

高點

堅持夢想
全力相挺

公職 EXPRESS 快速通關

Pass!

地特准考證 就是你的 **VIP券**

弱科健檢 

加入【高點·高上生活圈】可免費預約參加 ▶▶▶



113/12/7-31 前 **商管** **會計** **資訊** **地政** 享考場獨家優惠!

114 高普考 衝刺

- 【總複習】面授/網院：特價 4,000 元起、雲端：特價 5,000 元起
- 【申論寫作正解班】面授/網院：特價 3,000 元起科、雲端：特價 7 折起/科
- 【經典題庫班】面授/網院：特價 2,500 元起/科、雲端單科：特價 7 折起
- 【狂作題班】面授：特價 5,000 元起/科

114、115 高普考 達陣

- 【面授/網院全修班】特價 34,000 元起
 - 114年度：再優 10,000 元(高考法制、公職社工師除外，輔限至114.7.31止)
 - 115年度：享 ①再折 2,000 元 + ②線上課程 1 科 + ③ 60 堂補課券 舊生再優 1,000 元
- 【考取班】高考：特價 65,000 元、普考：特價 55,000 元(限面授/網院)

114國營

- 【企管/政風/地政/資訊/財會】
網院全修：特價 25,000 元起、雲端：特價 31,000 元起

單科 加強方案

- 【114年度】面授/網院：定價 65 折起、雲端：定價 85 折
舊生贈圖禮：500 元

※優惠詳情依各分班櫃檯公告為準

《資料結構》

一、考慮下面以虛擬碼 (Pseudocode) 表示的遞迴演算法，請回答相關問題：

```

Algorithm Q(n)
  if n = 1
    return 1
  else return Q(n - 1) + 2×n-1
  
```

- (一) 列出虛擬碼中 $Q(n)$ 的遞迴關係式，並說明此虛擬碼最終計算的是什麼？(5分)
- (二) 用遞迴函式表示此虛擬碼所使用的乘法運算次數，並用漸進式符號 Big-O 表示此遞迴式的成長速率。(5分)
- (三) 以遞迴函式表示此虛擬碼的執行時間 $T(n)$ 並說明其時間複雜度 (以 Big-O 表示)。(10分)

試題評析 本題測驗考生對 recursive 演算法的了解，包括觀察演算法計算的目標為何，執行過程使用了特定的運算次數，以及時間複雜度。

考點命中 《資料結構》，高點文化出版，王致強編著，頁5-1~5-3，第5-1節：遞迴程序。

答：

(一) 以算式推導 $Q(n)$ 計算的結果

$$Q(n) = Q(n-1) + 2n - 1 \quad \dots (1\text{式})$$

$$Q(n-1) = Q(n-2) + 2(n-1) - 1 \dots (2\text{式})$$

$$Q(n-2) = Q(n-3) + 2(n-2) - 1 \dots (3\text{式})$$

...

$$Q(2) = Q(1) + 2(2) - 1 \quad \dots (n-1\text{式})$$

$$Q(1) = 1 = 2(1) - 1 \quad \dots (n\text{式})$$

加總 (1式) + (2式) + (3式) + ... + (n-1式) + (n式) 並消去等式左、右兩邊相同項目後，

$$\text{得 } Q(n) = 2 \times (n) - 1 + 2 \times (n-1) - 1 + 2 \times (n-2) - 1 + \dots + 2 \times (2) - 1 + 2 \times (1) - 1$$

$$\text{即 } Q(n) = \sum_{i=1}^n (2 \times i - 1) = 2 \times \sum_{i=1}^n i - n = 2 \times \frac{n(n+1)}{2} - n = n^2 + n - n = n^2$$

結論： $Q(n)$ 計算的結果是 n^2 。

(二) $Q(n)$ 使用乘法次數遞迴式 $M(n)$ 如下：

$$M(n) = \begin{cases} 0, & n = 1 \\ M(n-1) + 1, & n > 1 \end{cases}$$

$$M(n) = M(n-1) + 1 = M(n-2) + 2 = \dots = M(1) + n - 1 = n - 1 = O(n)$$

(三) $Q(n)$ 執行時間的遞迴式 $T(n)$ 如下：

$$T(n) = \begin{cases} O(1), & n = 1 \\ T(n-1) + O(1), & n > 1 \end{cases}$$

$$T(n) = T(n-1) + O(1) = T(n-2) + O(1) \times 2 = \dots = O(1) \times n = O(n)。$$

