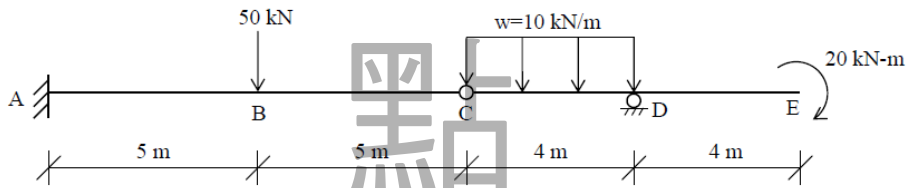


《結構學概要與鋼筋混凝土學概要》

高克剛、歐陽老師 主解

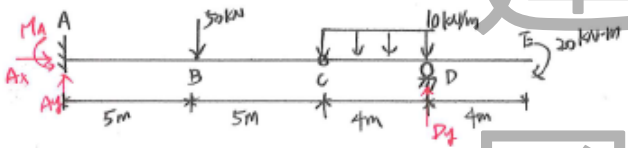
一、如下圖所示之梁，A 點為固定端，C 點為鉸接，D 點為滾支承，請繪此梁之剪力圖及彎矩圖。(25 分)



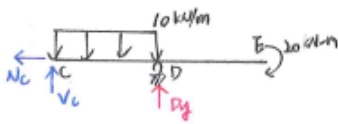
試題評析 基本的靜定梁剪力彎矩分析，碰到內鉸接續必定從該處取分離體分。

解：

本題為靜定梁，假設支承反力如下圖



取 CDE 分離體



$$\sum M_c = 0 (+)$$

$$(20) + (10)(4)(2) - 4D_y = 0$$

$$\Rightarrow D_y = 25 \text{ kN} (\uparrow)$$

由整體結構 $\sum F_y = 0 (+)$

由整體結構 $\sum F_x = 0 (+)$

$$A_y + D_y - 50 - (10)(4) = 0$$

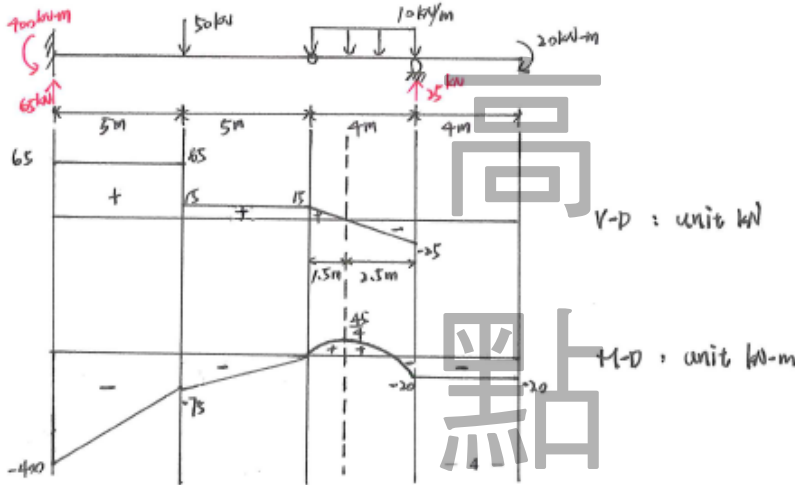
$$\Rightarrow A_y = 65 \text{ kN} (\uparrow)$$

$$A_x = 0$$

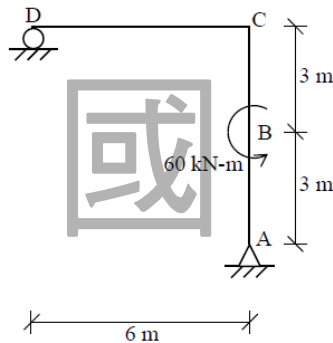
由整體結構 $\sum M_A = 0$ (逆)

$$(50)(5) + (10)(+)(12) + 20 - (14)(14) - M_A = 0$$

$$\Rightarrow M_A = 490 \text{ kN}\cdot\text{m} \text{ (逆)}$$



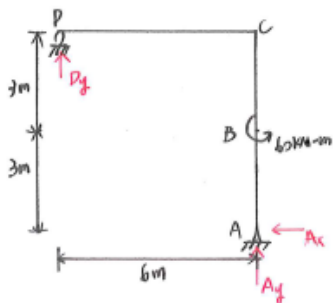
二、如下圖所示之剛架，A 點為鉸接端，D 點為滾支承，在 B 點施加一個 60 kN-m 的彎矩，請(一)繪此剛架之剪力圖及彎矩圖。(10 分) (二)求 C 點水平位移及旋轉角 (各桿件之 E、I 均相同)。(15 分)



