

《教育測驗與統計概要》

一、段考後，陳老師做了試題分析，他將班上40位學生分為高分組以及低分組二組。其中有一題標準答案為C，班上學生各選項回答人數如下：

	A	B	C*	D
高分組	0	11	8	2
低分組	0	8	10	1

- (一)請問這一題的難度(P)多少？(5分)
 (二)請問鑑別度(D)多少？(5分)
 (三)請問那個選項最需要修改？為什麼？(5分)
 (四)請問你會不會建議陳老師保留這個題目？為什麼？(10分)

試題評析	本題主題為教育測驗之試題分析的難度、鑑別度與選項分析。題目簡單易答，有準備的考生，特別是高上學員，可以在本題拿到滿分。
考點命中	1.《高點·高上教育測驗與統計講義》第三回，傅立葉編撰，第18章，頁38-39。 2.《高點·高上教育測驗與統計總複習講義》，傅立葉編撰，頁107，補充練習題13；頁109，補充練習題15。

答：

依照題意，陳老師在段考後針對某一題目所做的試題分析之資料，分別回答子題如下：

(一)該题目的難度(P)可以利用高低分組在該題的正確回答人數比例之平均值而得

$$P = \frac{0.4 + 0.5}{2} = 0.45$$

(二)該题目的鑑別度(D)則可以計算為

$$D = 0.4 - 0.5 = -0.1$$

(三)針對選項分析，一個合格的錯誤選項，應該至少一位低分組同學選擇該錯誤選項，且低分組同學選擇該選項的人數應多於高分組同學。依表格中各選項的選答人數看來，除了正確答案C以外，B與D選項之低分組同學的選答人數都反而比高分組同學要來得少，皆違反上述選項分析之原則，但是人數差距並不大；倒是錯誤的A選項由於高低分組都沒有任何人選答，顯示錯得離譜致使完全缺乏誘答力，為最需要修改的選項。

(四)如果我是陳老師，我不會保留這個題目，理由如下：

- 1.選項分析結果，A、B、D三個錯誤選項皆有瑕疵；
- 2.鑑別度D為負值的-0.1，表示低分組在該題的表現甚至優於高分組，有違常理且造成內部的不一致性。

二、某研究隨機抽取全國1250名學生接受一份標準化智力測驗，小明的排名是第200名。

(一)請問小明的PR值是多少？請列出算式。(10分)

(二)請問這份測驗如果是魏氏兒童智力量表(WISC-IV)，則小明的智商是多少？如果是斯比量表第5次修訂版(SB-5)則小明的智商應是多少？請說明你是如何計算出來的。(15分)

試題評析	本題涉及測驗結果之表現好壞的相對位置量數-百分等級PR值的計算，以及，利用魏式與斯比兩種量表的常模，進行個別同學的智商高低計算。主要考的是統計學的相對位置量數，答題關鍵在於PR值與標準化Z分數的計算公式。經驗法則的Z值推斷也非常重要。中等程度以上考生可以取得高分。
考點命中	1.《高點·高上教育測驗與統計講義》第一回，傅立葉編撰，第5章，頁24-25。 2.《高點·高上教育測驗與統計總複習講義》，傅立葉編撰，三.最新趨勢，頁4；三.最新考試重點，頁83-84補充。

【版權所有，重製必究！】

答：

依題意與提供之數據，分別回答如下：

(一)在接受標準化智力測驗的1250位全國學生的樣本中，小明排名第200名，使用百分等級(PR值)的公式計算，可得：

$$PR = 100 - \frac{100R - 50}{N} = 100 - \frac{100(200) - 50}{1250} = 84.04 \cong 84$$

(二)當該測驗是不同的智力量表，則根據其不同之平均數與標準差的團體內常模，可以分別求算小明的智商如下：

1.如果該測驗是魏氏兒童智力量表

利用第一小題所求得之百分等級PR值84，根據常態分配的經驗法則可知，其對應的標準化Z分數為1，因此，再利用魏氏兒童智力量表的常模，代入標準化Z分數，可得

$$1 = \frac{x - 100}{15}, \text{小明的智商為115。}$$

2.如果該測驗是斯比量表

同理可以求算其智商如下：

$$1 = \frac{x - 100}{16}, \text{小明的智商為116。}$$

三、下表是某項研究，男女生測驗得分情形。請問男女生的成績分布有沒有顯著差別？請寫出統計過程，以及你的結論（附卡方分配表）。（25分）

		性別		全部
		男	女	
成績	高分	78	72	150
	普通	115	85	200
	低分	107	43	150
全部		300	200	500

試題評析	本題主要考的是兩種性別在三種成績分布相等與否之卡方檢定。得分關鍵在於能否依題目的資料呈現正確判斷是四種卡方檢定用途之一的百分比同質性檢定！題目難度不高。
考點命中	《高點·高上教育測驗與統計講義》第二回，傅立葉編撰，第12章。

