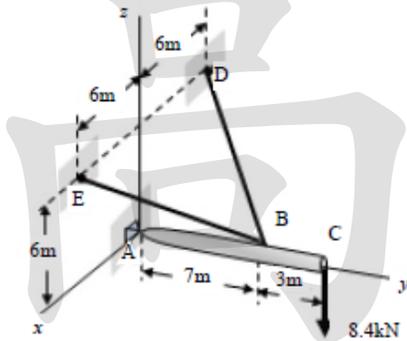


《靜力學概要與材料力學概要》

一、如圖一所示，ABC 桿於 C 端受到垂直向下之作用力 8.4 kN (平行 z 軸)；而 BD 及 BE 為兩繩索，其 D 端及 E 端固定於牆壁上 (xz 平面)。假設 ABC 桿以及繩索的自重均可忽略，試求：

(一) 繩索 BD 及 BE 所受之拉力。(15 分)

(二) A 端球窩支承之反力。(10 分)



圖一

試題評析 屬於空間向量力學基本題型。

考點命中 《突破靜力學經典題型解析》高點文化出版，洪達編撰，與P1-19題目一模一樣。

解：

$$\text{解： (1), } A(0, 0, 0)$$

$$B(0, 7, 0)$$

$$C(0, 10, 0)$$

$$D(-6, 0, 6)$$

$$E(6, 0, 6)$$

$$\vec{r}_{BA} = (0, 7, 0) \quad \vec{r}_{CA} = (0, 10, 0)$$

$$\vec{T}_{BE} = T_{BE} \frac{(6, -7, 6)}{\sqrt{6^2 + (-7)^2 + 6^2}} = \frac{6}{11} T_{BE} \vec{i} - \frac{7}{11} T_{BE} \vec{j} + \frac{6}{11} T_{BE} \vec{k}$$

$$\vec{T}_{BD} = T_{BD} \frac{(-6, -7, 6)}{\sqrt{(-6)^2 + (-7)^2 + 6^2}} = -\frac{6}{11} T_{BD} \vec{i} - \frac{7}{11} T_{BD} \vec{j} + \frac{6}{11} T_{BD} \vec{k}$$

$$(2) \therefore \vec{r}_{BA} \times \vec{T}_{BE} + \vec{r}_{BA} \times \vec{T}_{BD} + \vec{r}_{CA} \times (-84\vec{k}) = 0$$

$$\begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 7 & 0 \\ \frac{6}{11}\vec{T}_{BE} & -\frac{7}{11}\vec{T}_{BE} & \frac{6}{11}\vec{T}_{BE} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 7 & 0 \\ \frac{6}{11}\vec{T}_{BD} & -\frac{7}{11}\vec{T}_{BD} & \frac{6}{11}\vec{T}_{BD} \end{vmatrix} + \begin{vmatrix} i & j & k \\ 0 & 10 & 0 \\ 0 & 0 & -84 \end{vmatrix} = 0$$

$$\therefore \frac{42}{11}\vec{T}_{BE} + \frac{42}{11}\vec{T}_{BD} - 84 = 0 \quad (1)$$

$$-\frac{42}{11}\vec{T}_{BE} + \frac{42}{11}\vec{T}_{BD} = 0 \quad (2)$$

由 (1) (2) 得：

$$\vec{T}_{BE} = \vec{T}_{BD} = 11 (kN) (\text{拉})$$

(3)

$$\therefore \sum F_x = 0$$

$$\therefore Ax + \frac{6}{11} \times 11 - \frac{6}{11} \times 11 = 0$$

$$\therefore Ax = 0$$

$$\therefore \sum F_y = 0$$

$$\therefore Ay - \frac{7}{11} \times 11 - \frac{7}{11} \times 11 = 0$$

$$\therefore Ay = 14 (kN) (\rightarrow)$$

$$\therefore \sum F_z = 0$$

$$\therefore Az + \frac{6}{11} \times 11 + \frac{6}{11} \times 11 - 84 = 0$$

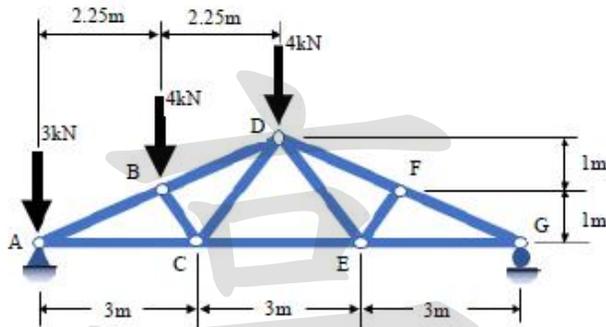
$$\therefore Az = -36$$

$$\therefore Az = 36 (kN) (\downarrow)$$

二、如圖二所示之桁架，試求：

(一) 支承 A 及 G 之反力。(5 分)

