

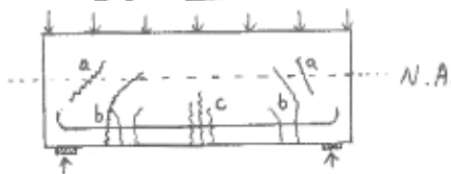
# 《鋼筋混凝土學與設計》

一、(一)一般鋼筋混凝土簡支梁的混凝土開裂產生裂紋之主要模式那些？請試述其破壞行為，並說明其發生的原因、位置及條件。(12分)

(二)若鋼筋混凝土梁矩形斷面為單筋梁，混凝土規定強度  $f'_c = 280\text{kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏強度  $f_y = 4,200\text{kgf/cm}^2$ 。何謂平衡鋼筋比？此斷面之平衡鋼筋比為何？依規範規定如何定義縱向鋼筋最大鋼筋比？此斷面之縱向鋼筋最大鋼筋比為何？(13分)

試題評析	混凝土梁裂縫種類為萬年不敗考題，有到課者均能得分，而 $\rho_b$ 亦屬基本觀念。目前規範雖未定 " $\rho_{max}$ "，但依學理精神，仍可推導出矩形梁(單筋梁)之 $\rho_{max}$ 。
考點命中	高點建國土木《鋼筋混凝土》第4-3頁，2-17頁與3-40頁。其中第3-40頁的〈今昔最大鋼筋量超級比一比〉尤值得您賞析。

解：

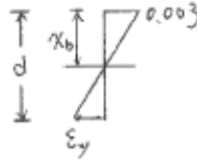


腹剪裂縫 (web-shear crack): 如 a 位置，断面剪力大、弯矩小的地方易發生，如簡支梁梁端。近中性軸處因剪应力較大，腹剪裂縫在 N.A. 開始發生，不是從梁底產生。裂縫走向與梁軸向夾  $45^\circ$ ，隨荷重增加，裂縫向左右兩端延伸。

撓曲裂縫 (flexural crack): 梁受較大正弯矩時，梁底產生較大水平向拉应力，此拉应力導致垂直向撓曲裂縫產生，如上图 c 處。但裂縫寬度、長度很快受到主筋阻止。

撓剪裂縫 (flexure-shear crack): 如 b 位置，撓剪裂縫通常從撓曲裂縫尖端開始發展，撓剪裂縫在断面 V 大、M 大地方易發生。隨梁上載重增加，愈往 N.A.，剪应力愈大，裂縫走向逐漸傾向  $45^\circ$ ，通過 N.A.，裂縫傾角減緩，小於  $45^\circ$ 。

(二) 平衡鋼筋比  $\rho_b = \frac{A_{sb}}{bd}$ 。  $A_{sb}$  是梁斷面壓力側最外緣混凝土達壓應變 0.003 時，拉力筋能夠「恰」達降伏拉應變的鋼筋量。  $b$  是梁寬，  $d$  是有效深度。 簡言之，極限狀態之應變分布為



已知  $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ，  $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$

$$\Rightarrow \varepsilon_y = 0.002$$

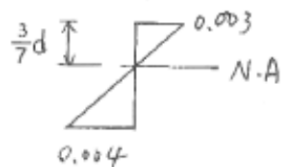
$$\text{依 } \Sigma F_x = 0 \quad \rightarrow A_{sb} f_y = 0.85 f'_c a b = 0.85 f'_c (\beta_1 x_b) b$$

$$\rightarrow A_{sb} f_y = 0.85 f'_c \beta_1 \left(\frac{3}{7} d\right) b$$

$$\rightarrow \rho_b = \frac{A_{sb}}{bd} = \frac{0.85^2 \cdot f'_c \cdot a \cdot b}{f_y} = \frac{0.85^2 \cdot 280 \cdot 0.6}{4200} = \underline{0.0289}$$

$$\text{依規範, } \rho_{\max} = \frac{A_{s, \max}}{bd} = \frac{0.85^2 \cdot f'_c \cdot \frac{3}{7}}{f_y} = \frac{0.85^2 \cdot 280 \cdot \frac{3}{7}}{4200} \\ = \underline{0.02064}$$

依規範，若配最大鋼筋量時，極限狀態拉力筋之應變為 0.004，對應之 N.A. 位置為  $\frac{3}{7}d$ 。 對應之最大鋼筋量為  $A_{s, \max}$ 。



對應之最大拉力鋼筋比

$$\rho_{\max} = \frac{A_{s, \max}}{bd}$$

- 二、懸臂短梁跨長 2m，梁寬  $b=30\text{cm}$ ，深度  $h=55\text{cm}$ ，採用混凝土強度  $f'_c = 210\text{kgf/cm}^2$ ，上層縱向鋼筋採用 4 根 D25 (直徑  $d_b = 2.54\text{cm}$ ，截面積  $a_b = 5.067\text{cm}^2$ ， $f_y = 4,200\text{kgf/cm}^2$ ) 單層排列，箍筋採用 D10 (直徑  $d_b = 0.953\text{cm}$ ，截面積  $a_b = 0.713\text{cm}^2$ ， $f_y = 2,800\text{kgf/cm}^2$ )，混凝土保護層依規範要求之最小值計算。請檢驗此梁配筋之鋼筋排列淨間距是否符合規範要求？所對應之強度折減係數  $\phi$  值為

