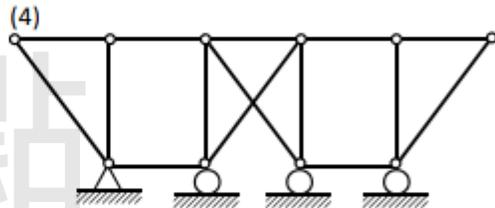
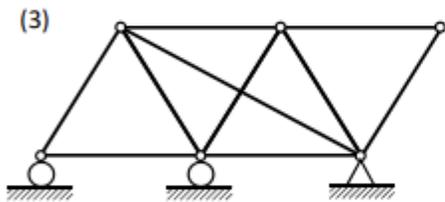
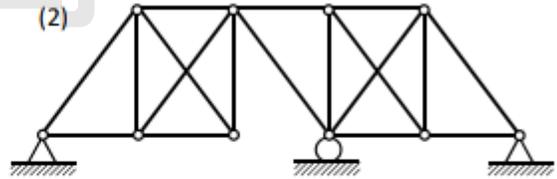
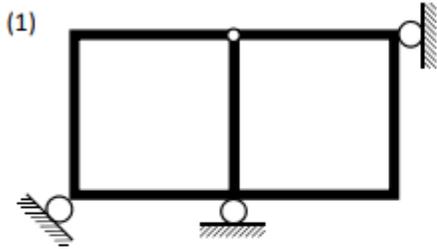


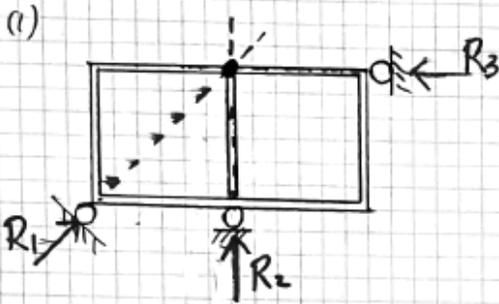
《結構學》

一、請判斷以下各結構是否為穩定？若為穩定，進一步判斷是靜定或靜不定？若為靜不定，進一步判斷其靜不定度。圖中粗黑線表示抗彎桿件，而細黑線兩端有空心圓者表示為桁架二力桿件。(25分)

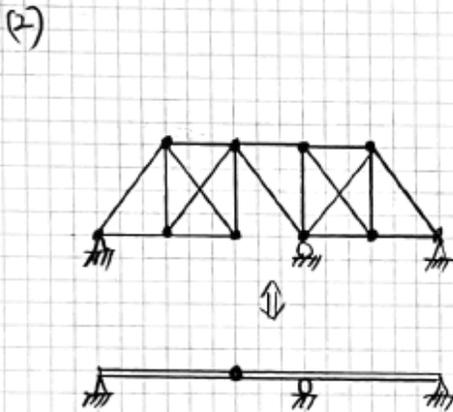


試題評析	近三年穩定性判斷出現的機會增加，注意支承的配置是否有反力交於一點或全部平行的狀況。
考點命中	《高點土木結構學講義》第三章，高克剛老師編撰。

答：

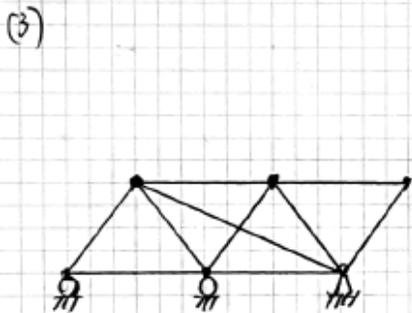


支承反力交於一點
不穩定!



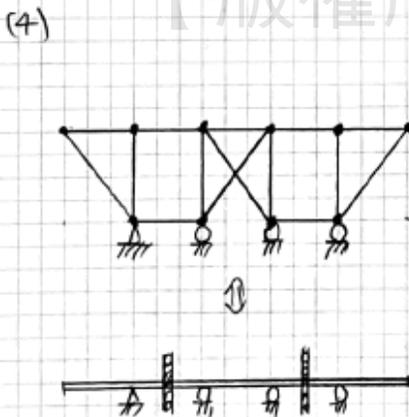
$$n = b + r - 2j = 18 + 5 - 2 \times 10 = 3$$