試題評析 靜定剛架的內力分析與變位分析，務必熟悉單位力法的體積積分，速度可加快不少。

解：

(1) **【版權所有，翻印必究】**
 本題為靜定剛架，假設支反力如下圖

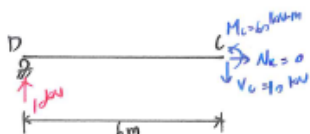


由 $\sum F_x = 0$ (\rightarrow), $A_x = 0$

由 $\sum M_D = 0$ (\curvearrowright), $-(A_y)(6) - 60 = 0 \Rightarrow A_y = -10 \text{ kN} (\downarrow)$

由 $\sum F_y = 0$ (\uparrow), $A_y + D_y = 0 \Rightarrow D_y = 10 \text{ kN} (\uparrow)$

各桿分離體圖如下



由 CD 分離體 $\sum F_y = 0$ (\uparrow).

$10 - V_c = 0$
 $\Rightarrow V_c = 10 \text{ kN} (\downarrow)$

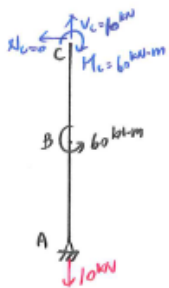
$\sum M_C = 0$ (\curvearrowright)

$(10)(6) - M_c = 0$

$\Rightarrow M_c = 60 \text{ kN-m} (\curvearrowright)$

$\sum F_x = 0$ (\rightarrow)

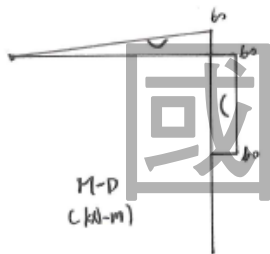
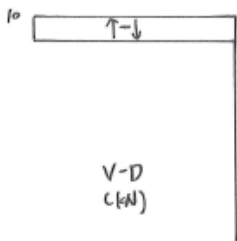
$N_c = 0$



※注意

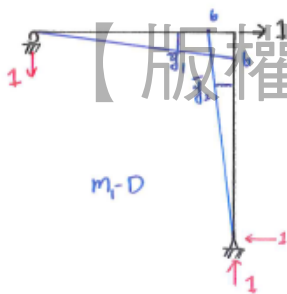
DC 分離體 C 支內力 與 CBA 分離體 C 支內力
 應大小相等，方向相反

可繪剪力、彎矩圖如下



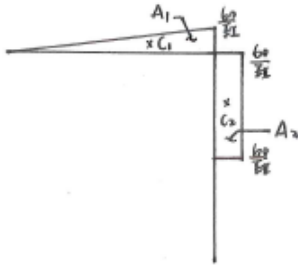
(2) 以單位力法求 Δ_{CH} , θ_C

(i) Δ_{CH} , 施加 1 單位力於剛架 C 點, 支承反力與彎矩 m_i 圖如下



【版權所有，翻印必究】

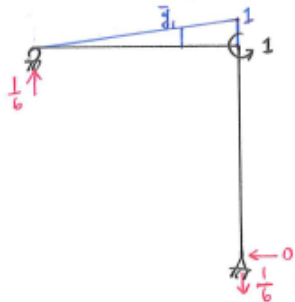
將原構架 M 圖除以 EI



由體積積分法

$$\Delta H = \int A_n \bar{d}_n = \left(\frac{60}{EI}\right)(6)\left(\frac{1}{2}\right)\left(-6 \times \frac{2}{3}\right) + \left(\frac{20}{EI}\right)(3)\left(-6 \times \frac{3}{4}\right) = -\frac{1520}{EI} (\leftarrow)$$