(二) 桿件 BC、BD、CD 及 CE 之軸力。(請同時標示張力或壓力)(25 分)



圖二

試題評析	靜定桁架分析，屬於基本題型，此題計算量頗大。
考點命中	《突破靜力學經典題型解析》高點文化出版，洪達編撰，與P2-181題型相同。

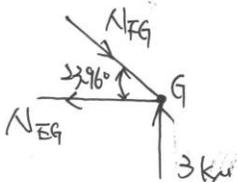
解：

解：(1) 取整體： $\sum M_A = 0, \uparrow$

$$G_y(9) - 4 \times 2.25 - 4 \times 4.5 = 0$$

$$\therefore G_y = 3 \text{ kN} (\uparrow) \quad \therefore A_y = 8 \text{ (kN)} (\uparrow), A_x = 0.$$

取 G 點分析：



$$\therefore \sum F_x = 0, \sum F_y = 0$$

$$\therefore N_{FG} = 7.387 \text{ (kN)} (\text{FE})$$

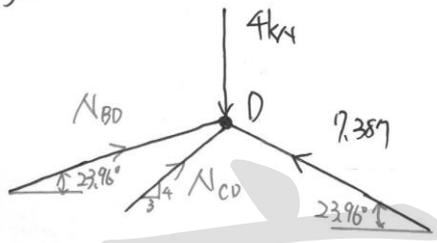
$$\therefore N_{EG} = 6.75 \text{ (kN)} (\text{TE})$$

$$(2) N_{FG} = N_{DF} = 7.387 \text{ (kN)} (\text{FE})$$

$$N_{EF} = N_{DE} = 0$$

$$N_{EG} = N_{CE} = 6.75 \text{ (kN)} (\text{TE})$$

(3) 取 D 點分析:



$$\therefore \sum F_x = 0 \rightarrow$$

$$\therefore N_{BD} \cos 23.96^\circ + \frac{3}{5} N_{CD} - 7.387 \times (\cos 23.96^\circ) = 0 \quad (1)$$

$$\therefore \sum F_y = 0 \uparrow$$

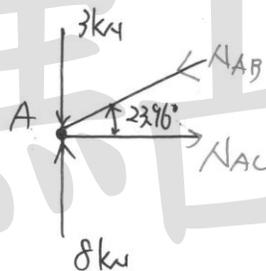
$$\therefore N_{BD} \sin 23.96^\circ + \frac{4}{5} N_{CD} + 7.387 \sin 23.96^\circ - 4 = 0 \quad (2)$$

\(\therefore\) 由 (1) (2) 式得:

$$N_{BD} = 9.85 \text{ (kN)} \text{ (T)}_1$$

$$N_{CD} = -3.75 \text{ (kN)} \quad \therefore N_{CD} = 3.75 \text{ (kN)} \text{ (T)}_2$$

(4) 取 A 點分析:

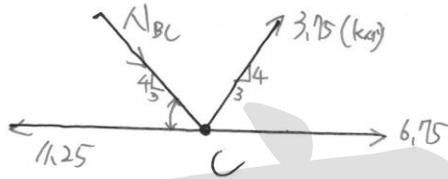


$$\therefore \sum F_x = 0 \quad \sum F_y = 0$$

$$\Rightarrow N_{AB} = 12.31 \text{ (kN)} \text{ (T)}_1$$

$$N_{AC} = 11.25 \text{ (kN)} \text{ (T)}_2$$

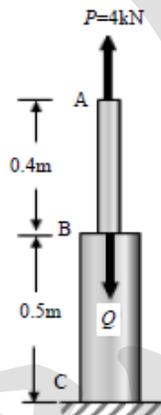
5. 取(桌)分析:



$$\because \sum F_y = 0 \Rightarrow N_{BC} = 3.75 \text{ (kN)} \text{ (T)} \text{ (F)}$$

三、鋁桿 ABC ($E=70 \text{ GPa}$)，AB 段及 BC 段之直徑分別為 20 mm 及 60 mm，如圖三所示。已知 $P=4 \text{ kN}$ ，且 A 點之垂直位移為零。試求：

