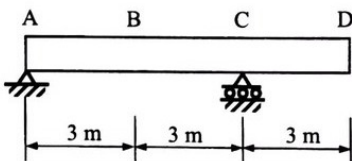


鋼筋混凝土學與設計

依據及作答規範：內政部營建署「混凝土結構設計規範」(內政部 100.6.9 台內營字第 1000801914 號令)；中國土木水利學會「混凝土工程設計規範」(土木 401-100)。未依上述規範作答，不予計分。

- 一、有一鋼筋混凝土梁如下圖所示，矩形斷面寬度 $b=30\text{ cm}$ ， $d=53\text{ cm}$ 。梁承受工作均佈靜載重(含自重) 2600 kgf/m ，活載重 3500 kgf/m 。混凝土 $f'_c=210\text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏強度 $f_y=4200\text{ kgf/cm}^2$ 。以單筋梁設計，計算 B 點所需最少的拉力鋼筋面積 A_s 。(25 分)



試題評析 此為RC之基本熱身題，不要忘記檢核最少主筋量與強度折減係數。

考點命中 1.《鋼筋混凝土學了沒》題目3-1.1前半，
2.《解說鋼筋混凝土》第3-3頁下半。

解：

$$(1) w_u = 1.2D + 1.6L = 1.2(2.6) + 1.6(3.5) = 8.72\text{ tf/m}$$

$$C\text{ 支承反力} = 8.72(9)(4.5) / 6 = 58.86\text{ tf}$$

$$A\text{ 支承反力} = 8.72(9) - 58.86 = 19.62\text{ tf}$$

$$B\text{ 斷面 } M_u = 19.62(3) - 8.72(3)(1.5) = 19.62\text{ tf}\cdot\text{m}$$

$$(2)\text{ 設 } \phi = 0.9$$

$$M_n = \frac{M_u}{\phi} = \frac{19.62}{0.9} = 21.8\text{ tf}\cdot\text{m}$$

$$m = \frac{f_y}{0.85f'_c} = \frac{4200}{0.85(210)} = 23.5294$$

$$R_n = \frac{M_n}{bd^2} = \frac{21.8(10)^5}{30(53)^2} = 25.8692\text{ kgf/cm}^2$$

$$\rho = \frac{1}{m} \left[1 - \sqrt{1 - \frac{2mR_n}{f_y}} \right] = 6.685 \times 10^{-3}$$

$$A_{s, \text{req'd}} = \rho bd = 10.63\text{ cm}^2$$

$$\text{水平力平衡 } 0.85f'_c ab = A_{s, \text{req'd}} f_y$$

$$0.85 \times 210 \times 30a = 10.63 \times 4200$$

$$x = a / 0.85 = 9.81\text{ cm}$$

$$x_{0.005} = 3d / 8 = 19.875\text{ cm} > x$$

$$\text{解出 } a = 8.34\text{ cm}$$

$$\text{故確實 } \phi = 0.9$$

$$\text{Check } A_{s,\min} \quad , \quad A_{s,\min} = \max \left[\frac{0.8\sqrt{f'_c}}{f_y} b_w d \quad , \quad \frac{14}{f_y} b_w d \right]$$

$$0.8\sqrt{f'_c} = 0.8\sqrt{210} = 11.59 < 14$$

$$\therefore A_{s,\min} = \frac{14}{f_y} b_w d = \frac{14}{4200} (30)(53) = 5.3 \text{ cm}^2 < 10.63 \text{ cm}^2 \quad \text{check OK!}$$

$$\text{故 } \underline{\underline{A_{s,\text{req'd}} = 10.63 \text{ cm}^2}}$$

二、有一矩形斷面之鋼筋混凝土簡支梁，跨度為 6 m。梁斷面寬度 $b = 40 \text{ cm}$ ，有效梁深 $d = 63 \text{ cm}$ 。簡支梁承受係數化均佈載重 $w_u = 8 \text{ tf/m}$ 。使用 D10 矩形閉合鋼筋為剪力鋼筋，一支 D10 鋼筋之截面積為 0.71 cm^2 。混凝土 $f'_c = 350 \text{ kgf/cm}^2$ ，剪力鋼筋 $f_y = 2800 \text{ kgf/cm}^2$ 。試計算此梁於支承處之剪力鋼筋的間距。(25 分)

