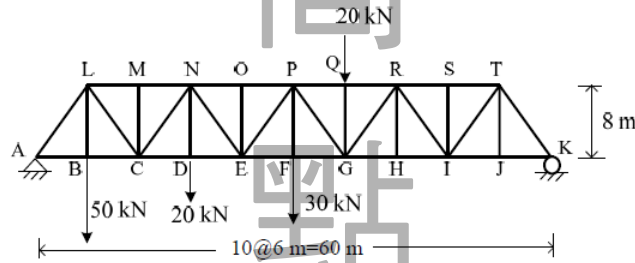


《結構學》

高克剛老師 主解

一、如圖一所示之桁架，腹桿(直或斜)那一根或那幾根受力最大？上弦桿那一根或那幾根受力大？下弦桿那一根或那幾根受力最大？以上答案須註明力的大小及張或壓。(25分)



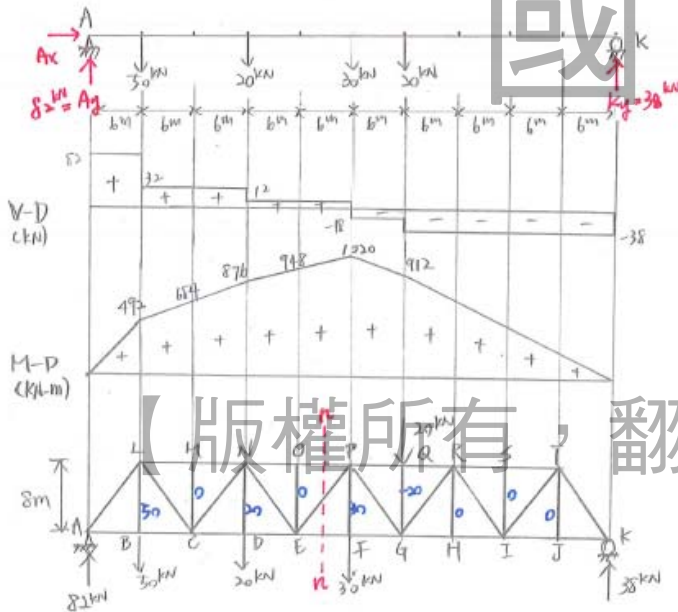
圖一

試題評析

靜定簡單桁架，但桿件數量多，應先將桁架視為靜定梁計算內力分布後，判斷哪個部位受力較大

解：

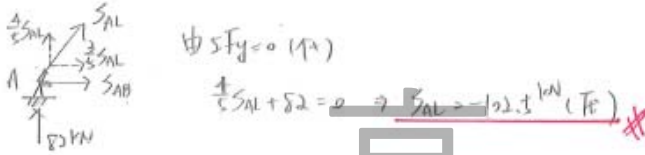
一、本題為靜定簡單桁架，以節點法或剖面法分析
 桿件數目多，先將桁架視為一簡支梁，繪製剪力彎矩圖，研判受力最大桿件，上下弦桿利用力偶抵抗彎矩，腹桿則抵抗剪力



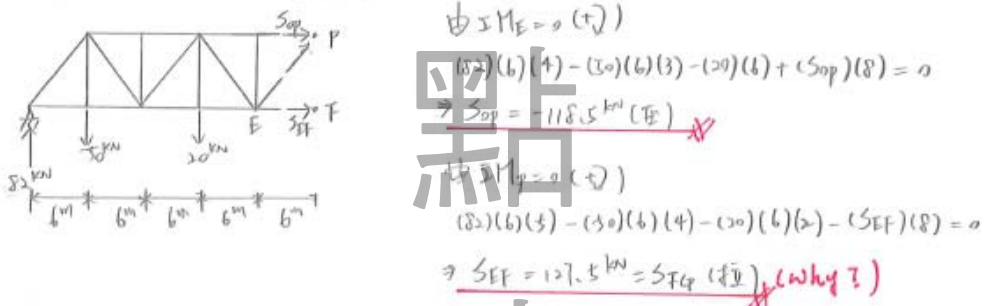
$$\begin{aligned} \sum F_x &= 0 \quad (\rightarrow) \\ A_x &= 0 \\ \sum M_A &= 0 \quad (\uparrow) \\ K_y &= 38 \text{ kN} \quad (\uparrow) \\ \sum F_y &= 0 \quad (\uparrow) \\ A_y &= 82 \text{ kN} \quad (\uparrow) \end{aligned}$$