何？若此梁承受設計均布載重  $w_u$ ，試求解此梁所能承受之最大設計均布載重  $w_u$ 。(25分)

試題評析	本題給定主筋量，乃「分析」之題型，相對較簡單。本題未給肋筋間距，無法從剪力強度計算 $W_u$ 大小，整體而言：基本、簡單、送分。
考點命中	高點建國《解說鋼筋混凝土》第2-24頁。以及題庫班《鋼筋混凝土學了沒》第2-18頁。

解：

(1) 主筋淨間距  $S$

$$3S + 4 \times 2.54 + 0.953 \times 2 + 4 \times 2 = 30$$

$$\Rightarrow S = 3.31 \text{ cm}$$

$$3.31 \text{ cm} > d_b = 2.54 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

$$3.31 \text{ cm} > 2.5 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

故淨間距符合規範要求。

$$(2) \sum F_x = 0 \quad A_s f_y = 0.85 f'_c a b$$

$$\Rightarrow 4 \times 5.067 \times 4200 = 0.85 \times 210 \times 30 a$$

$$\Rightarrow a = 15.896 \text{ cm}$$

$$d = 55 - 4 - 0.953 - \frac{2.54}{2} = 48.777 \text{ cm}$$

$$\chi = \frac{a}{\beta_1} = \frac{15.896}{0.85} = 18.7 \text{ cm}$$

$$\epsilon_t = \frac{0.003}{\chi} (d - \chi) = \frac{0.003}{18.7} (48.78 - 18.7) = 4.825 \times 10^{-3}$$

$$\therefore \phi = 0.483 + 83.3 \epsilon_t = \underline{0.885}$$

$$(3) \phi M_n = M_u$$

$$\Rightarrow 0.9 A_s f_y \left(d - \frac{a}{2}\right) = w_u \times L \times \frac{L}{2}$$

$$\Rightarrow 0.885 \times 4 \times 5.067 \times 4.2 \times \left(48.78 - \frac{15.896}{2}\right) / 100 = w_u \times 2 \times 1$$

$$\Rightarrow 30.759 = 2 w_u$$

$$\Rightarrow w_u = \underline{15.38 \text{ tf/m}}$$

三、已知一方形基腳  $400\text{cm} \times 400\text{cm}$ ，其上支承之內柱斷面為  $50\text{cm} \times 50\text{cm}$ ，假設基腳厚為  $85\text{cm}$ ，有效厚度  $d=75\text{cm}$ 。承載靜載重  $p_d = 175\text{tf}$ 、活載重  $p_l = 140\text{tf}$ 。若  $f'_c = 210\text{kgf/cm}^2$ ，試問此基腳厚度是否足夠？(25分)

參考資料： $V_u \leq 0.265 \left(2 + \frac{4}{\beta}\right) \sqrt{f'_c} b_o d$

$$\leq 0.265 \left(2 + \frac{\alpha_s d}{b_o}\right) \sqrt{f'_c} b_o d \quad \alpha_s = \begin{cases} 40 (\text{內柱時}) \\ 30 (\text{邊柱時}) \\ 20 (\text{角柱時}) \end{cases}$$

$$\leq 1.06 \sqrt{f'_c} b_o d$$

試題評析	一般考基腳題目，會考底面積足夠否？厚度足夠否？鋼筋量足夠否。本題只考厚度足夠否，有準備的學員皆可輕鬆得分。
考點命中	高點建國土木《解說鋼筋混凝土》第8-14頁與8-15頁，題庫班《鋼筋混凝土學了沒》第8-14頁。

解：

(1) 檢核穿孔剪力破壞

$$q_u = \frac{P_u}{A} = \frac{1.2 P_D + 1.6 P_L}{A} = \frac{1.2 \times 175 + 1.6 \times 140}{4^2} = 27.125 \text{ tf/m}^2$$

$$0.53 + \frac{1.06}{\beta_c} = 0.53 + \frac{1.06}{1} = 1.59 \quad (\text{被淘汰})$$

$$0.53 + \frac{0.265 \alpha_s d}{b_o} = 0.53 + \frac{0.265 \times 40 \times 75}{4(50+75)} = 2.12 \quad (\text{被淘汰})$$

$$\therefore V_c = 1.06 \sqrt{f_c} b_o d = 1.06 \sqrt{210} \times 500 \times 75 / 1000 = 576 \text{ tf}$$

$$\phi V_c = 0.75 \times 576 = 432 \text{ tf}$$

$$V_u = q_u (4^2 - 1.25^2) = 27.125 (4^2 - 1.25^2) = 391.62 \text{ tf}$$

$$\therefore \phi V_c \geq V_u \quad \therefore \text{OK!}$$

(2) 檢核梁式剪力

$$\phi V_c = 0.75 \times 0.53 \sqrt{f_c} B d = 0.75 \times 0.53 \sqrt{210} \times 400 \times 75 / 1000 = 172.8 \text{ tf}$$

$$V_u = \frac{400-50}{2} \times 75 \times 4 \times q_u = 1 \times 4 \times q_u = 108.5 \text{ tf}$$

$$\therefore \phi V_c \geq V_u \quad \therefore \text{OK!}$$

綜上 故本題基腳版厚度足夠。

四、有一懸臂短梁如圖所示支撐於左側方形柱，採用混凝土強度  $f'_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$ 。試採用詳細計算方法檢核上層拉力撓曲鋼筋所需之伸展長度是否足夠？(25分)

