}}$$

一、已知一簡支梁如圖示，跨度長 $L=3\text{ m}$ ，跨度中點承受集中靜載重 $P_D=5\text{ tf}$ 及集中活載重 $P_L=10\text{ tf}$ ，不考慮梁本身自重。混凝土斷面採用 $b_w=25\text{ cm}$ （寬）與 $h=50\text{ cm}$ （高）之矩形斷面，混凝土強度 $f'_c=210\text{ kgf/cm}^2$ 。梁主筋選用 D25（ $d_b=2.54\text{ cm}$ ， $A_b=5.067\text{ cm}^2$ ）， $f_y=4200\text{ kgf/cm}^2$ ，統一取斷面有效深度 $d=43\text{ cm}$ ，試設計梁主筋，並討論主筋間距在實務上是否足夠。（30分）



試題評析	本題極富創意，一開始設計通常取 $\phi=0.9$ ，完成設計 $\phi$ 卻不是0.9，考生不察可能會被扣分。
考點命中	1.《高點建國土木講義》解說鋼筋混凝土，例3-1.1，歐陽編撰。 2.《高點建國土木講義》鋼筋混凝土學了沒，例3-1.2，歐陽編撰。

解：

$$(1) P_u = 1.2 P_D + 1.6 P_L = 1.2 \times 5 + 1.6 \times 10 = 22 \text{ tf}$$

$$\text{支反力 } R = P_u / 2 = 11 \text{ tf}$$

$$M_u = R \times \frac{L}{2} = 11 \times \frac{3}{2} = 16.5 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

$$(2) \text{ 設 } \phi = 0.9$$

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{16.5 \times 10^5}{0.9} = 1,833,333$$

$$m = \frac{f_y}{0.85 f'_c} = \frac{4200}{0.85 \times 210} = 23.5294$$

$$R_n = \frac{M_n}{b d^2} = \frac{1,833,333}{25 \times 43^2} = 39.661$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}} \right] = \frac{1}{23.5294} \left[ 1 - \sqrt{1 - \frac{2 \times 23.5294 \times 3.661}{4200}} \right]$$

$$= 0.0108$$

$$A_{s, req'd} = \rho b d = 0.0108 \times 25 \times 43 = 11.63 \text{ cm}^2$$

$$\text{支數 } n = \frac{A_{s, req'd}}{5.067} = 2.3 \quad \text{use 3 支}$$

$$A_{s, prov'd} = 3 \times 5.067 = 15.201 \text{ cm}^2$$

check  $\phi$ :

$$0.85 f_c' a b = A_s f_y \quad \Rightarrow a = \frac{15.201 \times 4200}{0.85 \times 210 \times 25} = 14.31 \text{ cm}$$

$$x = \frac{a}{\beta_1} = 16.83 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.65 + 0.25 \left( \frac{d_t}{x} - \frac{5}{3} \right) = 0.872 \quad \text{原先 } \phi \text{ 為 } NG$$

$$M_n = 15.201 \times 4.2 \times \left( 43 - \frac{14.31}{2} \right) / 100 = 22.885 \text{ tf}\cdot\text{m}$$

$$\phi M_n = 0.872 \times 22.885 = 19.96 \text{ tf}\cdot\text{m} \geq M_u \quad OK!$$

check  $A_{s, max}$

$$A_{s, max} = 0.85 \beta_1 \frac{f_c'}{f_y} \times \frac{0.003}{0.007} \times b w d = 0.85 \times \frac{210}{4200} \times \frac{3}{7} \times 25 \times 43$$

$$= 16.64 \text{ cm}^2$$

check  $A_{s, min}$

$$A_{s, min} = \max \left( \frac{14}{f_y} b w d, \frac{0.8 \sqrt{f_c'}}{f_y} b w d \right)$$

