

## 103年公務人員高等考試三級考試試題

類 別：土木工程、結構工程

科 目：工程力學（包括流體力學與材料力學）

考試時間：2小時

※注意：(一)可以使用電子計算器。

(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

(三)下列計算各題所需之物理常數、符號、參數及公式等如未給時，請自行合理假設或推知。

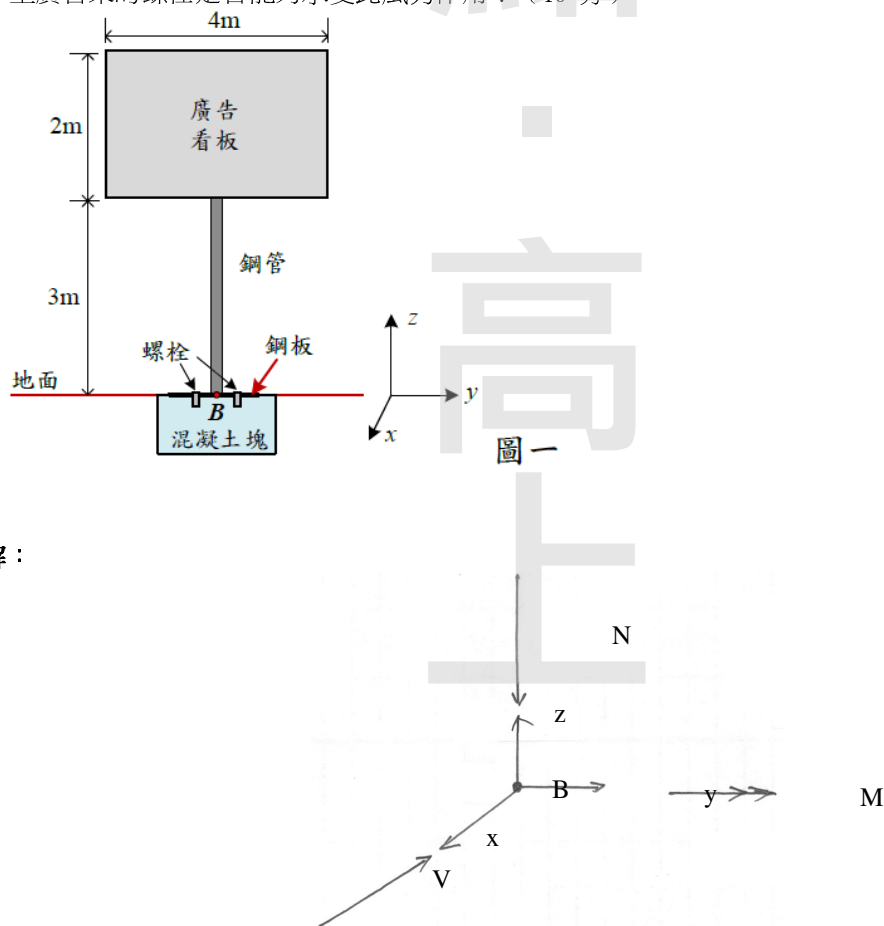
毛昭綱、洪達、林昊老師 主解

一、如圖一所示，有一T型廣告架，廣告看板的中央用1根鋼管連接固定，鋼管的底部B位置有鋼板連接支撐，並用4支螺栓將鋼板固定在混凝土塊上，混凝土塊則埋入地面且不產生移動變形。已知廣告看板 $2\text{m}\times 4\text{m}$ 重量 $5\text{ kN}$ ，鋼管重量 $1\text{ kN}$ ，每支螺栓的容許剪力 $10\text{ kN}$ ，在垂直廣告看板方向( $x$ 向)承受單向風壓 $6\text{ kN/m}^2$ ，且忽略鋼管面的風壓，請問：

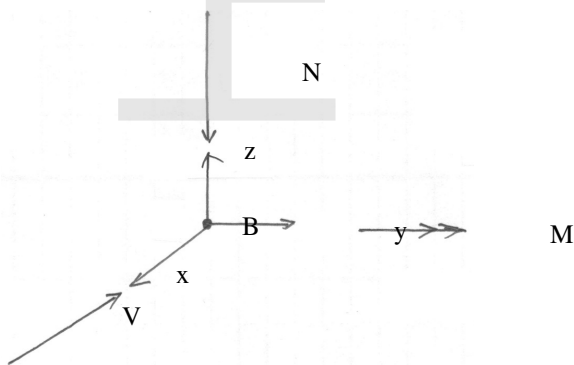
鋼管底部(B位置)承受多少力？(10分)