二、請回答下列關於二元樹 (Binary Tree) 的問題：

(一) 一個算術運算式 (Arithmetic Expression) 可以用一個二元樹表示，稱為算術運算樹 (Expression Tree)，請將下列算術運算式以算術運算樹表示。(5分)

$$(((5+1) \times 3 - (7+2)) / (((2 \times 8) + 5) / 7))$$

(二) 請判斷下列敘述是否正確：(5分)

“一個算術運算樹是一個滿二元樹 (Full Binary Tree, or Proper Binary Tree)”

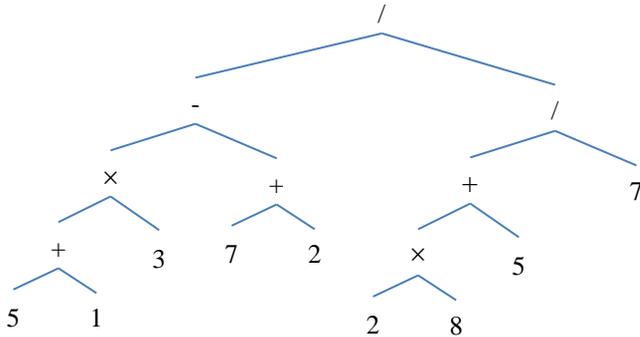
(三) 子題 (一) 中的算術運算式是何種順序的運算表示式？請利用其算術運算樹將此運算式表示為一前序表示式 (Preorder Expression)，並說明其過程。(5分)

(四) 請敘述如何以子題(一)的算術運算樹計算出算術運算式的值，並逐步表示其過程。
(10分)

試題評析	本題測驗考生對算術運算式和算術運算樹的知識，包括由算術運算式繪出算術運算樹，由算術運算樹產生前序表示式的做法，以及由算術運算樹如下計算出最後結果。
考點命中	《資料結構》，高點文化出版，王致強編著，頁6-51~6-55，第6-8節：算式樹。

答：

(一) 算術運算樹如下：



(二) “一個算術運算樹是一個滿二元樹 (Full Binary Tree, or Proper Binary Tree) ”?

算術運算樹 不一定是 滿二元樹(Full Binary Tree)

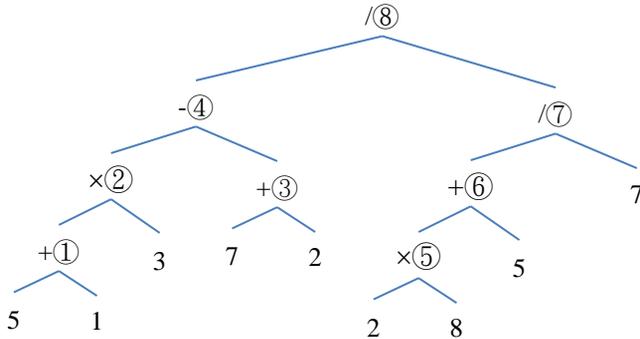
算術運算樹 只能說是一般的二元樹(Proper Binary Tree)

(三) ①子題(一)中的算術運算式是中序表示式。

②對算術運算樹 進行前序追蹤，就可以產生前序表示式

$/ - \times + 5 1 3 + 7 2 / + \times 2 8 5 7$

(四) 使用 post-order 對 算術運算樹以 bottom-up 方式計算出最後結果，如圖中編號順序：



① $5+1=6$

② $6 \times 3=18$

③ $7+2=9$

④ $18-9=9$

⑤ $2 \times 8=16$

⑥ $16+5=21$

⑦ $21/7=3$

⑧ $9/3=3$

【版權所有，重製必究！】

三、在許多應用中，往往需要以物件的優先權來進行處理，為了區別物件的優先順序，我們可以簡單地賦予物件一個鍵值 (Key) 來代表優先權，此鍵值通常是一個數值可以用來區別物件前後順序。在此，我們考慮物件的鍵值是一個數值而其值愈小，物件的優先權愈高，優先行

列 (Priority Queue) 則是一種以物件的優先權來管理物件的資料結構。

- (一) 請說明優先佇列的抽象資料型態 (abstract data type, ADT) 定義。(10分)
- (二) 給定一個最小二元堆積 (Minimum Heap) H 與一個鍵值 k ，在 H 中快速地找出所有鍵值小於或等於 k 的資料物件。請描述一個有效的方法，此方法所花的時間 (或運算量) 與欲找出的資料物件之數量成線性比例。(5分)

試題評析	本題測驗考生對優先佇列的理解與應用。
考點命中	《資料結構》，高點文化出版，王致強編著，頁7-3~7-6，第7-2節：堆積結構(Heaps)。

答：

(一) 定義：優先權佇列是一種資料結構，主要提供「插入資料」(Insertion new Element) 與「取出最小值元素」(Delete Minimum Elements) 兩種運算。若應用上需要時，可以增加其他的運算。