$$= \frac{14}{4200} \times 25 \times 43 = 3.58 \text{ cm}^2$$

$$A_{s, min} \leq A_s \leq A_{s, max} \quad \text{check OK!}$$

考慮施工性，設主筋左右淨間距  $S_1$

$$7 + 7 + 2S_1 + 2.54 = b w = 25 \text{ cm}$$

$$\Rightarrow S_1 = 4.23 \text{ cm} \geq 2.5 \text{ cm} \quad OK!$$

$$\geq 1.0d_b = 2.54 \text{ cm} \quad OK!$$

設骨材最大標稱粒徑 2 cm,  $1.33d_{agg} = 2.66 \text{ cm}$

$$S_1 \geq 2.66 \text{ cm} \quad OK!$$

故 間距足夠

主筋 3-D25

二、承上題，梁腹剪力筋選用2股D10( $d_b=0.953\text{cm}$ ， $A_b=0.713\text{cm}^2$ )之垂直肋筋， $f_{yt}=2800\text{kgf/cm}^2$ ，取斷面有效深度 $d=43\text{cm}$ ，試設計剪力筋。(20分)

試題評析	本題是少有的check出現NG的題目，惟整體而言，仍屬送分題。
考點命中	1.《高點建國土木講義》解說鋼筋混凝土，例4-4.3，歐陽編撰。 2.《高點建國土木講義》鋼筋混凝土學了沒，例4-4.1，歐陽編撰。

解：

$$\begin{aligned} (1) V_u &= \frac{P_u}{2} = \frac{22}{2} = 11 \text{ tf} = 11000 \text{ kgf} \\ V_c &= 0.53 \sqrt{f_c'} b w d = 0.53 \sqrt{210 \times 25} \times 43 = 8256.46 \text{ kgf} \\ \phi(V_c + V_s) &\geq V_u \\ \Rightarrow 0.75(8256.46 + V_s) &\geq 11000 \\ \Rightarrow V_s &\geq 6410.2 \text{ kgf} \\ \Rightarrow \frac{A_v f_y d}{s} &\geq 6410.2 \\ \Rightarrow \frac{0.713 \times 2 \times 2800 \times 43}{s} &\geq 6410 \\ \Rightarrow s &\leq 26.78 \text{ cm} \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} (2) V_{s, req'd} &= 6410.2 \text{ kgf} \leq 2V_c \\ S_{max} &= \min \left[ \frac{A_v f_y}{3.5 b w}, \frac{A_v f_y}{0.2 \sqrt{f_c'} b w}, \frac{d}{2}, 60 \text{ cm} \right] \\ &= \min \left[ \frac{0.713 \times 2 \times 2800}{3.5 \times 25}, \frac{0.713 \times 2 \times 2800}{0.2 \sqrt{210 \times 25}}, 21.5, 60 \right] \\ &= 21.5 \text{ cm} \end{aligned}$$

check NG

考慮施工性，全梁 use D10 @ 20 cm

三、承上題圖示，若D25梁主筋採無彎鉤形式，至鋼筋中心之混凝土保護層厚取7cm，試檢查梁主筋伸展長度；若伸展長度不足，應說明如何改善？注意：鋼筋伸展長度計算，請採用所提供的參考公式。(25分)

試題評析	主筋伸展長度究竟多少？你若考慮鋼筋超量提供，則check ok！若不考慮鋼筋超量提供，則check NG。在答案卷上要寫明你的考量點。
考點命中	《高點建國土木講義》解說鋼筋混凝土，例7-6.1，歐陽編撰。

解：

【版權所有，翻印必究】

$$(1) \quad \psi_e = 1.0 \quad \psi_e = 1.0$$

$$\psi_s = 1.0 \quad \lambda = 1.0$$

$$C_b = \min [t_1, t_2, C_s]$$

$$\text{其中 } C_s = \frac{25-7-7}{4} = 2.75 \text{ cm}$$

$$\therefore C_b = \min [7, 7, 2.75] = 2.75 \text{ cm} \quad \Rightarrow \text{水平式劈裂破壞}$$

$$k_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{1055n} = \frac{2 \times 0.713 \times 2800}{105 \times 20 \times 3} = 0.6338 \text{ cm}$$

