

104年公務人員高等考試三級考試試題

類 別：土木工程、結構工程

科 目：結構學

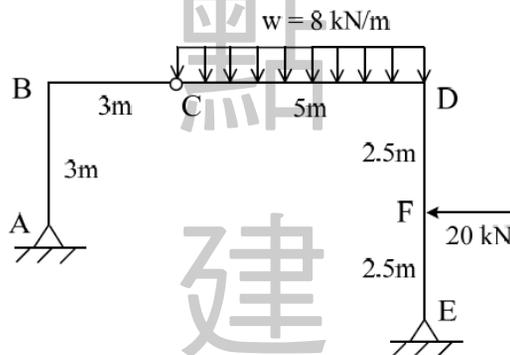
考試時間：2小時

※注意：(一)可以使用電子計算器。

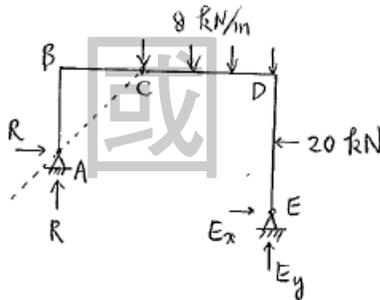
(二)不必抄題，作答時請將試題題號及答案依照順序寫在試卷上，於本試題上作答者，不予計分。

歐陽 老師 主解

一、如圖示之構架，試畫出 CD 梁之剪力圖及彎矩圖；彎矩圖中須註明最大值及其發生的位置。(25 分)



解：



(1) 依外力配置，

ABC 為二力桿，A 處反力 $\sqrt{2}R$ 延伸過 C

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R + E_y = 8 \times 5 = 40$$

$$\Rightarrow E_y = 40 - R$$

$$\sum F_x = 0 \Rightarrow R + E_x = 20$$

$$\Rightarrow E_x = 20 - R$$

CDE 桿之 $\sum M_c = 0$

$$\Rightarrow 8 \times 5 \times 2.5 + 20 \times 2.5 = 5E_x + 5E_y = 5(20 - R + 40 - R)$$

$$\Rightarrow 150 = 300 - 10R$$

$$\text{解出 } R = 15 \text{ kN}$$

$$\therefore E_x = 5 \text{ kN } (\rightarrow)$$

$$E_y = 25 \text{ kN } (\uparrow)$$

(2) CD 桿受力

$$M_D = 20 \times 2.5$$

$$= 5 \times 5$$

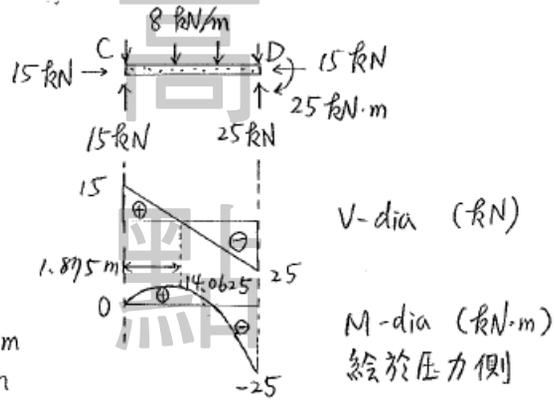
$$= 25 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$15/8 = 1.875 \text{ m}$$