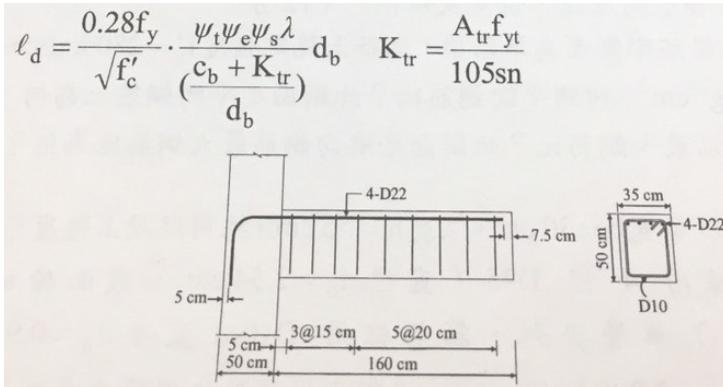
參考資料：鋼筋D10：直徑直徑  $d_b = 0.953 \text{ cm}$ ，

截面積  $a_b = 0.713 \text{ cm}^2$ ， $f_y = 2,800 \text{ kgf/cm}^2$ 。

鋼筋D22：直徑直徑  $d_b = 2.22 \text{ cm}$ ，

截面積  $a_b = 3.871 \text{ cm}^2$ ， $f_y = 4,200 \text{ kgf/cm}^2$ 。

混凝土保護層依規範要求之最小值計算。



試題評析	此次考試有給伸展長度公式，屬於大發慈悲，惟符號意義不解釋，考生須及早理解。本題若真要算是否能錨定得住，應考慮標準彎鉤受拉主筋伸展長度 $l_d$ ，為防止意外，故亦計算之，以防生變。本題肋筋有兩種不同間距，但臨界面斷面在柱面，故以柱面處肋筋間距15cm為準。
考點命中	高點建國土木《解說鋼筋混凝土》第7-13、7-14與7-17頁，題庫班《鋼筋混凝土學了沒》第7-7頁。

解：

$\psi_t = 1.3$  (其下混凝土一次澆置厚度  $> 30$  cm)  
 $\psi_e = 1.0$        $\psi_s = 1.0$  (D22有較大鋼筋)  
 $\lambda = 1.0$   
 $\psi_t = \psi_e = 1.3 \leq 1.7$  OK!  
 $t_1 = t_2 = 4 + 0.953 + \frac{2.22}{2} = 6.063$  cm  
 $6C_s + 6.063 \times 2 = 35 \quad \Rightarrow C_s = 3.812$  cm  
 $\therefore C_s < t_1$        $\therefore$  水平式劈裂破壞

(2)  $\frac{A_{tr}}{n} = \frac{2 \times 0.713}{4}$   
 $K_{tr} = \frac{A_{tr} f_{yt}}{105sn} = \frac{2 \times 0.713 \times 2800}{105 \times 15 \times 4} = 0.6338$   
 $C_b = \min[t_1, t_2, C_s] = 3.812$  cm  
 $\frac{C_b + K_{tr}}{d_b} = \frac{3.812 + 0.6338}{2.22} = 2 \leq 2.5$  OK!

【版權所有，翻印必究】

$$l_d = \frac{0.28 d_b f_y}{\sqrt{f_c}} \frac{\psi_t \psi_e \psi_s \lambda}{C_b + K_{tr}} = \frac{0.28 \times 2.22 \times 4200}{\sqrt{210}} \times \frac{1.3}{2}$$

$$= \underline{117.1 \text{ cm}} \quad \geq 30 \text{ cm} \quad \text{OK!}$$

現場埋置長度 =  $160 - 75 = 152.5 \text{ cm} > 117.1 \text{ cm}$  亦足夠

(3) 此主筋實際以彎鉤錨定

$$l_{dh} = \max \left[ \frac{0.075 d_b f_y \psi_e \lambda}{\sqrt{f_c}}, 8 d_b, 15 \text{ cm} \right]$$

$$= \max \left[ \frac{0.075 \times 2.22 \times 4200}{\sqrt{210}}, 8 \times 2.22, 15 \right] = 48.3 \text{ cm}$$

現場埋置長度 =  $152.5 \text{ cm} > 48.3 \text{ cm}$  亦足夠

# 點 建 國

【版權所有，翻印必究】