

高點

高普考商科分眾課

為好名次而來

打造高分力



海量解題力

提升寫作力

① 一堆例題見解，怎麼寫才高分？

申論寫作正解班 ▶ 論正技巧 **立即上課**

緊扣命題趨勢，個人化批改指導，厚植寫作力！

高分實證

李○儀 **應屆考取** 112高考財稅行政【探花】

推薦大家報名申論寫作正解班，對於民法申論題搶分非常有幫助，老師會帶大家作一些經典範例，詳細地講解並分享許多作答技巧，每週還會提供題目讓大家帶回去練習。

※ 面授/網院 3,000 元起/科；雲端 6折 起/科

① 寫不完或寫太少，時間難拿捏？

經典題庫班 ▶ 弱科強化 **立即上課**

專業師資嚴選經典考古題，精析關鍵考點！

高分實證

薛○勻 **在職考取** 112高考經建行政、普考經建行政

建議務必參加經典題庫班，網院課程都獨自念書，會有盲點而不自知，藉由題庫練習可以更有信心和確認作答方式，最後一個月考古題總複習才不會慌亂。

※ 面授/網院 2,500 元起/科；雲端 6折 起/科

① 公經題型不固定，該如何準備？

公經進階班 ▶ 掌握關鍵

專業師資精選重要模型和圖形，題點計算題要領！

高分實證

謝○卓 **在職考取** 112高考經建行政

跟老師討論過後，我接受老師的建議，加選高點的公經進階班，它比較偏向數理模型的推導及解說，對於經建類組的同學而言，可以建立重要模型的觀念，在回答申論題時幫助也很大。

※ 面授/網院 65折 起/科；雲端 85折 起/科

① 寫得頭頭是道，但切中核心嗎？

狂作題班 ▶ 速效提分 **114.3陸續開課**

名師親領搭配助教輔導，仿真模測有效提分！

高分實證

黃○瑜 **連續考取** 112高考會計、普考會計、111記帳士

中會狂作題班每次小考完都會檢討，助教會整理一些比較容易犯錯的地方及一些陷阱題供大家注意，讓我覺得狂作題班是很值得報名的！

※ 面授課程 5,000 元起/科

衝刺113地方特考，試不宜遲！

- 113/7/31前憑113高普考准考證報名高點分眾課，最高可享45折起優惠價！
- 最新優惠詳洽各分班櫃檯或高點高上國考生活圈



另有**行動版課程**隨時可上
試聽&購課，請至

1 知識達購課館
ec.ibrain.com.tw



2 高點網路書店
publish.get.com.tw



《統計學》

三個統計分配的右尾機率表：

(一)標準常態分配Z的右尾機率表：

	$P(Z > z_\alpha) = \alpha$				
α	0.1	0.05	0.025	0.01	0.005
z_α	1.282	1.645	1.96	2.326	2.576

(二)t分配與 χ^2 分配的右尾機率表：

$P(t > t_{\text{自由度}, \alpha}) = \alpha$			$P(\chi^2 > \chi^2_{\text{自由度}, \alpha}) = \alpha$		
自由度	t 自由度, 0.025	t 自由度, 0.05	自由度	χ^2 自由度, 0.025	χ^2 自由度, 0.05
4	2.776	2.132	1	5.0239	3.8415
5	2.571	2.015	2	7.3778	5.9915
6	2.447	1.943	3	9.3484	7.8147
10	2.228	1.812	4	11.1433	9.4877
11	2.201	1.796	5	12.8325	11.0705
12	2.179	1.782	6	14.4494	12.5916

一、有一位理財規劃專員為客戶規劃了一個投資組合，其設計為0.7的比例投資A公司股票，0.3的比例投資B公司股票。由歷年資料計算得知投資A報酬率的平均數為12%，標準差為15%；投資B報酬率的平均數為5%，標準差為8%。回答問題(一)至(四)，寫出計算過程且四捨五入至小數點後第4位。

(一)這個投資組合報酬率的平均數為多少？(4分)

(二)若投資A和投資B報酬率之間的相關係數為-0.3，則這個投資組合的報酬率離平均數的1個正、負標準差的上、下限數值各是多少？(10分)

(三)若問題(二)得到的下限數值為不低於-0.05，理專就會建議客戶可以考慮採納此投資組合，理專是根據什麼理由採取這種建議？(5分)

(四)為評估資金「全部投資A」，或「全部投資B」，或「採取0.7的比例投資A以及0.3的比例投資B的投資組合」三種策略的風險，請計算此三種策略的變異係數。(6分)

試題評析 主要考二維隨機變數之期望值、共變異數與相關係數，另外結合敘述統計中的變異係數的計算。

考點命中 《統計學(概要)重點整理》，高點文化出版，頁1-40，頁4-16~頁4-23。

答：

(一)設隨機變數X表示投資A的報酬率，隨機變數Y表示投資B的報酬率

$$\text{則 } E(X)=0.12, \text{Var}(X)=0.15^2$$

$$E(Y)=0.05, \text{Var}(Y)=0.08^2$$

$$\therefore E(0.7X + 0.3Y) = 0.7E(X) + 0.3E(Y) = 0.7 \times 0.12 + 0.3 \times 0.05 = 0.099$$

