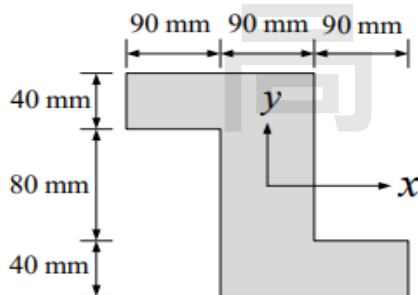


《靜力學概要與材料力學概要》

一、如圖之截面，求此截面對 x 軸、 y 軸之面積慣性矩 I_x 、 I_y ，及面積慣性積 I_{xy} 。(25 分)

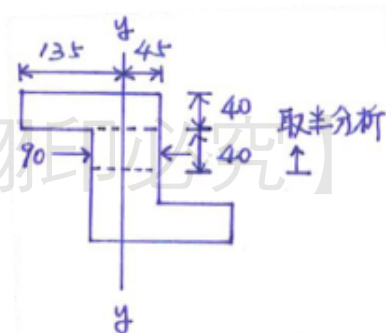
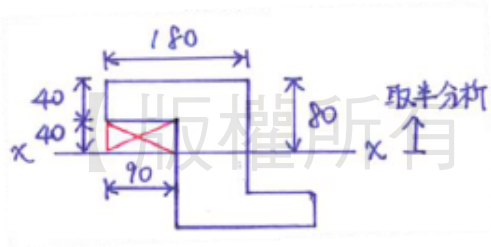


試題評析	簡單的求斷面慣性矩與慣性積考題，考試不要按錯計算機必能得分！
考點命中	1. 《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，附錄一，例題1.1。 2. 《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，附錄一，例題1.4.1。

答：

先計算對 x 軸慣性矩 I_x ，可將原題目以 x 軸為基準取半分析，此時切分成二個矩形。大矩形尺寸為 $180\text{mm} \times 80\text{mm}$ ，大矩形的底部通過 x 軸故使用公式 $bh^3/3$ ；小矩形尺寸為 $90\text{mm} \times 40\text{mm}$ ，由於小矩形底部亦通過 x 軸，因此同樣可直接使用慣性矩公式 $bh^3/3$ ：

$$I_x = \frac{1}{3}(180 \times 80^3 - 90 \times 40^3) \times 2 = 57.6 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

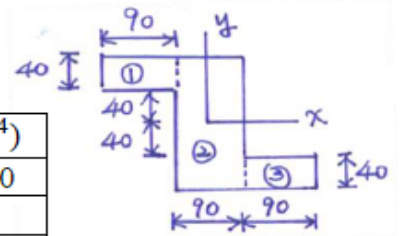


接著計算對 y 軸慣性矩 I_y ，可將原題目以深度之半為基準取半分析，此時切分成三個矩形。三個矩形尺寸分別為 $40\text{mm} \times 90\text{mm}$ 、 $40\text{mm} \times 45\text{mm}$ 與 $40\text{mm} \times 135\text{mm}$ ，其中 $40\text{mm} \times 45\text{mm}$ 與 $40\text{mm} \times 135\text{mm}$ 矩形底部皆通過 y 軸，因此可直接使用慣性矩公式 $bh^3/3$ ：

$$I_y = \left[\frac{1}{12} \times 40 \times 90^3 + \frac{1}{3} (40 \times 45^3 + 40 \times 135^3) \right] \times 2 = 72.9 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

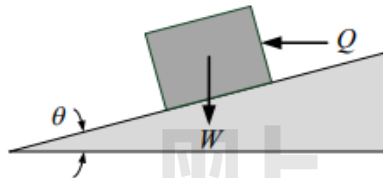
最後將斷面分成三塊計算慣性積 I_{xy} ：

編號	$A_i(\text{mm}^2)$	$x_i(\text{mm})$	$y_i(\text{mm})$	$A_i x_i y_i (\text{mm}^4)$
①	$40 \times 90 = 3600$	-90	60	-19440000
②	90×160	0	0	0
③	$40 \times 90 = 3600$	90	-60	-19440000



$$\text{慣性積 } I_{xy} = \sum A_i x_i y_i = -19440000 - 19440000 = -38.88 \times 10^6 \text{ mm}^4$$

二、重為 W 之物體放在傾斜 θ 角之斜面上，如圖所示。物體與斜面間的最大靜摩擦角為 ϕ_s ，且 $\phi_s > \theta$ ，則使物體產生臨界運動（impending motion）之最小水平力 $Q=?$ （25分）