試題評析	首次計算，剪力鋼筋間距極大，乃因混凝土強度 f'_c 甚大，故最後由最少剪力筋量控制設計。
考點命中	1.《鋼筋混凝土學了沒》題目 4-1.1， 2.《解說鋼筋混凝土》第 4-15 頁例題。

解：

$$(1) \text{考慮臨界斷面處，} V_u = 8(3 - 0.63) = 18.96 \text{ tf} = 18960 \text{ kgf}$$

$$V_c = 0.53\sqrt{f'_c} b_w d = 0.53\sqrt{350} (40)(63) = 24986.8 \text{ kgf}$$

$$(2) \text{按 } \phi(V_c + V_s) = V_u$$

$$\text{得 } 0.75(24986.9 + V_s) = 18960$$

$$\text{解出 } V_s = 293 \text{ kgf}$$

$$V_s < 2V_c = 49973.6 \text{ kgf}$$

$$s = \frac{A_v f_y d}{V_s} = \frac{1.27(2)(2800)63}{293} = 854 \text{ cm}$$

$$s \leq \min \left[\frac{A_v f_y}{3.5b_w}, \frac{A_v f_y}{0.2\sqrt{f'_c} b_w}, \frac{d}{2}, 60 \text{ cm} \right]$$

$$= \min [28.4 \text{ cm}, 26.6 \text{ cm}, 31.5 \text{ cm}, 60 \text{ cm}] = 26.6 \text{ cm}$$

考慮施工性，故梁端實務上可取 $s = 25 \text{ cm}$

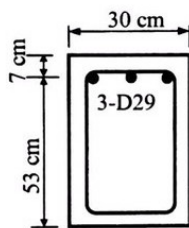
三、有一懸臂鋼筋混凝土梁，梁長度 3 m。斷面如下圖所示，梁寬 $b=30 \text{ cm}$ ，有效梁深 $d=53 \text{ cm}$ ，梁總深度 $h=60 \text{ cm}$ 。此梁承載工作均佈靜載重（含自重） 1.5 tf/m 、均佈活載重 2.0 tf/m 。混凝土 $f'_c=280 \text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏強度 $f_y=4200 \text{ kgf/cm}^2$ 。一支 D29 鋼筋之截面積為 6.47 cm^2 。試計算因活載重造成梁自由端之瞬時撓度。（25 分）

參考公式：懸臂梁承載均佈載重時，梁自由端之撓度為 $\frac{wL^4}{8EI}$ 。

$$E_c = 15,000\sqrt{f'_c}$$

$$f_r = 2.0\sqrt{f'_c}$$

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr} \leq I_g$$



試題評析	此題屬於基本的計算活載重造成的撓度增量，平易近人，請注意計算穩定性。
考點命中	1. 《鋼筋混凝土學了沒》第6-2頁題目6-2.1。 2. 《解說鋼筋混凝土》第6-10頁例題6-2.1。

解：

(1) 計算基本數據 I_g 、 I_{cr} 、 M_{cr}

$$\text{全斷面慣性矩 } I_g = 30(60)^3 / 12 = 540,000 \text{ cm}^4$$

求開裂斷面慣性矩 I_{cr}

$$\text{模數比 } n = \frac{2.04(10)^6}{15000\sqrt{280}} = 8.13$$

$$nA_s = 8.13(3)(6.47) = 157.8 \text{ cm}^2$$

$$\Rightarrow 30x(x/2) = 157.8(53-x)$$

$$\text{解出 } x = 18.93 \text{ cm}$$

$$I_{cr} = 30(18.93)^3 / 3 + 157.8(53-18.93)^2 = 251003 \text{ cm}^4$$

求開裂彎矩 M_{cr}

$$\text{按 } f_r = \frac{M_{cr}}{S} \quad \text{得 } 2\sqrt{280} = \frac{M_{cr}(6)}{30(60)^2}$$

$$\text{解出 } M_{cr} = 602395 \text{ kgf} \cdot \text{cm} = 6.024 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