(二) $\rho(X, Y) = -0.3$, $\text{Cov}(X, Y) = \rho(X, Y) \times \sigma_X \times \sigma_Y = -0.3 \times 0.15 \times 0.08 = -0.0036$

$$\begin{aligned} \Rightarrow \text{Var}(0.7X + 0.3Y) &= 0.7^2 \text{Var}(X) + 0.3^2 \text{Var}(Y) + 2 \times 0.7 \times 0.3 \times \text{Cov}(X, Y) \\ &= 0.7^2 \times 0.15^2 + 0.3^2 \times 0.08^2 + 2 \times 0.7 \times 0.3 \times -0.0036 \\ &= 0.010089 \end{aligned}$$

$$\therefore \text{下限數值} = 0.099 - \sqrt{0.010089} = -0.0014$$

$$\text{上限數值} = 0.099 + \sqrt{0.010089} = 0.1994$$

(三)因為下限數值為-0.0014為不低於-0.05，所以理專可基於此投資組合賠錢的風險較低，故可以建議顧客可以考慮採納此投資組合。

(四)變異係數 $CV = \frac{S}{\bar{x}} \times 100\%$

1. 「全部投資A」的變異係數 $= \frac{0.15}{0.12} \times 100\% = 125\%$

2. 「全部投資B」的變異係數 $= \frac{0.08}{0.05} \times 100\% = 160\%$

3. 「採取0.7的比例投資A以及0.3的比例投資B的投資組合」的變異係數 $= \frac{0.1004}{0.099} \times 100\% = 101.4141\%$

二、若已知簡單線性迴歸模型為

$y_i = \alpha + \beta x_i + \varepsilon_i, i = 1, 2, \dots, n$ ，假設 ε_i 為相互獨立且具有共同分配 $N(0, \sigma^2)$ 。令 y_i 的最小平方估計值為 $\hat{y}_i = \alpha + \beta x_i$ ，回答以下問題：

(一)令 $u_i = y_i - \bar{y}$ ， $v_i = x_i - \bar{x}$ ，及此變數變換後之 u_i 的最小平方估計值為 $\hat{u}_i = c + d v_i$ ，其中 \bar{x} 和 \bar{y} 分別表示 n 個 x_i 和 n 個 y_i 的樣本平均數。請推導出 c 和 d 。(5分)

(二)令 $z_i = \frac{y_i - \bar{y}}{s_y}$ ， $w_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x}$ ，及此變數變換後之 z_i 的最小平方估計值為 $\hat{z}_i = g + h w_i$ ，其中 s_x 和 s_y 分別表示 n 個 x_i 和 n 個 y_i 的樣本標準差。請推導出 g 和 h 。(5分)

(三)已知 x_i 的資料結構可以分成二部分，其中第一個部分的 n_1 個資料點的數值皆為1，即 $x_i = 1, i = 1, 2, \dots, n_1$ ；第二個部分的 n_2 個資料點的數值皆為0，即 $x_i = 0, i = n_1 + 1, n_1 + 2, \dots, n$ ， $n = n_1 + n_2$ 。請推導出 a 和 b 。(10分)

試題評析 主要考迴歸分析中，單位變動對估計式的影響，考古題有出現類似題型。

考點命中 《統計學(概要)重點整理》，高點文化出版，頁4-25～頁4-27，頁12-32～頁12-33。

答：

(一) $\hat{y}_i = a + b x_i$

$$u_i = y_i - \bar{y}, \text{ 則 } \bar{u} = 0; s_u = s_y$$

$$v_i = x_i - \bar{x}, \text{ 則 } \bar{v} = 0; s_v = s_x$$

$$\therefore d = r \times \frac{s_u}{s_v} = r \times \frac{s_y}{s_x} = b$$

$$c = \bar{u} - d \bar{v} = 0$$

(二) $\hat{z}_i = g + h w_i$

$$Z_i = \frac{y_i - \bar{y}}{s_y}, \text{ 則 } \bar{Z} = 0; s_Z = 1$$

$$W_i = \frac{x_i - \bar{x}}{s_x}, \text{ 則 } \bar{W} = 0; s_W = 1$$

$$\therefore h = r \times \frac{s_Z}{s_W} = r$$

$$g = \bar{Z} - d \bar{W} = 0$$

(三) $\sum_{i=1}^n x_i = \sum_{i=1}^{n_1} x_i^2 = n_1$

$$\sum_{i=1}^n x_i y_i = \sum_{i=1}^{n_1} y_i$$

$$\text{設 } \bar{y}_1 = \frac{\sum_{i=1}^{n_1} y_i}{n_1}, \bar{y}_2 = \frac{\sum_{i=n_1+1}^n y_i}{n_2}, \text{ 則：}$$