鋼管底部承受彎矩為何？(5分)

T型廣告架的螺栓是否能夠承受此風力作用？(10分)



解：



【版權所有，重製必究！】

(一)B處所承受之軸力  $N = 5 + 1 = 6(\text{kN})$

B處所承受之剪力  $V = 6 \times 2 \times 4 = 48(\text{kN})$

(二)B處所承受之彎矩  $M = 6 \times 2 \times 4 \times 4 = 192(\text{kN} \cdot \text{m})$

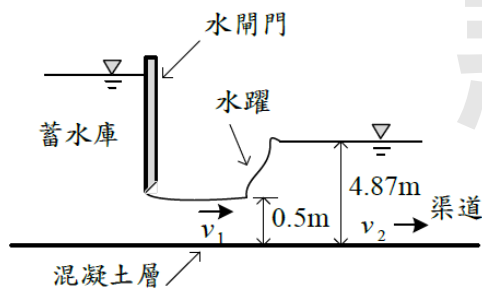
(三)因為B處承受風力所造成的總剪力為48kN，而B處總共有4支螺栓，因此每支螺栓所承受之剪力為12kN。然而，每支螺栓容許之剪力為10kN，故螺栓不能承受此風力

二、如圖二所示，有一蓄水庫以流量40 m<sup>3</sup>/s 從水閘門 (sluice gate) 下方洩水進入水平的矩形渠道，該水平矩形渠道是表面未修飾之混凝土渠道，渠道寬度5m，水流在流出水閘門後之水深0.5m處發生水躍 (hydraulic jump)，水躍後的水深4.87m，請問：

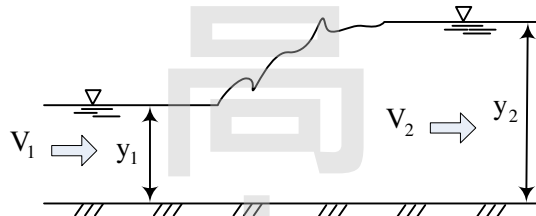
水躍前的渠道流速  $v_1$  為何？(5 分)

水躍後的渠道流速  $v_2$  為何？(5 分)

水躍產生的比能量消散 (specific energy dissipation) 為何？(15 分)



解：



質量守恆

$$Q = A_1 V_1 = A_2 V_2$$

水躍前平均流速

$$\begin{aligned} V_1 &= \frac{Q}{A_1} = \frac{Q}{y_1 \cdot b} \\ &= \frac{40}{0.5 \cdot 5} \\ &= 16 \text{ (m/s)} \end{aligned}$$

水躍後平均流速

【版權所有，重製必究！】

$$\begin{aligned}
 V_1 &= \frac{Q}{A_2} = \frac{Q}{y_2 \cdot b} \\
 &= \frac{40}{4.87 \cdot 5} \\
 &= 1.64 \text{ (m/s)}
 \end{aligned}$$

水頭損失

$$\begin{aligned}
 h_L &= \frac{(y_2 - y_1)^3}{4y_1y_2} \\
 &= \frac{(4.87 - 0.5)^3}{4 \times 0.5 \times 4.87} = 8.57 \text{ (m)}
 \end{aligned}$$

損失功率

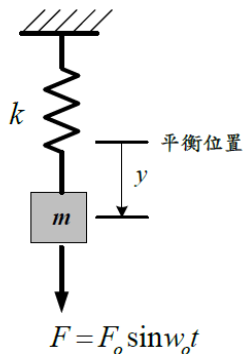
$$\begin{aligned}
 P &= \gamma Q h_L \\
 &= 9.8 \times 40 \times 8.57 \\
 &\approx 3360 \text{ (kW)}
 \end{aligned}$$

三、工程上爲了瞭解振動機具的振動特性，例如路面震動機或震動台的振動行爲，常以物體質量 and 彈簧組成系統模型來分析其行爲，如圖三所示，無阻尼振動模型能夠描述物體的振動特性，其中物體質量爲 $m$ ，彈簧常數爲 $k$ ，物體承受 $F = F_0 \sin \omega_0 t$ 作用力產生振動位移 $y$ ，其中 $\omega_0$ 爲頻率， $t$ 爲時間。請問：

(一)此物體的運動方程式爲何？(10 分)