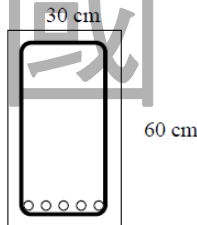
(ii) θ_c , 施加 1 單位力矩於倒架 c 處, 支承反力與彎矩圖如下



同樣搭配原構架 M 圖除以 EI, 由體積積分法

$$\theta_c = \int A_n \bar{d}_n = \left(\frac{60}{EI}\right)(6)\left(\frac{1}{2}\right)\left(1 \times \frac{2}{3}\right) = \frac{120}{EI} (\searrow)$$

三、下圖 RC 梁中混凝土之規定抗壓強度 $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$, 主筋 (D25) 之規定降伏強度 $f_y = 4200 \text{ kgf/cm}^2$, 斷面受壓側外緣與縱向受拉鋼筋中心距 $d_t = 53 \text{ cm}$ 。若混凝土實際抗壓強度僅有 180 kgf/cm^2 , 試求其設計彎矩強度 ϕM_n 之減少之百分比 (本題中不須考慮最大容許淨拉應變 ϵ_t 之限制)。(25 分)



參考資料：

- D25 鋼筋之標稱面積為 5.067 cm^2
- 當斷面中性軸至最外受壓纖維之距離 c 與有效深度 d_t 比值
 - $c/d_t \geq 0.600$ 時, (撓曲) 強度折減因數 $\phi = 0.65$
 - $c/d_t \leq 0.375$ 時, (撓曲) 強度折減因數 $\phi = 0.9$

0.600 $\leq c/d_t \leq 0.375$ 時, (撓曲) 強度折減因數 $\phi = 0.65 + 0.25 \left(\frac{1}{c/d_t} - \frac{5}{3} \right)$

試題評析

本題屬傳統性考題, 無特別陷阱, 惟請考生注意: $f'_c = 180 \text{ kgf/cm}^2$ 時, $\beta_1 = 0.85$ 。還有題目提供的 ϕ 內插公式 $\phi = 0.65 + 0.25 \left(\frac{dt}{c} - \frac{5}{3} \right)$ 與班上的 $\phi = 0.483 + 83.3 \xi_t$ 乃係出同

源，你要用哪一個都可以，照樣滿分。

考點命中 《解說鋼筋混凝土》〔例2-4.1〕，本題與班上教導之例題相似度達85%。

解：

(1) $f'_c = 280 \text{ kgf/cm}^2$ ，檢驗極限時拉降否

$$A_s = 5 \times 5.067 = 25.335 \text{ cm}^2$$

$$A_{sb} = \frac{0.85 f'_c a b}{f_y} = \frac{0.85 \times 0.28 \times 27.03 \times 30}{4.2} = 45.951 \text{ cm}^2$$

$$\text{其中 } \chi_b = 0.6d = 0.6 \times 53 = 31.8 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 \chi_b = 0.85 \times 31.8 = 27.03 \text{ cm}$$

$$\because A_s = 25.335 \text{ cm}^2 < A_{sb}$$

\therefore 拉降

$$\sum F_x = 0 \quad A_s f_y = 0.85 f'_c a b$$

$$\rightarrow 25.335 \times 4.2 = 0.85 \times 0.28 \times 30 a$$

$$\Rightarrow a = 14.9 \text{ cm}$$

$$\chi = \frac{a}{\beta_1} = 17.53 \text{ cm} < \chi_{0.005} = \frac{3}{8} d_t = 19.875 \text{ cm}$$

$$\text{故 } \phi = 0.9$$

$$\phi M_n = 0.9 \times 25.335 \times 4.2 \left(53 - \frac{14.9}{2} \right) = 4362.15 \text{ tf}\cdot\text{cm}$$

$$= 43.622 \text{ tf}\cdot\text{m}$$

(2) $f'_c = 180 \text{ kgf/cm}^2 \Rightarrow \beta_1 = 0.85$

檢驗極限時拉降否

$$A_{sb} = 45.951 \times \frac{180}{280} = 29.54 \text{ cm}^2 > A_s = 25.335 \text{ cm}^2 \quad \therefore \text{拉降}$$

$$\sum F_x = 0 \quad A_s f_y = 0.85 f'_c a b$$

$$\Rightarrow 25.335 \times 4.2 = 0.85 \times 0.18 \times 30 a$$

$$\Rightarrow a = 23.182 \text{ cm}$$

$$\chi = \frac{a}{\beta_1} = 27.27 \text{ cm}$$

$$\phi = 0.65 + 0.25 \left[\frac{d_t}{\chi} - \frac{5}{3} \right] = 0.65 + 0.25 \left[\frac{53}{27.27} - \frac{5}{3} \right]$$