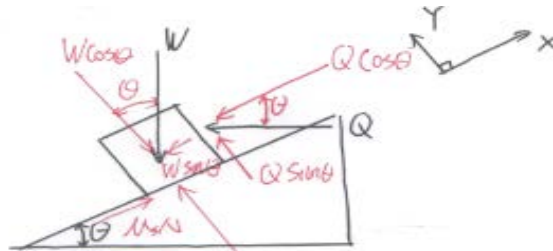


試題評析 屬於摩擦基本題型。

考點命中 《突破靜力學》，高點文化出版，洪達老師編著，P3-22。

答：

$$(1) \because \mu_s = \tan \phi_s$$



$$\therefore \sum F_y = 0 \quad \uparrow$$

$$\Rightarrow N = W \cos \theta - Q \sin \theta$$

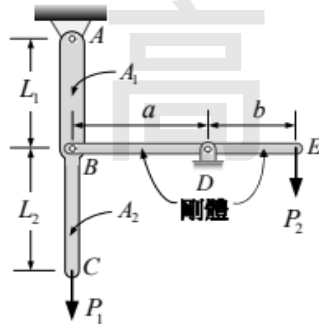
$$\therefore \sum F_x = 0 \quad \rightarrow$$

$$\begin{aligned} \Rightarrow Q \cos \theta &= \mu_s N - W \sin \theta = \tan \phi_s (W \cos \theta - Q \sin \theta) - W \sin \theta \\ &= W \tan \phi_s \cos \theta - Q \tan \phi_s \sin \theta - W \sin \theta \end{aligned}$$

$$\therefore Q (\cos \theta + \tan \phi_s \sin \theta) = W (\tan \phi_s \cos \theta - \sin \theta)$$

$$\therefore Q = \frac{(\tan \phi_s \cos \theta - \sin \theta)}{(\cos \theta + \tan \phi_s \sin \theta)} W$$

三、如圖示，垂直桿 ABC 為非等截面。 AB 段：長度 L_1 ，截面積 A_1 ，楊氏模數為 E ； BC 段：長度 L_2 ，截面積 A_2 ，楊氏模數為 E 。水平桿 BDE 為剛性桿。外力 P_1 及 P_2 分別作用於 C 點及 E 點。求： B 點垂直方向位移 Δ_B ， C 點垂直方向位移 Δ_C ， E 點垂直方向位移 Δ_E 。(25 分)



試題評析	題目寫起來一堆符號，但其實計算過程很簡單，本題屬於靜定軸力桿系統，將桿件內力算出後就能得到桿件伸縮量，進而得到點位移值。
考點命中	1. 《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.1.10。 2. 《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.1.13。

答：

1. 計算各桿軸力

將軸力桿件 AB 切開並假設桿件內力 S_{AB} 為拉力，對 D 點取力矩平衡可得 S_{AB} ，且單獨取出 BC 桿件可得桿件內力 S_{BC} ：

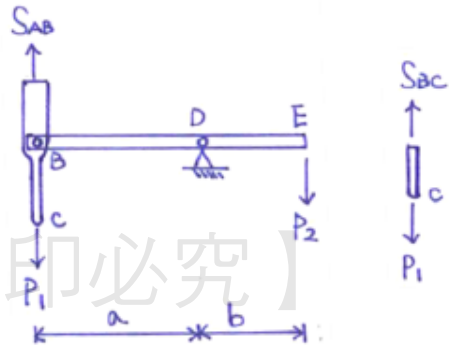
$$\sum M_D = 0 \Rightarrow AB \text{ 桿件內力 } S_{AB} = \frac{P_1 a - P_2 b}{a}$$

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow BC \text{ 桿件內力 } S_{BC} = P_1 \text{ (拉力)}$$

2. 計算各桿件伸縮量

$$\text{桿件 } AB \text{ 段伸縮量 } \delta_{AB} = \frac{S_{AB} L_1}{EA_1} = \frac{(P_1 a - P_2 b)(L_1)}{aEA_1}$$

$$\text{桿件 } BC \text{ 段伸縮量 } \delta_{BC} = \frac{S_{BC} L_2}{EA_2} = \frac{P_1 L_2}{EA_2}$$