【版權所有，翻印必究】

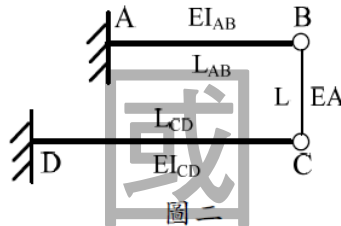
由剪力圖可知 AB 隔間剪力最大，故判斷 AL 桿為受最大腹桿
利用 A 節點分離體



由彎矩圖可知 EF 隔間彎矩最大，故判斷 OP、EP 桿為受最大上下弦桿
利用 n-n 剖面左邊分離體



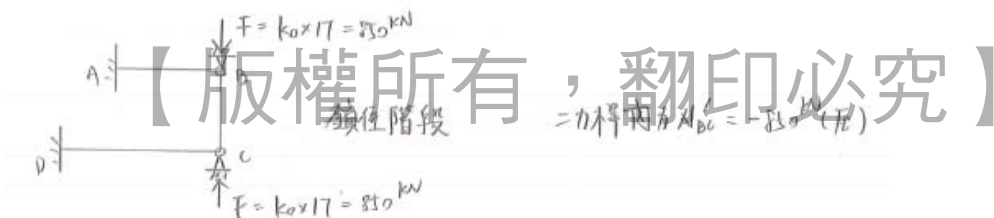
二、如圖二所示之結構，兩根懸臂梁以二力桿件結合一起，已知懸臂梁 AB 之垂直勁度 $=3EI_{AB}/(L_{AB})^3 = k_1 = 20 \text{ kN/mm}$ ，懸臂梁 CD 之垂直勁度 $=3EI_{CD}/(L_{CD})^3 = k_2 = 10 \text{ kN/mm}$ ，二力桿件 BC 之軸向勁度 $=EA/L = k_0 = 50 \text{ kN/mm}$ 。若二力桿件 BC 有製作誤差過長 17mm，試問 C 點之垂直向下位移為何？又 BC 桿件之軸力為何？(25 分)

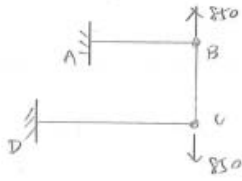


試題評析 再次體會基本變位公式的強大威力，必背！桿件誤差可利用鎖住+開鎖處理

解：

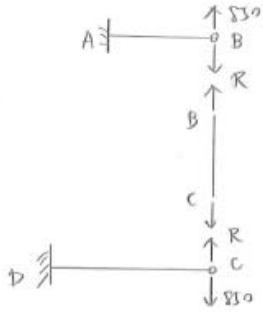
本題為一度靜不定組合結構，桿件誤差以鎖住+開鎖處理





閉鎖階段

閉鎖階段設 = 力桿內力為質力 R



由 B 夾變形得

$$\downarrow + \Delta_{BV} = \frac{(R)(L_{AB})^3}{3EI_{AB}} - \frac{(850)(L_{BC})^3}{3EI_{BC}} = -\frac{RL}{AE} - \frac{(R)(L_{BC})^3}{3EI_{BC}} + \frac{(850)(L_{BC})^3}{3EI_{BC}}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{k_1} - \frac{850}{k_1} - \frac{R}{k_2} - \frac{R}{k_2} + \frac{850}{k_2}$$

$$\Rightarrow \frac{R}{20} - \frac{850}{20} - \frac{R}{10} - \frac{R}{10} + \frac{850}{10}$$

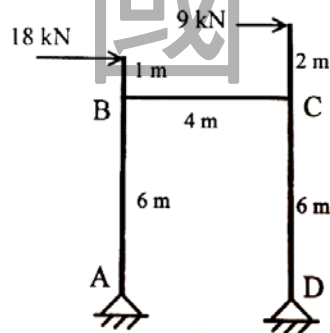
$$\Rightarrow 5R - 4250 = -2R - 10R + 8500$$

$$\Rightarrow R = 750 \text{ kN (↓)}$$

原結構 = 力桿內力 $N_{BC} = N'_{BC} + R = -850 + 750 = -100 \text{ kN (T)}$

$$\downarrow + \Delta_{CV} = -\frac{R}{k_2} + \frac{850}{k_2} = -\frac{750}{10} + \frac{850}{10} = 10 \text{ mm (↓)}$$

三、假設各桿件之 EI 相同，試以傾角變位法求解圖三所示構架各桿件之桿端彎矩(以其他方法求解一律不予計分)。(25 分)

