

《平面測量與施工測量》

林昇老師 主解

一、已測得6點之相對坐標及已知點A、點B之二度分帶坐標，如下表。預以四參數轉換公式將各點轉為二度分帶坐標。(每小題10分，共20分)

(一) 試述四參數轉換公式之前提假設。

(二) 計算其餘四點之二度分帶坐標。

坐標	x(m)	y(m)	X(m)	Y(m)
A	90.00	10.00	216100.00	2666100.00
B	847.00	337.00	216900.00	2666300.00
1	518.56	485.73		
2	453.74	880.44		
3	732.84	723.60		
4	190.12	634.47		

試題評析 本題須以四參數坐標轉換列式計算

考點命中 《高點建國土木測量學講義》Chap5，林昇編撰，坐標系統-坐標轉換Page01。

解：

(一)

特性

點位在平面上。

正形投影：轉換前後形狀不變。

至少兩已知投影前後座標之控制點，相距越遠越好。

含三元素：

$$S = \frac{\overline{AB}}{ab} = \frac{\sqrt{(X_B - X_A)^2 + (Y_B - Y_A)^2}}{\sqrt{(x_b - x_a)^2 + (y_b - y_a)^2}} \quad (\text{本題中 } S=1)$$

1.比例尺 Scale：

2.旋轉 Rotation：(x,y)→(X',Y')→(X,Y)

$$\begin{aligned} \text{因 } \begin{cases} X'_C = x_c \cos(-\theta) + y_c \sin(-\theta) \\ Y'_C = -x_c \sin(-\theta) + y_c \cos(-\theta) \end{cases}, \text{ 故 } \begin{bmatrix} X'_C \\ Y'_C \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos \theta & \sin \theta \\ -\sin \theta & \cos \theta \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_c \\ y_c \end{bmatrix} \end{aligned}$$

3.平移 Translation： $\begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} X'_C \\ Y'_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \end{bmatrix} \rightarrow \begin{bmatrix} X_C \\ Y_C \end{bmatrix} = S \begin{bmatrix} X'_C \\ Y'_C \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \end{bmatrix}$ (含尺度變化)

$$\text{以公式表示：} \begin{bmatrix} X_A \\ Y_A \\ X_B \\ Y_B \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} a & -b & 0 & 0 \\ b & a & 0 & 0 \\ 0 & 0 & a & -b \\ 0 & 0 & b & a \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x_a \\ y_a \\ x_b \\ y_b \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} T_X \\ T_Y \\ T_X \\ T_Y \end{bmatrix} \quad \text{其中 } \begin{cases} a = S \cos \theta \\ b = -S \sin \theta \end{cases}$$

(二)

兩已知點，四道方程式，四個未知數(a、b、TX、TY)，恰好可解

比例尺=1.0000161769

旋轉量=-9d19m35.65s

N軸平移量=2666026.500

E軸平移量= 216031.500

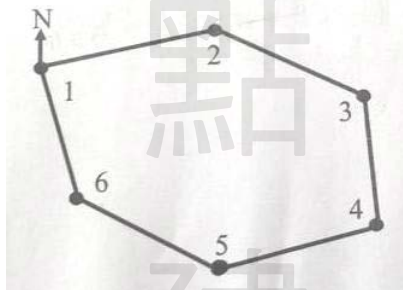
轉換後坐標

	轉換前Y坐標	轉換前X坐標	轉換後Y坐標	轉換後X坐標
1	485.730	518.560	2666499.995	216600.000
2	880.440	453.740	2666899.998	216600.004
3	723.600	732.840	2666699.997	216850.001
4	623.470	190.120	2666689.144	216298.220

二、下列為一 6 個導線點之閉合導線折角測量紀錄， $\beta_1=268^\circ51'35''$ ， $\beta_2=219^\circ47'20''$ ， $\beta_3=239^\circ08'30''$ ， $\beta_4=264^\circ18'25''$ ， $\beta_5=216^\circ42'50''$ ， $\beta_6=231^\circ12'05''$ 。(每小題 10 分，共 20 分)

(一)計算此導線各角之改正值與此測角誤差相當之量距精度。

(二)若已知點 1 與點 2 之折線方位角 $\varphi_{1,2}=79^\circ32'45''$ ，計算其他折線之方位角。



試題評析 導線計算之角度平差與方位角推算

考點命中 《高點建國土木測量學講義》Chap07，林昇編撰，導線計算之Page05與Page06。

解：

(一)

六外角總和= $1440d0'45''$ ，角度閉合差45秒，配賦後各角減少7''或8''

B1:268-51-28

B2:219-47-14

B3:239-08-23

B4:264-18-17

B5:216-42-42

B6:231-11-50

以測角精度7.5秒計算測距精度= $7.5''/206265''=1/29466$

(二)