$$\frac{C_b + k_{tr}}{d_b} = \frac{2.75 + 0.6338}{2.54} = 1.332$$

$$1 \leq 1.332 \leq 2.5 \quad \text{OK!}$$

$$l_d = \frac{0.28 d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \frac{\psi_e \psi_s \lambda}{\left(\frac{C_b + k_{tr}}{d_b}\right)} = \frac{0.28 \times 2.54 \times 4200}{\sqrt{210}} \times \frac{1}{1.332}$$

$$= 154.7 \text{ cm} \geq 30 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

$$(2) \text{ 臨界面 (發展出 } f_y) \text{ 至 支承距離} = \frac{300}{2} = 150 \text{ cm}$$

$$154.7 > 150 \text{ cm} \quad \text{check NG}$$

改善：可採 90° 彎鉤，或使用末端擴頭鋼筋，或減少肋筋間距。

$$\text{若肋筋間距改為 } 10 \text{ cm，則 } k_{tr} = 1.2676 \text{ cm}$$

$$\frac{C_b + k_{tr}}{d_b} = \frac{2.75 + 1.2676}{2.54} = 1.582$$

$$\Rightarrow l_d = 130 \text{ cm} \leq 150 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

若考慮鋼筋超量，提供， $(A_s, \text{prov'd} > A_s, \text{req'd})$

$$\text{則 } l_d = 154.7 \times \frac{2.3}{3} = 118.6 \leq 150 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

(3) 檢查撓曲握裹應力

$$1.3 \frac{M_n}{V_u} + l_a = 1.3 \times \frac{2288.5}{11} + 10 = 282.5 \text{ cm}$$

$$l_d = 154.7 \text{ cm} \leq 1.3 \frac{M_n}{V_u} + l_a$$

check OK!

四、有一螺旋箍筋之圓形斷面柱，斷面直徑為65cm， $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ，斷面主筋使用8-D25， $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ ，淨保護層採用5cm，螺旋箍筋使用D13( $d_b d = 1.27 \text{ cm}$ ， $A_b = 1.267 \text{ cm}^2$ )， $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$ 。根據所提供的參考公式，請先說明最小螺旋箍筋含量推導由來，並設計螺旋箍筋間距。(25分)

試題評析	推導見本班教材《解說鋼筋混凝土》頁5-72，完全命中！歐陽老師再三交代考前一週一定要練推導，果然命中！
考點命中	《高點建國土木講義》鋼筋混凝土學了沒，例11-4.6，歐陽編撰。

解：

(1) 推導公式

$$\text{外圍混凝土剝落失去強度} = 0.85 f'_c (A_g - A_c)$$

考慮圍束效果達極限，核心混凝土軸向應力增量為  $4.0 f'_c$ ，即  $\frac{8 A_{sp} f_{yt}}{d_c s}$ ，換言之  $\Delta P = \frac{8 A_{sp} f_{yt}}{d_c s} \times A_c$

$$\text{令 } \frac{8 A_{sp} f_{yt}}{d_c s} A_c = 0.85 f'_c (A_g - A_c)$$

再定義螺旋箍筋體積比  $\rho_s = \frac{4 A_{sp}}{d_c s}$ ，代入上式，

$$\text{整理即得 } \rho_s = 0.425 \frac{f'_c}{f_{yt}} \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right)$$

$$\text{規範為保守起見，定 } \rho_{s, \min} = 0.45 \frac{f'_c}{f_{yt}} \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right)$$

$$(2) \rho_{s, \min} = 0.45 \frac{f'_c}{f_{yt}} \left( \frac{A_g}{A_c} - 1 \right) = 0.45 \times \frac{280}{4200} \left( \frac{65^2}{55^2} - 1 \right) = 0.012$$

$$\rho_s = \frac{4 A_{sp}}{d_c s} \geq 0.012$$

$$\Rightarrow \frac{4 \times 1.267}{55 s} \geq 0.012 \quad \text{解出 } s \leq 7.74 \text{ cm}$$

$$\text{use } \underline{s = 7 \text{ cm}}$$

$$\text{check } s \leq 7.5 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

$$\text{check } s \geq \max(2.5 \text{ cm}, 1.33 d_{agg}) = \max(2.5, 2.66 \text{ cm}) = 2.66 \text{ cm OK!}$$

(以上設  $d_{agg} = 2 \text{ cm}$ )