無支承反力配置不當與
桿件配置不當之情形
本題為穩定, 3度靜不定



$$n = b + r - 2j = 10 + 4 - 6 \times 2 = 2$$

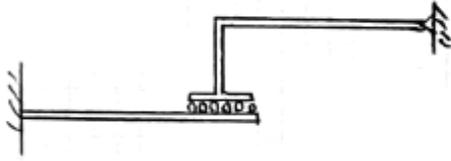
無支承反力配置不當與
桿件配置不當之情形
本題為穩定, 2度靜不定



$$n = b + r - 2j = 15 + 5 - 2 \times 10 = 0$$

無支承反力配置不當與桿件
配置不當之情形
本題為穩定、靜定

(5)

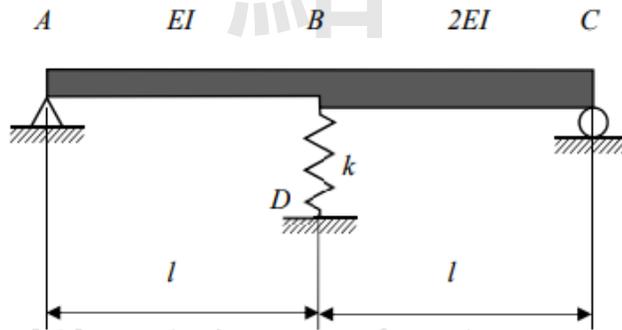


$$n = 3T - C = 3 \times 1 - 2 = 1$$

無支承、桿件、接續配置
不當。

本題為穩定，一度靜不定

二、二跨連續梁結構如圖，左右側跨距均為 l ，其斷面撓曲剛性 (flexural rigidity) 分別為 EI 與 $2EI$ 。其左支承為鉸接，右支承為滾接，而中央支承為線彈性支承，其勁度為 k ，且 $k = \frac{4EI}{l^3}$ 。今假設施工時 BD 彈簧的長度比設計值少了 Δ ，而強迫拉伸後固定於梁上的 B 點以及基礎的 D 點之間。梁元件僅考慮撓曲變形，請應用最小功法 (method of least work) 或單位力法 (unit-load method) 求解 BD 彈簧內力並以合適的方法求 B 點向下位移量。未依指示方法求解者不予計分。(25 分)



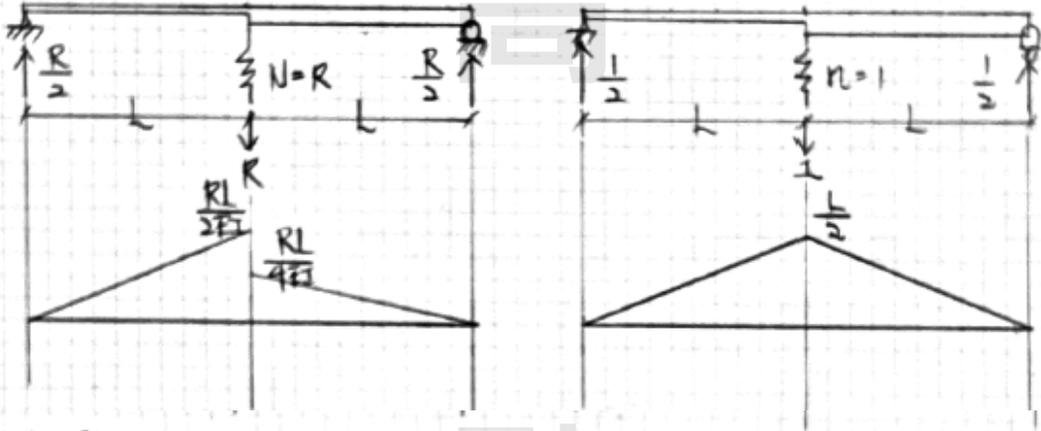
試題評析 力法的廣義外力作用基本題，以單位力法解題較快。

考點命中 《高點土木結構學講義》第六章，高克剛老師編撰。

答：

Sol:

本題為一度靜不定結構受廣義外力作用，
取彈簧支承反力為贅力 R



由單位力法

$$1 \times \Delta_{BV} = \int \frac{Mm}{EI} dx + \sum \frac{Nn_i}{k} + \sum n_i(\Delta L_i)$$

$$= \sum A_i y_i + \sum \frac{Nn_i}{k} + \sum n_i(\Delta L_i)$$

$$\rightarrow 0 = \left(\frac{RL}{2EI}\right)(L)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \left(\frac{RL}{4EI}\right)(L)\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{1}{3}\right) + \frac{L^3}{4EI}(R)(1) + (1)(-\Delta)$$