抽象資料型態：

1. ADT PriorityQueue is
2. objects: 一個有序串列(ordered list)，用以儲存一群具有優先等級的項目。
3. functions:
4. for all $q \in \text{Priority Queue}$, $x, y \in \text{ItemType}$, $\text{True}, \text{False} \in \text{Boolean}$
5. CreatePq():PriorityQueue ::= create an empty priority queue;
6. IsPqEmpty(q):Boolean ::= if q is empty then true
7. else false;
8. PqInsertion(q,x):PriorityQueue ::= add x into q;
9. PqDeleteMin(q):PriorityQueue ::= if IsPqEmpty(q) then error
10. else delete item with the minimum key from q;
11. end PriorityQueue

(二) 使用下面 recursive algorithm

(三) 使用 1-D array 表示 min-heap，方式如下：

root 可以置於 $a[1]$ 。

$a[i]$ 的 parent 為 $a[\lfloor \frac{i}{2} \rfloor]$ 。

$a[i]$ 的 left child 為 $a[2i]$ 。

$a[i]$ 的 right child 為 $a[2i+1]$ 。

使用下面 recursive algorithm 在 H 中找出所有 $\leq k$ 的物件：

```
void findMinK(int k, int H[], int i, int n) {
    if (i <= n)
        if (H[i] <= k)
            { printf("%d ", H[i]); // 輸出 root
              find(k, H, 2*i, n); // 遞迴找尋左子樹
              find(k, H, 2*i+1, n); // 遞迴找尋右子樹
            }
}

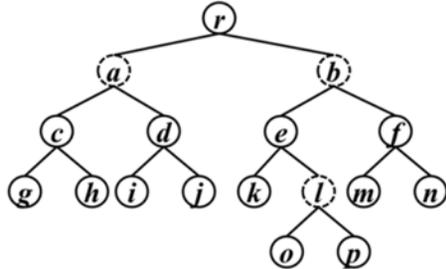
void main() {
    int k;
    scanf("%d", &k);
    findMinK(k, H, 1, n);
}
```

【版權所有，重製必究！】

時間分析：若輸出的項目 ($\leq k$ 的項目) 有 m 項，遞迴呼叫次數為 $2m+1$ 次，每次 findMinK() 的執行時間都是 $O(1)$ ，故執行總時間為 $(2m+1) \times O(1) = O(m)$ 。

四、關於紅黑樹 (Red Black Tree) 與(2,4)-樹((2,4)-Tree)：

- (一) 請分別說明紅黑樹與(2,4)-樹的定義。(10分)
- (二) 考慮下面的紅黑樹(實線節點代表黑色節點, 虛線節點代表紅色節點), 代表節點的字元符號可視為鍵值, 請說明如何將此紅黑樹轉換為一個(2,4)-樹, 並將其結果畫出。此外, 請申論轉換的(2,4)-樹是否唯一。(10分)

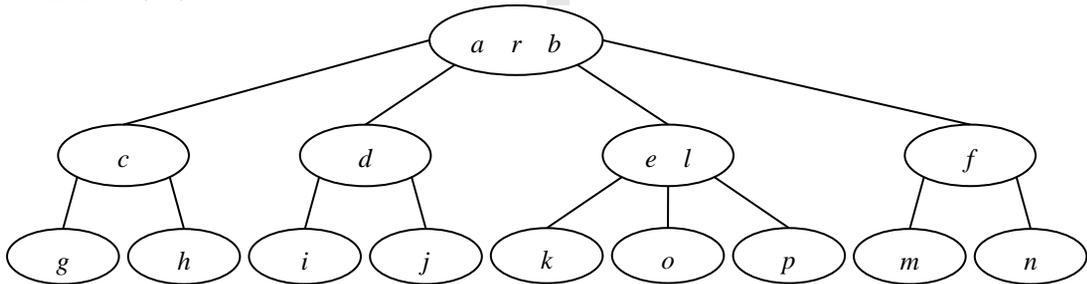


- (三) 請說明為何一個有 n 個節點 (鍵值) 的紅黑樹其高度是 $O(\log n)$ 。(5分)

試題評析	本題測驗考生對(2,4)-Tree和red-black tree的理解與轉換方式。
考點命中	《資料結構》，高點文化出版，王致強編著，頁11-45~11-47，第11-8節：紅黑樹；頁11-41~11-42，第11-7節：2-3-4樹。