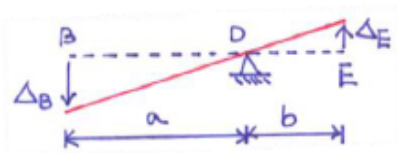
3. 計算 B 點垂直方向位移 Δ_B 、 C 點垂直方向位移 Δ_C 與 E 點垂直方向位移 Δ_E

不動點為 A 點，依據 $\Delta = (\text{不動點}) + \sum \delta$ 觀念計算 B 、 C 兩點位移：

$$B \text{ 點位移 } \Delta_B = \Delta_A + \delta_{AB} = 0 + \delta_{AB} = \frac{(P_1 a - P_2 b)(L_1)}{aEA_1}$$

上式中若 $P_1a > P_2b$ 則 $\Delta_B(\downarrow)$ ，反之 $P_1a < P_2b$ 則 $\Delta_B(\uparrow)$

$$C \text{ 點位移 } \Delta_C = \Delta_A + \delta_{AB} + \delta_{BC} = \frac{(P_1a - P_2b)(L_1)}{aEA_1} + \frac{P_1L_2}{EA_2}$$



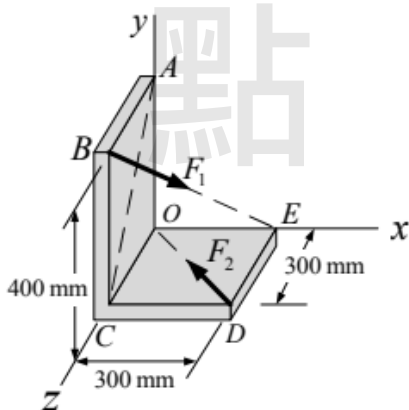
上式中若兩項相加為正則 $\Delta_C(\downarrow)$ ，反之兩項相加為負則 $\Delta_C(\uparrow)$

題意 BDE 為剛性桿，因此 BDE 桿變形後仍為(斜)直線而不會有彎曲變形。

給予 BDE 桿變形如下，依據三角形比例關係可得到 E 點位移 Δ_E ：

$$\Delta_E = \Delta_B \frac{b}{a} = \frac{(P_1a - P_2b)(L_1b)}{a^2EA_1} \text{，式中若 } P_1a > P_2b \text{ 則 } \Delta_E(\uparrow) \text{，反之 } P_1a < P_2b \text{ 則 } \Delta_E(\downarrow)$$

四、如圖示之托架，力量 $F_1 = 70 \text{ N}$ ， $F_2 = 30 \text{ N}$ 分別作用於 B，D 兩點，求此力系之合力向量 $\vec{F}_R$ ，及對 O 點之合力矩向量 $\vec{M}_{RO}$ 。(25 分)



試題評析	屬於向量力學基本題型。
考點命中	《突破靜力學》，高點文化出版，洪達老師編著，P1-13。

答：

(1)

$$B(0, 0.4, 0.3)$$

$$E(0.3, 0, 0)$$

$$\vec{BE} = (0.3, -0.4, -0.3)$$

$$\therefore \vec{F}_1 = 70 \frac{0.3\vec{i} - 0.4\vec{j} - 0.3\vec{k}}{\sqrt{0.3^2 + 0.4^2 + 0.3^2}} = 36.02\vec{i} - 48.03\vec{j} - 36.02\vec{k} \text{ (N)}$$

$$O(0, 0, 0), D(0.3, 0, 0.3)$$

$$\vec{DO} = (-0.3, 0, -0.3)$$

$$\therefore \vec{F}_2 = \frac{-30}{\sqrt{2}} \hat{i} - \frac{30}{\sqrt{2}} \hat{k} \text{ (N)}$$

$$\therefore \vec{F}_R = \vec{F}_1 + \vec{F}_2 = 14.81 \hat{i} - 48.03 \hat{j} - 57.23 \hat{k} \text{ (N)}$$

$$\therefore \vec{r}_{R/O} = 0.4 \hat{j} + 0.3 \hat{k} \text{ (m)}$$

$$\therefore \vec{M}_{R/O} = \vec{r}_{R/O} \times \vec{F}_1 = \begin{vmatrix} \hat{i} & \hat{j} & \hat{k} \\ 0 & 0.4 & 0.3 \\ 36.02 & -48.03 & -36.02 \end{vmatrix}$$

$$= 10.806 \hat{j} - 14.408 \hat{k} \text{ (N-m)}$$

【版權所有，翻印必究】