- (1) 計算靜載重造成的短期撓度
- $(\Delta_i)_D$

$$M_a = (1.5)(3)(1.5) = 6.75 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 = \left(\frac{6.024}{6.75}\right)^3 = 0.7108$$

$$\begin{aligned} \text{有效慣性矩 } I_{e,D} &= I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 (I_g - I_{cr}) = 251003 + 0.7108(540000 - 251003) \\ &= 456,420 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$\text{靜載重造成的短期撓度 } (\Delta_i)_D = \frac{wL^4}{8EI_{e,D}} = \frac{15(300)^4}{8(15000\sqrt{280})(456420)} = 0.1326 \text{ cm}$$

※注意靜載重 $1.5 \text{ tf/m} = 15 \text{ kgf/cm}$

- (3) 計算活載重造成的短期撓度
- $(\Delta_i)_L$

活載重加上後，因彎矩變大，斷面會開裂，有效慣性矩 I_e 值會變得更小

$$M_a = 3.5(3)(1.5) = 15.75 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

$$\left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 = \left(\frac{6.024}{15.75}\right)^3 = 0.05595$$

$$\begin{aligned} \text{有效慣性矩 } I_{e,D+L} &= I_{cr} + \left(\frac{M_{cr}}{M_a}\right)^3 (I_g - I_{cr}) = 251003 + 0.05595(540000 - 251003) \\ &= 267,173 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

斷面再裂後，靜載重與活載重的瞬時撓度總和

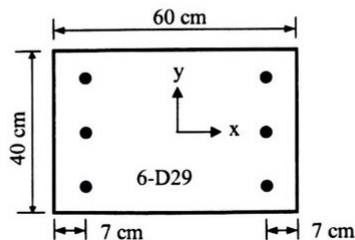
$$\begin{aligned} (\Delta_i)_{D+L} &= \frac{wL^4}{8EI_{e,D+L}} \\ &= \frac{35(300)^4}{8(15000\sqrt{280})(267173)} = 0.5284 \text{ cm} \end{aligned}$$

※注意活載重 $2 \text{ tf/m} = 20 \text{ kgf/cm}$

- (4) 活載重造成之瞬時撓度
- $(\Delta_i)_L = (\Delta_i)_{D+L} - (\Delta_i)_D = 0.5284 - 0.1326 = \underline{\underline{0.396 \text{ cm}}}$

【版權所有，翻印必究】

四、下圖為鋼筋混凝土橫樑柱斷面，配置 6 支 D29 鋼筋。混凝土 $f'_c=280 \text{ kgf/cm}^2$ ，鋼筋降伏強度 $f_y=4200 \text{ kgf/cm}^2$ 。一支 D29 鋼筋之截面積為 6.47 cm^2 。柱承受的軸壓力為沿 x 軸偏心，試計算此柱於平衡應變狀況下的計算軸壓強度 P_b 與計算彎矩強度 M_b 。(25 分)



試題評析	平衡分析屬於柱子的送分題，歐陽說過100遍，平衡分析一定要會。
考點命中	1.《鋼筋混凝土學了沒》題目5-4.5前半。 2.《解說鋼筋混凝土》例題5-3.3前半。

解：

(1)進行平衡分析

$$d = 60 - 7 = 53 \text{ cm}$$

$$x_b = 0.6d = 0.6(53) = 31.8 \text{ cm}$$

$$a = \beta_1 x_b = 0.85 x_b = 27.03 \text{ cm}$$

$$C_{cb} = 0.85 f'_c ab = 0.85(0.28)(27.03)(40) = 257.326 \text{ tf}$$

$$x_b > 3d' = 21 \text{ cm} \quad \text{故平衡分析時壓降}$$

$$T_b = A_s f_y = (3)(6.47)(4.2) = 81.522 \text{ tf}$$

$$C_{sb} = A'_s (f_y - 0.85 f'_c) = 3(6.47)[4.2 - 0.85(0.28)] = 76.9 \text{ tf}$$

$$P_b = C_{cb} + C_{sb} - T_b = \underline{252.7 \text{ tf}}$$

$$(2) \text{對塑心取力矩，} M_b = (76.9 + 81.522)(30 - 7) + 257.326(30 - \frac{a}{2})$$

$$= 7885.7 \text{ tf-cm} = 78.857 \text{ tf-m}$$

【版權所有，翻印必究】