- (一) 作用力 Q 之大小。(10 分)
 (二) B 點之垂直位移。(10 分)



圖三

試題評析	超級簡單的共線軸力桿題型，不要按錯計算機就得分了！
考點命中	1. 《國考材料力學重點暨題型解析-上冊》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.1.9。 2. 《高點建國材料力學講義》，程中鼎編著，例題2.1.8。

解：

(一)計算作用力 Q 之大小

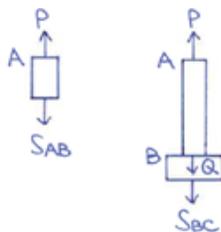
1. 計算支承反力及各桿軸力(內力)

從 A 點向下切任一斷面(不切超過 B 點)可得 AB 段軸力：

$$\Rightarrow \text{桿件 AB 段軸力 } S_{AB} = P$$

從 B 點向下切任一斷面可得 BC 段軸力：

$$\Rightarrow \text{桿件 BC 段軸力 } S_{BC} = P - Q$$



2. 計算各桿件伸縮量

$$\text{桿件 AB 段伸縮量 } \delta_{AB} = \frac{S_{AB}L_{AB}}{A_{AB}E}$$

$$\text{桿件 BC 段伸縮量 } \delta_{BC} = \frac{S_{BC}L_{BC}}{A_{BC}E}$$

3. 計算作用力 Q 大小

題目已敘明 A 點垂直位移為零，(共線軸力桿件任一點位移 Δ) = (不可移動之點開始起算) + (欲求之點至不可移動點間之桿件各段伸縮量總和 $\sum \delta$)，寫成符號表示即是 $\Delta = (\text{不動點}) + \sum \delta$ ：

$$A \text{ 點位移 } \Delta_A = (\text{不動 C 點 } \Delta_C = 0) + \delta_{BC} + \delta_{AB} = 0$$

$$\Rightarrow \Delta_A = \frac{(4 \times 10^3 - Q)(0.5 \times 10^3)}{(\frac{\pi}{4} \times 60^2)(70 \times 10^3)} + \frac{(4 \times 10^3)(0.4 \times 10^3)}{(\frac{\pi}{4} \times 20^2)(70 \times 10^3)} = 0$$

$$\Rightarrow \text{可解 } Q = 32800 \text{ N} = 32.8 \text{ kN}$$

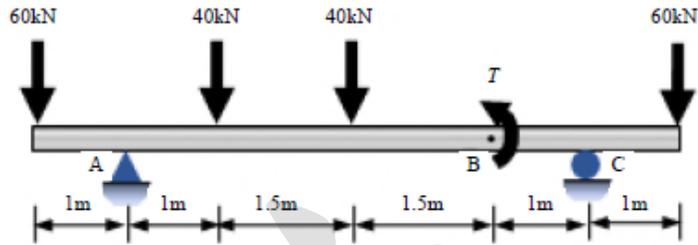
(二)計算 B 點垂直位移

$$\Delta_B = \delta_{BC} = \frac{(4 \times 10^3 - 32.8 \times 10^3)(0.5 \times 10^3)}{(\frac{\pi}{4} \times 60^2)(70 \times 10^3)} = -0.073 \text{ mm } (\downarrow)$$

四、考慮如圖四所示之簡支梁，其中 $T = 15 \text{ kN}\cdot\text{m}$ 。試求：

(一)簡支承 A 及 C 之反力。(5 分)

(二)梁之剪力圖及彎矩圖。(圖上須標出各轉折點之剪力值、彎矩值)(20 分)



圖四

試題評析	超級簡單的靜定梁畫剪力彎矩圖，不要粗心大意一定會得分！
考點命中	1.《國考材料力學重點暨題型解析-上冊》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.4。 2.《高點建國材料力學講義》，程中鼎編著，附錄二-例題2.3.3。

解：

(一)簡支梁A點及C點反力

對C點取力矩和為零可得A點垂直反力 R_A ：

$$\sum M_C = 0 \Rightarrow R_A = \frac{(60 \times 6) + (40 \times 4) + (40 \times 2.5) + (15) - (60 \times 1)}{5} = 115 \text{ kN} (\uparrow)$$

由垂直方向力平衡得C點反力 R_C ：

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_C = 60 + 40 + 40 + 60 - R_A = 85 \text{ kN} (\uparrow)$$

(二)繪梁的剪力圖與彎矩圖

本題梁剪力圖與彎矩圖如下。