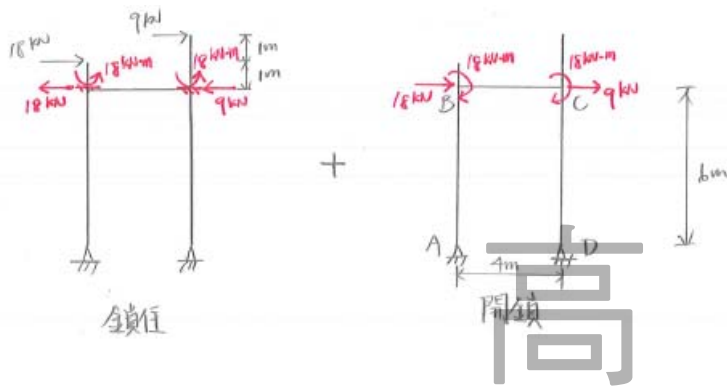


圖三

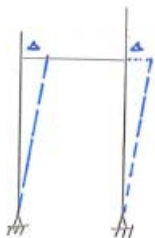
試題評析 很單純的傾角變位法應用，重點在看出剛架變形行為反對稱

解：

原結構可依重疊原理分解如下。



開鎖階段，在傾角變位法假設桿件軸向不變形之前題下，構架變形行為反對稱，側移簡圖如下



$$M_{BA} = \frac{2EI}{b} \left(1.5\theta_B - \frac{1.5\Delta}{b} \right) = \frac{2EI}{b} \theta_B - \frac{2EI}{b^2} \Delta$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{4} (2\theta_B + 0) = \frac{EI}{2} \theta_B$$

由 $\sum M_B = 0$

$$M_{BA} + M_{BC} = 18$$

$$\Rightarrow 2EI\theta_B - \frac{EI}{b} \Delta = 18 \quad \text{--- (a)}$$

由整體構架 $\sum F_x = 0$

$$18 + 2V_A = 0$$

$$\Rightarrow 18 + \frac{M_{BA}}{3} = 0$$

$$\Rightarrow 18 + \frac{EI}{2} \theta_B - \frac{EI}{b} \Delta = 0$$

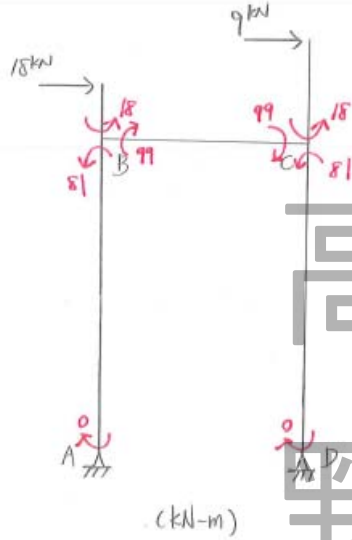
$$\Rightarrow 2EI\theta_B - \frac{EI}{3} \Delta = -324 \quad \text{--- (b)}$$

聯立(a)(b)，求得 $\Delta = \frac{1368}{EI}$ ， $\theta_B = \theta_C = \frac{66}{EI}$

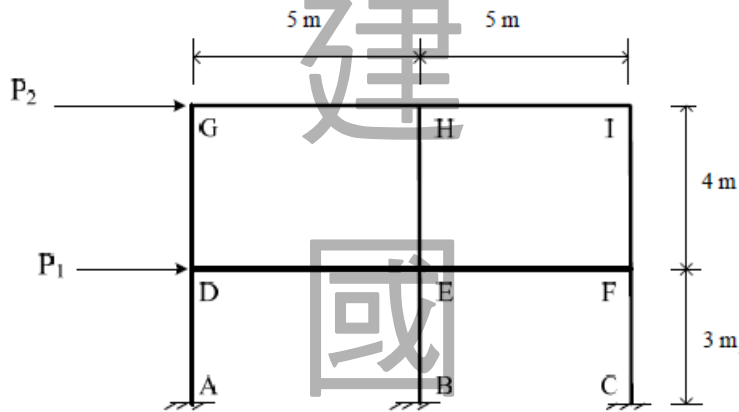
$$\therefore M_{BA} = M_{CD} = \frac{EI}{b} \times \frac{66}{EI} - \frac{EI}{b^2} \times \frac{1368}{EI} = -81 \text{ kN-m}$$