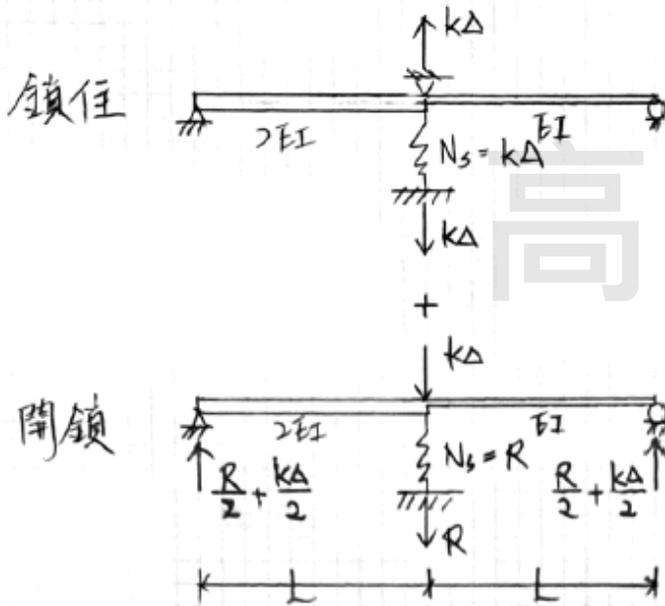
$$\rightarrow 0 = \frac{3RL^3}{8EI} - \Delta$$

$$\therefore R = \frac{8EI}{3L^3} \Delta \text{ (拉)} = N_s$$

由變形諧合，梁B支垂直變位 = 彈簧誤差量 + 彈簧B支垂直變位

$$\therefore (\downarrow +), \Delta_{BV} = \Delta - \frac{N_s}{k} = \Delta - \frac{L^3}{4EI} \times \frac{8EI}{3L^3} \Delta = \frac{1}{3} \Delta \text{ (}\downarrow\text{)}$$

<另解> 最小功法



由最小功法

$$\frac{\partial U}{\partial R} = \int_0^L \frac{(\frac{R}{2}x + \frac{k\Delta}{2}x)(\frac{1}{2}x)}{2EI} dx + \int_0^L \frac{(\frac{R}{2}x + \frac{k\Delta}{2}x)(\frac{1}{2}x)}{EI} dx + \frac{(R)(L)}{k} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{1}{2} \left(\frac{R}{4} \times \frac{L^3}{3} + \frac{k\Delta}{4} \times \frac{L^3}{3} \right) + \frac{R}{4} \times \frac{L^3}{3} + \frac{k\Delta}{4} \times \frac{L^3}{3} + \frac{RL^3}{4} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{RL^3}{24} + \frac{RL^3}{12} + \frac{RL^3}{4} + \frac{k\Delta L^3}{24} + \frac{k\Delta L^3}{12} = 0$$