答：

依題意，男女生在三種成績表現的分布有無顯著差異之研究問題，因資料為分組的類別資料，且以列聯表呈現，適用的統計方法應為卡方檢定的百分比同質性檢定。統計過程與推論統計結論如下：

(一)虛無與對立假設為：

$$H_0: p_1 = p_2 = p_3$$

$$H_1: p \text{不全等}$$

(二)雖然題目未能提供顯著水準，在此選用最常用的0.05

(三)計算卡方檢定統計量：

1.首先計算六個觀察人數對應的期望(理論)人數

$$\text{高分男生: } E = \frac{150(300)}{500} = 90$$

同理，其他五個期望人數分別計算得：女生高分60、男生普通120、女生普通80、男生低分90、女生低分60

2.檢定統計量

【版權所有，重製必究！】

$$\begin{aligned}\chi^2 &= \frac{(78-90)^2}{90} + \frac{(72-60)^2}{60} + \frac{(115-120)^2}{120} + \frac{(85-80)^2}{80} + \frac{(107-90)^2}{90} + \frac{(43-60)^2}{60} \\ &= 1.6 + 2.4 + 0.208 + 0.3125 + 3.211 + 4.817 \\ &= 12.5485\end{aligned}$$

(四)決定卡方臨界值：

利用卡方分配表，以0.05的顯著水準與 $(3-1)(2-1) = 2$ 的自由度，得 $\chi^2_{0.950,2} = 0.1025862$

需要再轉換為 $\chi^2_{0.05,2} = 5.991$

(五)檢定結論：

12.5485的 χ^2 統計量大於5.991的 χ^2 臨界值，而位於右邊的拒絕域，因此，利用這500名學生的樣本資料足以提供充分證據足以結論：男生與女生在成績分布上存在顯著差異。

四、某教師月考後計算全班英文成績之標準差與平均值，該班學生35人，得平均值為62.5，標準差為7.25，中位數為65。

(一)請問從上述數據，假設該班成績為單峰分配，你推測該班英文成績分配應呈那種偏態？為什麼？(10分)

(二)樣本平均數的抽樣分配之平均值與標準差各為多少？(10分)

(三)後來，學校認為該次月考平均分數太低，決定每個學生都加5分，請問該班平均值與標準差會變為多少？(5分)

試題評析	本題考的是統計學之敘述統計中的統計量數。關鍵得分在於第二小題的抽樣分配之平均值與標準差的計算與陳述，難度也不高。
考點命中	1.《高點·高上教育測驗與統計講義》第一回，傅立葉編撰，第3章，頁13-14。 2.《高點·高上教育測驗與統計講義》第二回，傅立葉編撰，第10章，頁13。

答：

依題意，某教師利用月考全班同學英文成績計算得出幾個統計量數，得以分別回答各子題如下：

(一)假設該班成績為單峰分配，根據62.5的平均數與65的中位數，儘管題目未能提供眾數的數據，但是在偏態分配中，中位數的數值大小恆為在三個集中量數的中間，在此因為平均數小於中位數，足見眾數應為最大，因此，大致可以推論該班的英文成績為負偏態。

(二)樣本平均數抽樣分配的平均值與標準差可以分別計算為：

1.因為該班學生人數35人為大樣本，樣本平均數抽樣分配的平均值可以直接用該班的平均成績加以近似，

$$\mu_{\bar{x}} = 62.5$$

2.樣本平均數抽樣分配的標準差

$$\sigma_{\bar{x}} = \frac{7.25}{\sqrt{35}} = \frac{7.25}{5.916} = 1.225$$

(三)因為平均分數太低，每個學生各加5分，則平均值與標準差分別為：

$$\bar{x} = 62.5 + 5 = 67.5 \text{ (分)}$$

$$s = 7.25 \text{ (分)}$$

【版權所有，重製必究！】