答：

- (一) red-black tree 是一棵 binary search tree，每個節點可以是 red node 或是 black node。而且必須滿足下面特性：
 - (1) root 一定是 black node。
 - (2) 所有的 external nodes(或稱leaves)皆為 black nodes。
 - (3) 一個 red node 的 child 必須是 black node。
 - (4) 每個節點到其後代 external nodes 的每一條路徑上, 須包含相同數目的 black node。
- (2,4)-Tree 是一棵order=4的B-tree，每個節點最多 4 個 children，至少 2 個children。為方便說明, 其中degree = 2、3、4 的 node, 分別稱為 2-node、3-node、4-node。
- (二) 轉換出來的 (2,4)-Tree 如下：



red-black tree 轉換成 (2,4)-Tree 必定是唯一的；反之, (2,4)-Tree轉為 red-black tree, 就不見得是唯一的, 主要的原因是, 若(2,4)-Tree中包含有 3-node 時, 每個 3-node 可以有 2 種方式, 轉換成 red-black trees。

- (三) 以 h 代表 (2,4)-Tree 的高度, 假設 (2,4)-Tree 有 n 個 keys, 則有關係式 $2^h - 1 \leq n \leq 4^h - 1$ 。因此, 含有 n 個 keys 的 (2,4)-Tree 的高度 h 具有下列關係：

$$\lceil \log_4(n+1) \rceil \leq h \leq \lceil \log_2(n+1) \rceil$$

故 $h = O(\log n)$ 。

而 n 個 keys 的 red-black tree, 則其高度 h_{RB} 最多會是(2,4)-Tree高度 h 的兩倍, 也就是：
 $h_{RB} \leq 2 \times h = 2 \times O(\log n) = O(\log n) \Rightarrow h_{RB} = O(\log n)$

五、下面的矩陣 M 是表示一個無向圖 $G=(V, E)$ 的相鄰矩陣 (Adjacency Matrix) , V 與 E 分別為節點與邊的集合：

	a	b	c	d	e	f	g
a	0	1	0	1	1	1	0
b	1	0	1	0	1	1	0
c	0	1	0	0	0	1	1
d	1	0	0	0	0	0	1
e	1	1	0	0	0	0	0
f	1	1	1	0	0	0	1
g	0	0	1	1	0	1	0

(一) 請畫出此無向圖 G 。(10分)

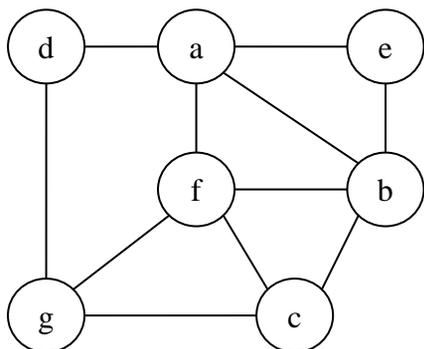
(二) 若以字母順序為考量對 G 進行廣度優先搜尋 (Breadth-First Search, BFS) , 因此將由節點 a 開始, 請繪出尋訪完後所產生的BF樹 (Breadth-First (BF) Tree)。(5分)

試題評析 本題測驗考生對圖形表示法和廣度優先追蹤的方法。

考點命中 《資料結構》，高點文化出版，王致強編著，頁8-8~8-9，第8-2節：圖形表示法；頁8-20~8-21，廣度優先追蹤。

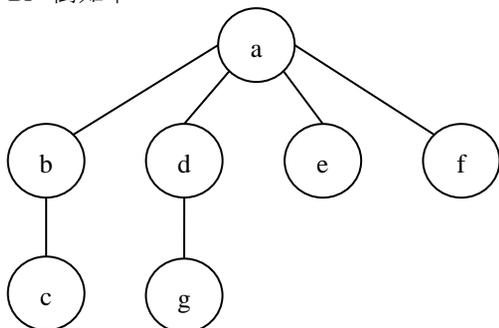
答：

(一)



(二) BFS 順序：a,b,d,e,f,c,g

BF 樹如下：



【版權所有，重製必究！】

高點

用一套書連續成功

高普特考 打通關！

2025
最新版



7月高普考

報名：03/11~03/20 考試：07/04~07/08

12月地方特考

報名：09/09~09/18 考試：12/06~12/08

重點整理



解題完全制霸



工具書



113高普考
命中事實



好書+好課
立即嘗鮮



更多套書

歷屆高手聯合推薦，上榜必讀這套！

一般行政



一般民政



人事行政



財稅行政



會計



高點文化事業
publish.get.com.tw



113/12/10-31高普考書籍特惠中
手刀購買，快至高點網路書店