$$M_{\max}^+ = \frac{15}{2} \times 1.875$$

$$= 14.0625 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

$$M_{\max}^- = -25 \text{ kN}\cdot\text{m}$$

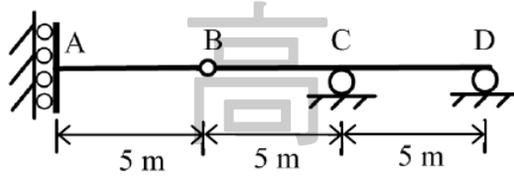


建
國

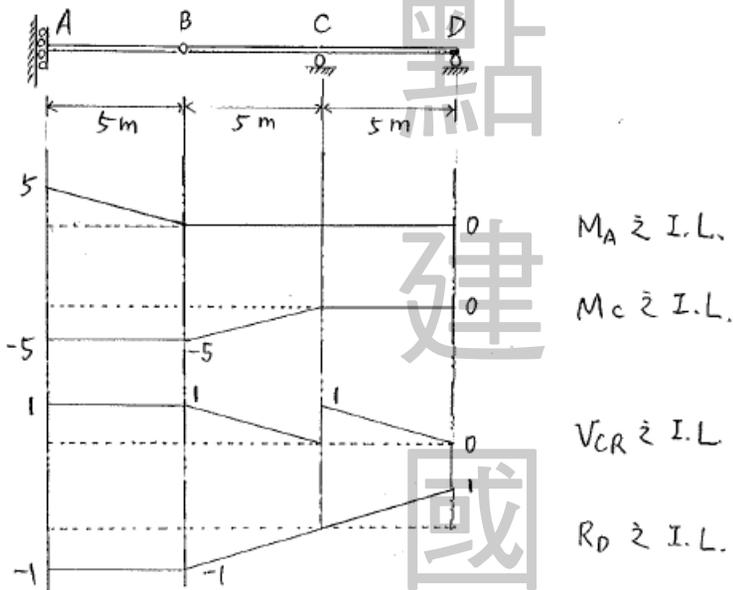
【版權所有，翻印必究】

二、如圖示之梁，畫出下列四個物理量之影響線：

- (一) A 點彎矩 (M_A)。(6 分)
 (二) C 點彎矩 (M_C)。(6 分)
 (三) C 點右邊一點點 (剛通過支承) 之剪力 (V_{CR})。(6 分)
 (四) 支承 D 垂直向上反力 (R_D)。(7 分)



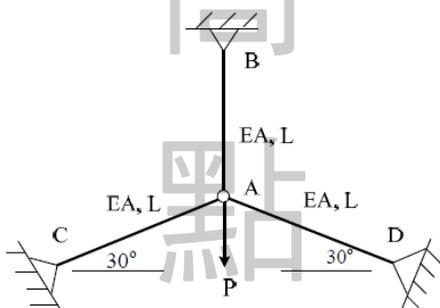
解：



【版權所有，翻印必究】

三、如圖示之桁架，各桿件都有相同之楊氏模數 E 、斷面積 A 及長度 L 。假設各桿件之張力強度=降伏強度= $N_T=400$ kN，壓力強度為挫屈強度= $N_C=100$ kN。又假設張力強度達到後桿件仍然可以保持 N_T ，但勁度變為零；但是挫屈強度達到後，桿件僅能保持 $0.2 N_C$ ，也就是挫屈強度的 20%，此稱為挫屈後強度，而勁度同拉力降伏，也是變為零。

- (一) 外力 P 慢慢增加，當達到多少時，桿件 AC 及 AD 開始發生挫屈？即將發生挫屈時， A 點之向下位移為何？（17 分）
 (二) 若外力維持上述挫屈時之外力，當桿件 AC 及 AD 發生挫屈後，各桿件之軸力為何？（8 分）



解：

(一) 設 AC 及 AD 桿將臨挫屈時， AB 桿尚未降伏

依維氏圖解法

AB 桿伸長量是

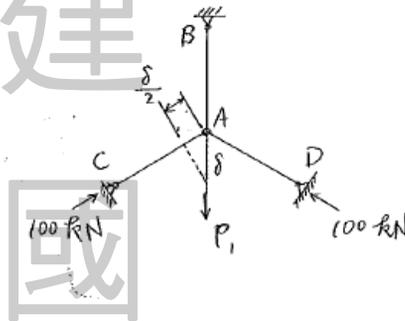
AC 桿壓縮量 2 倍，

故 $S_{AB} = 2 \times 100 = 200$ kN
 (拉)

$$\sum F_y = 0$$

$$P_i = 200 + 2 \times 100 \sin 30^\circ = 300 \text{ kN}$$

$$\delta_A = \frac{S_{AB} L}{AE} = \frac{200(\text{kN}) \times L}{AE} \quad (\downarrow)$$



【版權所有，翻印必究】

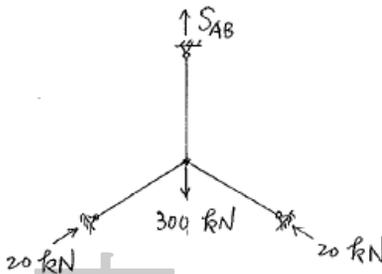
$$(=) 0.2 N_c = 0.2 \times 100 = 20 \text{ kN}$$

$$\sum F_y = 0$$

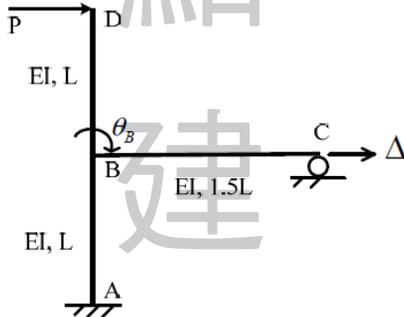
$$S_{AB} + 2 \times 20 \sin 30^\circ = 300$$

$$\Rightarrow \underline{S_{AB} = 280 \text{ kN}}$$

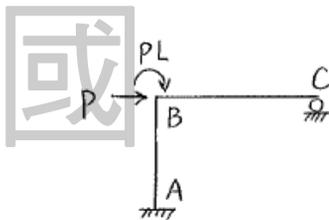
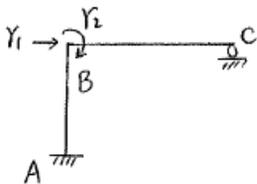
尚未降伏