$$\Rightarrow \frac{3}{8}R = -\frac{k\Delta}{8}$$

∴ $R = -\frac{k\Delta}{3}$ 【版權所有，翻印必究】

彈簧內力 = 鎖住階段 N_s + 開鎖階段 N_s

$$= k\Delta - \frac{1}{3}k\Delta$$

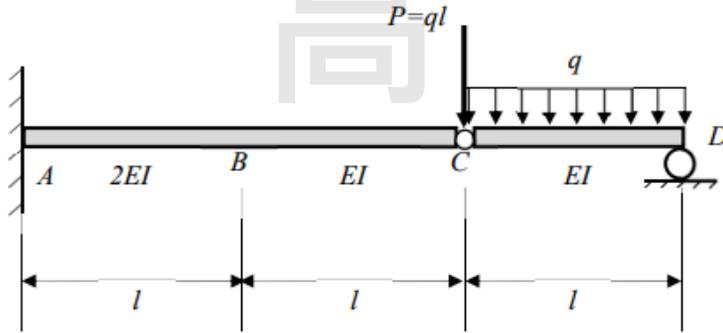
$$= \frac{2}{3}k\Delta$$

$$= \frac{2}{3} \times \frac{4EI}{L^3} \Delta$$

$$= \frac{8EI}{3L^3} \Delta \text{ (拉)}$$

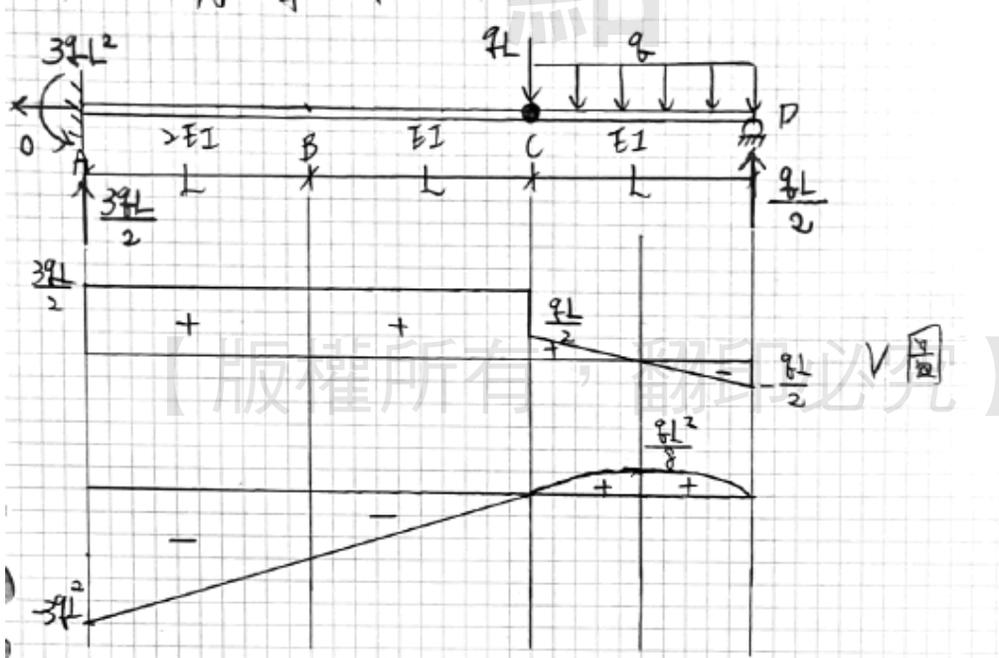
三、有一靜定結構及其受力如下圖所示。忽略剪力變形以及幾何非線性，在小位移狀態之下試回答下列問題：

- (一)繪製如下靜定結構之彎矩圖。(5分)
- (二)不限方法，試求圖中C點左側梁部分的轉角。(10分)
- (三)使用共軛梁法求圖中C點的向下位移。(10分)