(二)已知震動台由4 根支柱支撐並固結在建築物二樓的RC 地板上，且每根支柱均由相同彈簧常數 $k = 500\text{N/m}$  的彈簧所支撐，將一部精密儀器鎖固在震動台的平台上，該儀器和震動台的總質量爲 $10 \text{ kg}$ ，儀器與震動平台起初靜止不動，而後RC 地板產生上下位移 $\Delta = 20 \sin 5t$ 的振動，其中位移 $\Delta$ 的單位爲 $\text{mm}$ ，時間 $t$ 的單位爲秒。若儀器與震動平台僅能上下運動，運動模式類似無阻尼振動模型(圖三)，則震動平台之穩態(steady-state)振動的振幅爲何？(10 分)

(三)RC 地板的振動在何種頻率時會導致震動台產生共振(resonance)？(5 分)

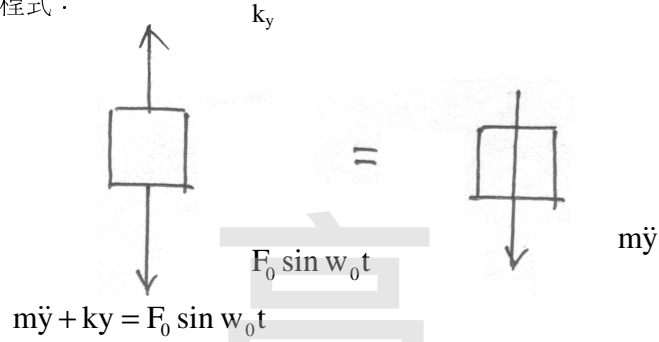


圖三

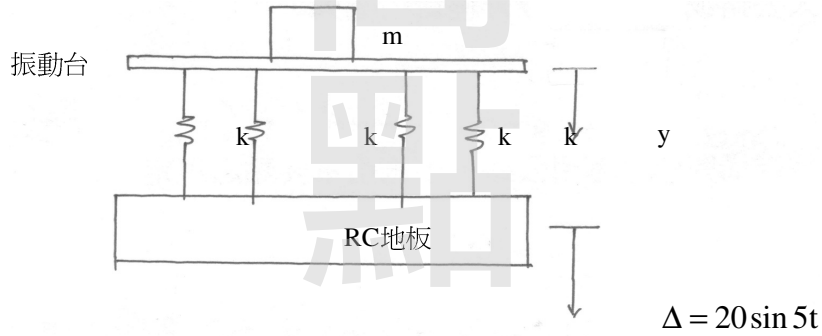
【版權所有，重製必究！】

解：

(一)此物體的運動方程式：



(二)



$$\begin{aligned} \because \Sigma F_y &= ma_y \quad \downarrow_+ \\ \therefore -4K(y - \Delta) &= m\ddot{y} \\ \therefore m\ddot{y} + 4ky &= 4k\Delta \\ \therefore m\ddot{y} + 4ky &= 4k20 \sin 5t \end{aligned}$$

$$\Rightarrow \text{震動台穩態振動振幅 } y_s(t) = \frac{P_0}{k} \frac{1}{1 - \beta^2} \sin 5t$$

$$\text{其中 } P_0 = 4k20 = 4 \times 500 \times \frac{20}{1000} = 40(\text{N})$$

$$k = 4k = 4 \times 500 = 2000(\text{N/m})$$

$$w = \sqrt{\frac{k}{m}} = \sqrt{\frac{2000}{10}} = 14.14(\text{rad/s})$$

【版權所有，重製必究！】

$$\beta = \frac{5}{14.14} = 0.3536$$

$$\therefore y_s(t) = \left(\frac{40}{2000}\right) \frac{1}{1 - (0.3536)^2} \sin 5t = 0.02286 \sin 5t(\text{m})$$

(三)當系統之頻率等於5(rad/s)時即產生共振

四、均質之矩形簡支梁的跨度30m，斷面寬度40cm，高度100cm，有一均佈載重 $w$ 作用在簡支梁上。若忽略梁自重影響，已知梁的降伏應力為35MPa，請問在彈性變形內之簡支梁的最大均佈載重 $w_{\max}$ 為何？(25分)

解：

$$S = \frac{1}{6}(0.4)(1.0)^2 = 0.0667\text{m}^3$$

$$M_{\max} = \sigma_y \cdot s = 35 \times 10^3 \times 0.0667 = 2.333 \times 10^3 \text{ KN}\cdot\text{m}$$

$$\text{又 } M_{\max} = \frac{1}{8} W_{\max} \cdot \ell^2 = \frac{1}{8} W_{\max} \cdot (30)^2$$

$$\text{故可得 } W_{\max} = 20.741 \text{ KN/m}$$