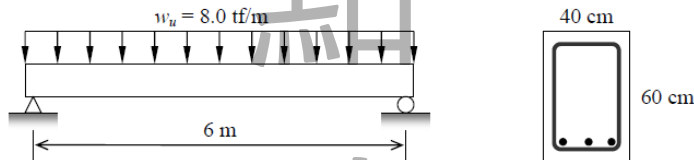
【版權所有，翻印必究】

$$\begin{aligned}\phi M_n &= 0.7192 \times 25.335 \times 4.2 \left(53 - \frac{23.182}{2} \right) \\ &= 3169 \text{ tf}\cdot\text{cm} = 31.69 \text{ tf}\cdot\text{m}\end{aligned}$$

(3) 設計彎矩強度中 M_n 減少之百分比

$$= \frac{43.622 - 31.69}{43.622} = 27.4\%$$

四、一斷面 $40 \text{ cm} \times 60 \text{ cm}$ 之 RC 簡支梁如下圖所示。若混凝土之規定抗壓強度 $f'_c = 210 \text{ kgf/cm}^2$ 、剪力鋼筋 ($D13$) 之規定降伏強度 $f_{yt} = 2800 \text{ kgf/cm}^2$ 、斷面受壓側外緣與縱向受拉鋼筋中心距 $d = 53 \text{ cm}$ ，試求梁端剪力鋼筋之最大容許間距 (不必考慮耐震設計之特別規定，答案中小數點部分無條件捨去至 cm)。(25 分)



參考資料：

- $D13$ 鋼筋之標稱面積為 1.267 cm^2
- 混凝土所提供之剪力計算強度 $V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$ (b_w 為梁寬)
- 混凝土構材中剪力鋼筋量不得小於 $0.2 \sqrt{f'_c} \frac{b_w s}{f_{yt}}$ 或 $3.5 \frac{b_w s}{f_{yt}}$
- 非預力混凝土構材中剪力鋼筋之間距不得超過 $d/2$ 或 60 cm ；若 $V_s > 1.06 \sqrt{f'_c} b_w d$ 則前述最大間距須再減半。

試題評析	本題是剪力筋裡最最最簡單的題型，例如臨界斷面在支承面外 $1.0d$ 之處，題圖所示剪力鋼筋為 2 legs，都是基本常識，評價本題是送分題。
考點命中	《解說鋼筋混凝土》〔例4-4.1〕、〔例4-4.3〕

解：

$$(1) \text{臨界斷面 } V_u = 8(3 - 0.53) = 19.76 \text{ tf} = 19760 \text{ kgf}$$

$$V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d = 0.53 \sqrt{210} \times 40 \times 53 = 16283 \text{ kgf}$$

$$\phi(V_c + V_s) = V_u$$

$$\Rightarrow 0.75(16283 + V_s) = 19760$$

$$\Rightarrow V_s = 10064 \text{ kgf} < 2V_c$$

$$(2) \nu_s = \frac{A_v f_y d}{S}$$

$$\Rightarrow 10064 = \frac{2 \times 1.267 \times 2800 \times 53}{S}$$

$$\Rightarrow S = 37.36 \text{ cm}$$

$$S \leq \min \left[\frac{d}{2}, 60 \text{ cm}, \frac{A_v f_y}{3.5 b_w}, \frac{A_v f_y}{0.2 \sqrt{f_c} b_w} \right]$$

$$= \min [26.5 \text{ cm}, 60 \text{ cm}, 50.68 \text{ cm}, 61.2 \text{ cm}]$$

$$= 26.5 \text{ cm}$$

$$\text{use } \underline{S = 26 \text{ cm}}$$

高
點
建
國

【版權所有，翻印必究】