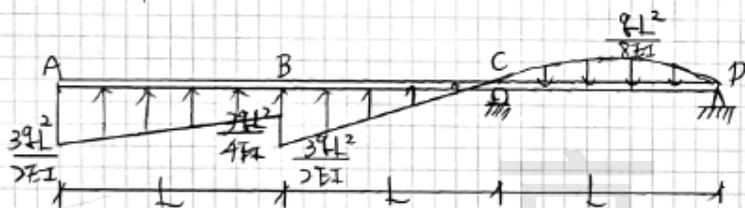


試題評析	共軛梁基本題型。
考點命中	《高點土木結構學講義》第四章，高克剛老師編撰。

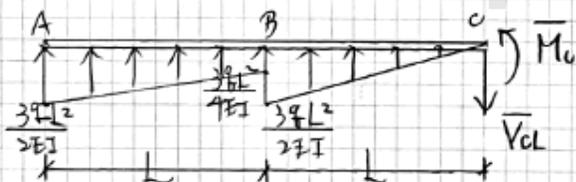
答：



由共軛梁法



取共軛梁 ABC 分離體



由 $\sum F_y = 0 (\uparrow +)$

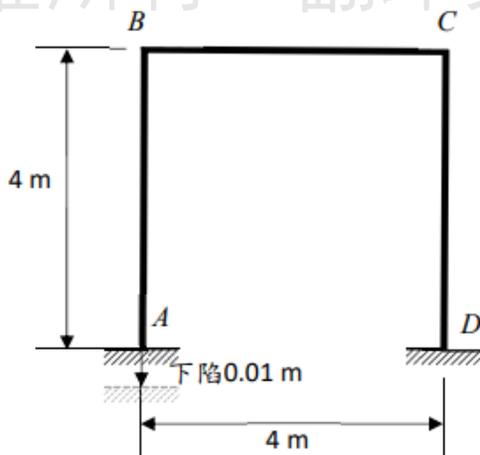
$$\left(\frac{3qL^2}{2EI} + \frac{3qL^2}{4EI}\right) \times L \times \frac{1}{2} + \frac{3qL^2}{2EI} \times L \times \frac{1}{2} = \bar{V}_{cL} \Rightarrow \bar{V}_{cL} = \Delta_{cL} = \frac{15qL^3}{8EI} \quad (\downarrow)$$

由 $\sum M_c = 0 (\downarrow +)$

$$\frac{3qL^2}{4EI} \times L \times \frac{3}{2}L + \frac{3qL^2}{4EI} \times L \times \frac{1}{2} \times \frac{5}{3}L + \frac{3qL^2}{2EI} \times L \times \frac{1}{2} \times \frac{2}{3}L = \bar{M}_c$$

$$\Rightarrow \bar{M}_c = \Delta_{cM} = \frac{9qL^4}{4EI} \quad (\downarrow)$$

- 四、靜不定梁結構如圖所示，圖中桿件 AB、BC、CD 長度皆為 4 m；斷面撓曲剛性 (flexural rigidity) 皆為 5 MNm²。試求由於節點 A 處基礎下陷 0.01 m 所引起的所有節點位移量以及所有桿件端點彎矩。本題限用傾角變位法，未使用指定方法計算者不予計分。僅考慮撓曲變形而忽略軸向變形。(25 分)



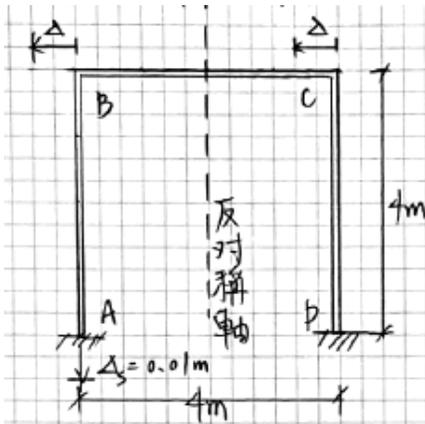
試題評析

傾角變位法反對稱基本題。

考點命中

《高點土木結構學講義》第七章，高克剛老師編撰。

答：



$$EI = 5 \text{ MN}\cdot\text{m}^2 = 5000 \text{ kN}\cdot\text{m}^2$$

Sol:

本題門型構架支承下陷，具變形左右反對稱特性

$$M_{AB} = \frac{2EI}{4} \left[\theta_B - 3\left(-\frac{\Delta}{4}\right) \right] = 2500\theta_B + 1875\Delta = 2.679 \text{ kN}\cdot\text{m} = M_{DC}$$

$$M_{BA} = \frac{2EI}{4} \left[2\theta_B - 3\left(-\frac{\Delta}{4}\right) \right] = 5000\theta_B + 1875\Delta = -2.679 \text{ kN}\cdot\text{m} = M_{CD}$$

$$M_{BC} = \frac{2EI}{4} \left[2\theta_B + \theta_B - 3\left(-\frac{0.01}{4}\right) \right] = 7500\theta_B + 18.75 = 2.679 \text{ kN}\cdot\text{m} = M_{CB}$$

【版權所有，翻印必究】

由 B 節點 $\sum M_B = 0$

$$\Rightarrow M_{BA} + M_{BC} = 0$$

$$\Rightarrow 12500 \theta_B + 1875 \Delta = -18.75 \quad \text{--- (a)}$$

由整體構架 $\sum F_x = 0$

$$\Rightarrow A_x + D_x = 0$$

$$\Rightarrow 2A_x = 0$$

$$\Rightarrow A_x = \frac{M_{AB} + M_{BA}}{4} = 0$$

$$\Rightarrow 7500 \theta_B + 3750 \Delta = 0 \quad \text{--- (b)}$$

聯立 (a)(b), 得

$$\theta_B = -\frac{3}{1400} = \hat{\theta}_C$$

$$\Delta = \frac{3}{700}$$

【版權所有，翻印必究】