$\varphi_{12}=79-32-45$

$\varphi_{23}=\varphi_{12}-180+\angle 2=119-19-59$

$\varphi_{34}=\varphi_{23}-180+\angle 3=178-28-22$

$\varphi_{45}=\varphi_{34}-180+\angle 4=262-46-39$

$\varphi_{56}=\varphi_{45}-180+\angle 5=299-29-21$

$\varphi_{61}=\varphi_{56}-180+\angle 6=350-41-17$

$\varphi_{12}=\varphi_{61}-180+\angle 1=79-32-45$ (驗算，與題目所給數據一致，表示計算正確)

三、高程測量可分直接高程測量與間接高程測量，試回答下列問題：(每小題10分，共20分)

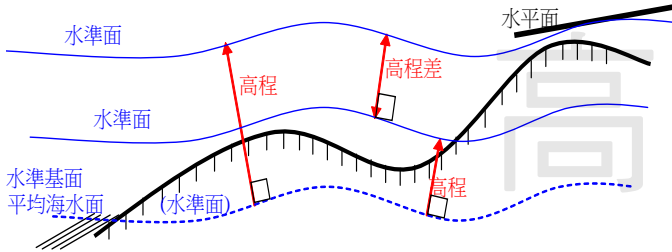
(一)以水準儀坐直接高程測量，水平線與水準線有何差異？何種情況下可視為相同？

(二)以三角高程測量做間接高程測量，若距離(D)較長(超過500m)需做改正，試列式說明並繪圖表示地球曲率改正(h_c)與大氣折光改正(h_R)。(註：地球半徑為R；大氣折光常數為k)

試題評析	水準測量之概念與測量概論中所討論之大地測量改正
考點命中	《高點建國土木測量學講義》Chpa01, 林昇編撰, 測量概論之Page01與Chap03水準測量之Page01。

解：

(一)

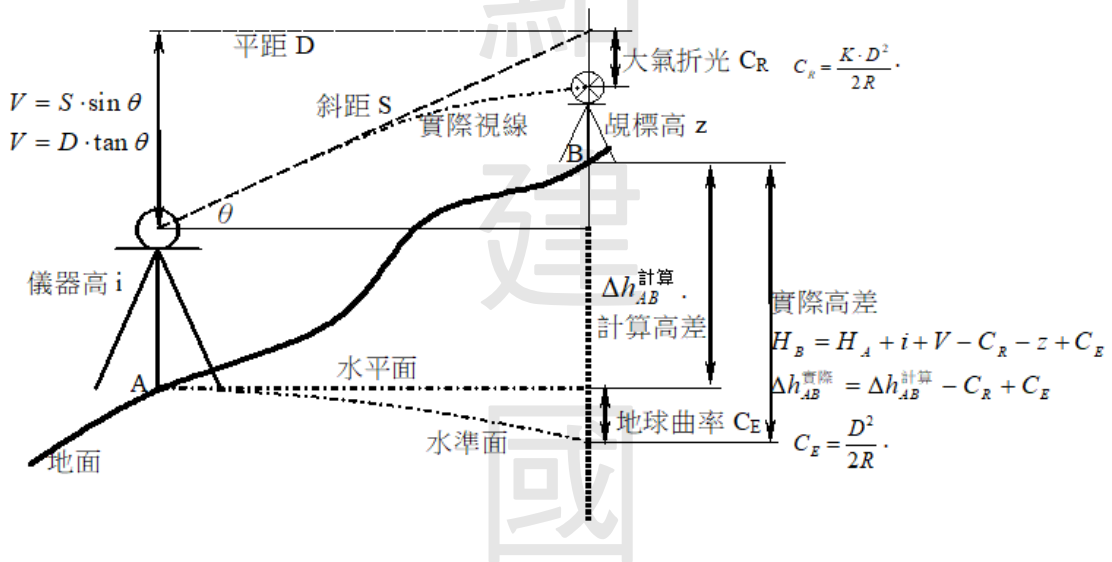


水平線:水平面上的任一直線

水準線:水準面之曲線

當施測距離較短,水準面與水平線居於一致時,水準線與水平面視為相同。

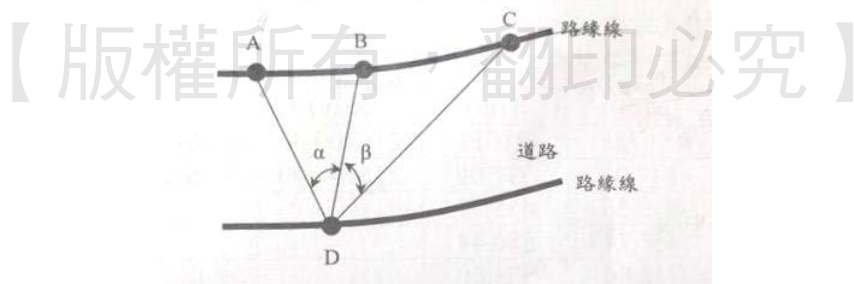
(二)