$$M_{BC} = M_{CB} = \frac{EI}{2} \times \frac{66}{EI} = 99 \text{ kN-m}$$

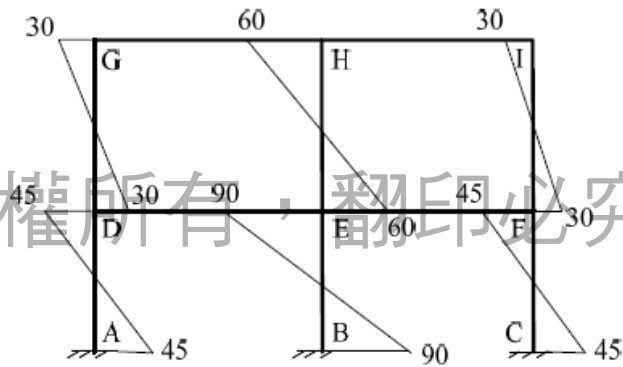
原構架各桿端彎矩繪如下圖



四、如圖四(a)受水平側力之剛構架，近似分析時假設柱及梁的反曲點在各桿件中間，若分析得柱之彎矩圖如圖四(b)所示(單位 kN-m)。試求水平側力 P_1 及 P_2 並畫出梁之彎矩圖。(25 分)



圖四(a)



圖四(b)

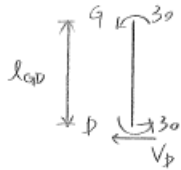
【版權所有，翻印必究】

試題評析 近似分析法之門架法的應用，依照題目假設利用分離體力平衡即可解出答案

解：

題目已給柱端彎矩，柱底剪力可依力平衡求得

以GD桿為例



由 $\sum M_G = 0$
 $V_D = \frac{30+30}{l_{GD}} = \frac{60}{4} = 15 \text{ kN} (\leftarrow)$

則可算得

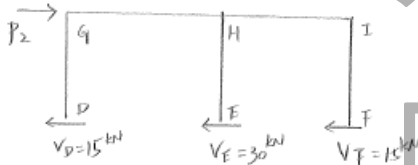
$$V_E = \frac{60+60}{4} = 30 \text{ kN}$$

$$V_F = \frac{30+30}{4} = 15 \text{ kN}$$

$$V_A = V_C = \frac{45+45}{3} = 30 \text{ kN}$$

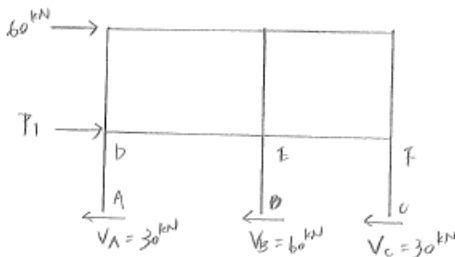
$$V_B = \frac{90+90}{3} = 60 \text{ kN}$$

由上半層分離體



由 $\sum F_x = 0$
 $P_2 = 15 + 30 + 15 = 60 \text{ kN}$

由整體構架



由 $\sum F_x = 0$
 $60 + P_1 = 120 \text{ kN}$
 $\Rightarrow P_1 = 60 \text{ kN}$

G、D、I、F 未知量皆由節點力平衡求得

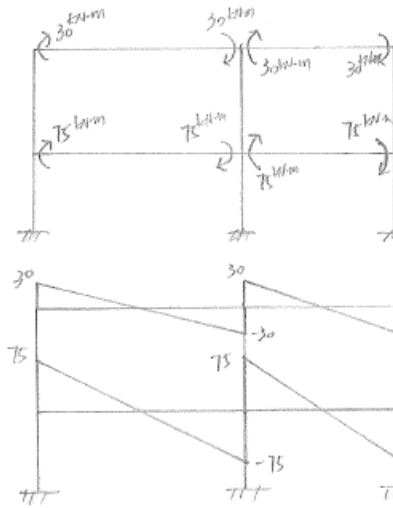
由 $\sum M_G = 0$, $M_{G,b} = 30 \text{ kN-m}$

$$P_1 \rightarrow \begin{array}{c} 30 \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ 45 \end{array} \quad \text{由 } \sum M_D = 0, \quad M_{D,b} = 75 \text{ kN-m}$$

$$M_{D,b} \begin{array}{c} \curvearrowright \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ 30 \end{array} \quad \text{由 } \sum M_G = 0, \quad M_{G,b} = 30 \text{ kN-m}$$

$$M_{F,b} \begin{array}{c} \curvearrowright \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ \text{---} \\ 45 \end{array} \quad \text{由 } \sum M_F = 0, \quad M_{F,b} = 75 \text{ kN-m}$$

由梁中支為反曲支之假設，可推得 H、E 支梁彎矩與遠端節支大小相等，方向相同，各梁端彎矩如下圖



高點建國

【版權所有，翻印必究】