四、考慮圖示之構架，假設軸向變形很小可以忽略。若以勁度法表示其平衡方程式，可以寫為 $[K]\{D\}=\{P\}$ ，其中 $\{D\}$ 為位移向量，依序包括側向位移 Δ 及 B 點之旋轉角 θ_B ， $[K]$ 為結構勁度矩陣， $\{P\}$ 為外力向量。試求 $[K]$ 及 $\{P\}$ ，並求解 $\{D\}$ 。此外，試寫出利用 $\{D\}$ (也就是 Δ 及 θ_B) 計算桿件 AB 及桿件 BC 之桿端彎矩的方程式；以上可以不必代入 $\{D\}$ 的數值。(25 分)



解：

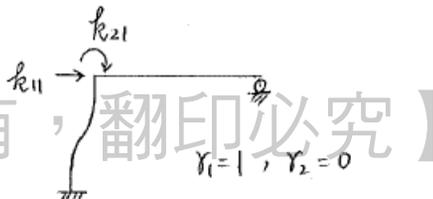


$$(1) \{P\} = \begin{Bmatrix} P \\ PL \end{Bmatrix}$$

$$(2) \text{ 令 } y_1 = 1, y_2 = 0$$

$$k_{11} = \left(\frac{6EI}{L^3} \times 2 \right) / L$$

$$= \frac{12EI}{L^3}$$



$$k_{21} = \frac{-6EI}{L^2}$$

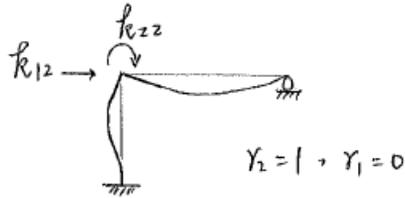
$$\text{令 } r_2=1 \rightarrow r_1=0$$

$$k_{22} = \frac{4EI}{L} + \frac{3EI}{1.5L}$$

$$= \frac{6EI}{L}$$

$$k_{12} = -\left(\frac{4EI}{L} + \frac{2EI}{L}\right)/L$$

$$= -\frac{6EI}{L^2}$$



$$\therefore [K] = \begin{bmatrix} k_{11} & k_{12} \\ k_{21} & k_{22} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{12EI}{L^3} & \frac{-6EI}{L^2} \\ \frac{-6EI}{L^2} & \frac{6EI}{L} \end{bmatrix}$$

$$(3) \{P\} = [K] \{D\} = [K] \begin{Bmatrix} \Delta \\ \theta_b \end{Bmatrix}$$

$$\Rightarrow \begin{Bmatrix} P \\ P_L \end{Bmatrix} = [K] \begin{Bmatrix} \Delta \\ \theta_b \end{Bmatrix}$$

【版權所有，翻印必究】

$$\text{解出 } \begin{Bmatrix} \Delta \\ \theta_B \end{Bmatrix} = \{D\} = \begin{Bmatrix} \frac{PL^3}{3EI} \\ \frac{PL^2}{2EI} \end{Bmatrix} \quad (\rightarrow)$$


$$(4) \begin{Bmatrix} M_{AB} \\ M_{BA} \\ M_{BC} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{Bmatrix}$$

$$\text{當 } r_1=1, r_2=0$$

$$T_{11} = \frac{-6EI}{L^2} \quad T_{21} = \frac{-6EI}{L^2} \quad T_{31} = 0$$

$$\text{當 } r_2=1, r_1=0$$

$$T_{12} = \frac{2EI}{L} \quad T_{22} = \frac{4EI}{L} \quad T_{32} = \frac{2EI}{L}$$

$$\text{故 } \begin{Bmatrix} M_{AB} \\ M_{BA} \\ M_{BC} \end{Bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{-6EI}{L^2} & \frac{2EI}{L} \\ \frac{-6EI}{L^2} & \frac{4EI}{L} \\ 0 & \frac{2EI}{L} \end{bmatrix} \begin{Bmatrix} r_1 \\ r_2 \end{Bmatrix}$$

【版權所有，翻印必究】