四、已知快速道路外側路線之三支路燈位於A點、B點、C點,其坐標分為(216567m, 2666340m)、(216592m, 2666383m)、(216615m, 2666426m),今欲在道路另一側加設一路燈於路線線之D點,如示意圖。以經緯儀整置於現地D點,測得 $\angle ADB=55^\circ 16' 39''$ 、 $\angle BDC=33^\circ 42' 20''$ 。(每小題10分,共20分)

(一)試繪圖並簡述求D點坐標之步驟。

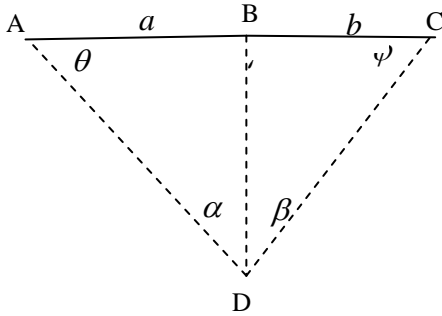
(二)計算D點之坐標。



試題評析	導線測量之交會法
考點命中	《高點建國土木測量學講義》Chap07，林昇編撰，導線測量之Page07。

解：

(一)



1. 理論基礎—依卜叔諾史奈林(Pothonot-Sinellins)公式法

如圖所示，令 $AB = a$ ， $BC = b$ ， $\angle ADB = \alpha$ ， $\angle CDB = \beta$ ， $\angle ABC = \gamma$ ， $\angle DAB = \theta$ ， $\angle DCB = \varphi$ 。

已知 $\theta + \varphi + \alpha + \beta + \gamma = 360^\circ$

可推得 $\varphi = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma) - \theta$

定義 $H = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$

則 $\varphi = H - \theta$

利用正弦定理得

$$a / \sin \alpha = BD / \sin \theta \quad b / \sin \alpha = BD / \sin \varphi$$

$$\text{二式相除得 } a \cdot \sin \beta / b \cdot \sin \alpha = \sin \varphi / \sin \theta$$

定義 $K = a \cdot \sin \beta / b \cdot \sin \alpha$

$$K = \sin \varphi / \sin \theta = \sin(H - \theta) / \sin \theta$$

$$\text{則 } \dots = (\sin H \cos \theta - \cos H \sin \theta) / \sin \theta$$

$$\dots = \sin H \cdot \cot \theta - \cos H$$

$$\therefore \cot \theta = (K + \cos H) / \sin H$$

$$\theta = \cot^{-1}[(K + \cos H) / \sin H]$$

2. 解題步驟

利用上述理論，具體求解步如下：

(1) 可由A、B、C三點座標求得AB、AC、BC邊長

(2) 由餘弦定理 求得 γ

(3) 由 $H = 360^\circ - (\alpha + \beta + \gamma)$ 求得H

(4) 由 $K = a \cdot \sin \beta / b \cdot \sin \alpha$ 求得K

(5) 由 $\theta = \cot^{-1}[(K + \cos H) / \sin H]$ 求得 θ

(6) 由餘弦定理求得 $\angle DAC$

(7) 由 $\angle DAC = \angle BAC - \angle BAD = \angle BAC - \theta$ 求得 $\angle DAC$

(8) 由正弦定理求得AD

(9)已知AD及 $\angle DAC$ ，可於A點架站用導線法 $X_D = X_A + D_{AD} \cdot \sin \phi_{AD}$ 求得D點
 $Y_D = Y_A + D_{AD} \cdot \cos \phi_{AD}$

(二)依據前述解題步驟列式計算

$$\phi = 57 - 31 - 43$$

$$\theta = 35 - 31 - 12$$

$$AD = 55.78$$

$$X_D = 216622.557$$

$$Y_D = 2666334962$$

五、日前有網友在公共政策平台參與平台提議“希望臺灣時區GMT+8改成GMT+9”，亦有民眾提議“反對調整時區”，請從測量專業角度回答下列問題(註：臺灣本島位於東經 120° 至 122° 間，地球半徑6370km；GMT為Greenwich Mean Time)。(每小題5分，共20分)

- (一)全球共劃分為幾個理論時區？每個時區橫跨多少經度差？
- (二)考量地理位置，臺灣應為哪一時區？
- (三)臺灣本島在UTM六度分帶坐標系統中位於第幾分帶？
- (四)臺灣本島東西約跨多少距離(以北緯 24° 估算)？

試題評析	坐標系統之分帶劃分與時事。
考點命中	《高點建國土木測量學講義》Chap05，林昇編撰，坐標系統之Page02。

解：

- (一)以格林維治子午線為零度做標準，把西經 7.5 度到東經 7.5 度訂為零時區，由零時區分別向東與向西各 15 度劃為一個時區，東西各有十二各時區，東十二區與西十二區重合，此區有一條國際換日線，作為國際日期的變換，全球合計共有二十四個標準時區。
- (二)台灣處於第八時區(7.5 度+ 15 度* $7 < 121$ 度 < 7.5 度+ 15 度* 8)。
- (三)台灣處於UTM六度分帶坐標系統中的第51分帶。
- (四)台灣本島東西約跨142公里。

【版權所有，翻印必究】