【版權所有，重製必究！】

$$\begin{aligned}
 b &= \frac{SS_{XY}}{SS_X} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^{n_1} y_i - \frac{n_1 \sum_{i=1}^{n_1} y_i}{n}}{n_1 - \frac{n_1^2}{n}} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^{n_1} y_i}{n_1} - \frac{\sum_{i=n_1+1}^n y_i}{n_2} \\
 &= \bar{y}_1 - \bar{y}_2
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 a &= \bar{y} - b\bar{x} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \left(\frac{\sum_{i=1}^{n_1} y_i}{n_1} - \frac{\sum_{i=n_1+1}^n y_i}{n_2} \right) \times \frac{n_1}{n} \\
 &= \frac{\sum_{i=1}^n y_i}{n} - \frac{\sum_{i=1}^{n_1} y_i}{n} + \frac{n_1 \sum_{i=n_1+1}^n y_i}{n_2 n} \\
 &= \frac{\sum_{i=n_1+1}^n y_i}{n} + \frac{n_1 \sum_{i=n_1+1}^n y_i}{n_2 n} \\
 &= \frac{\sum_{i=n_1+1}^n y_i}{n_2} \\
 &= \bar{y}_2
 \end{aligned}$$

三、有一個手機廠商準備推出一款新式樣的手機A，為了解市場接受程度，進行以下所述的顧客偏好度調查：隨機選取100位女性及100位男性，對二組內的每一個人給予他們一款A式樣手機和一款競爭廠商的B式樣手機，詢問他們偏好那一款手機；結果顯示女性有85位偏好A式樣，男性有75位偏好A式樣。以 p_1 表示女性群體對A手機的偏好度， p_2 表示男性群體對A手機的偏好度，在顯著水準為0.05下，回答以下問題：

- (一)由二項分配觀點出發，在可以引用中央極限定理之下，以檢定統計量Z檢定女性和男性對A式樣手機的偏好度有無差異。(8分)
- (二)由列聯表分析觀點出發，以卡方檢定統計量檢定「女性組內之A與非A的比例」與「男性組內之A與非A的比例」有無差異。(8分)
- (三)題(二)之卡方檢定屬於「適合度檢定」、「齊一性檢定」、或「獨立性檢定」中之何種檢定，說明你的看法。(4分)

試題評析 主要考兩獨立母體比例差的檢定和卡方檢定之齊一性檢定，屬於基本題。

考點命中 《統計學(概要)重點整理》，高點文化出版，頁10-40~頁10-43，頁13-19~頁13-23，

答：

(一)設 p_1 為女性群體對A手機的偏好度

p_2 為為男性群體對A手機的偏好度

$$n_1 = 100, x_1 = 85; n_2 = 100, x_2 = 75;$$

$$\text{故 } \hat{p}_1 = \frac{x_1}{n_1} = \frac{85}{100} = 0.85$$

$$\hat{p}_2 = \frac{x_2}{n_2} = \frac{75}{100} = 0.75$$

$$\hat{p} = \frac{x_1 + x_2}{n_1 + n_2} = \frac{85 + 75}{100 + 100} = \frac{160}{200} = 0.8$$

因為 $n_1 = 100, n_2 = 100$ 皆為大樣本，

所以兩獨立母體比例差的檢定為：

$$\begin{cases} H_0: p_1 = p_2 \\ H_1: p_1 \neq p_2 \end{cases}$$

$$\alpha = 0.05$$

$$\text{拒絕域} C = \{Z | Z < -1.96 \text{ 或 } Z > 1.96\}$$

$$\text{檢定統計量 } Z = \frac{\hat{p}_1 - \hat{p}_2 - 0}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})\left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2}\right)}} = \frac{0.85 - 0.75}{\sqrt{0.8(1-0.8)\left(\frac{1}{100} + \frac{1}{100}\right)}} = 1.7678 \notin C$$

結論：不拒絕 H_0 ，在 $\alpha = 0.05$ 下，無充分證據顯示女性和男性對A式樣手機的偏好度有差異。

(二) H_0 : 女性與男性組內之A與非A的比例無差異

H_1 : 女性與男性組內之A與非A的比例有差異

$$\alpha = 0.05$$

$$C = \{\chi^2 | \chi^2 > \chi^2_{0.05}(1) = 3.8415\}$$

計算：

	女性	男性	列合計
A	85(80)	75(80)	160
非A	15(20)	25(20)	40
行合計	100	100	200

故檢定統計量之值為

$$\chi^2 = \sum_{i=1}^2 \sum_{j=1}^2 \frac{(o_{ij} - e_{ij})^2}{e_{ij}} = \frac{(85-80)^2}{80} + \frac{(75-80)^2}{80} + \frac{(15-20)^2}{20} + \frac{(25-20)^2}{20} = 3.125 \notin C$$

結論：不拒絕 H_0 ，在 $\alpha = 0.05$ 下，無充分證據顯示女性與男性組內之A與非A的比例有差異。

(三)因為此題為檢定兩個母體成功比例是否相同，故為卡方檢定之齊一性檢定。

四、為瞭解大學畢業生投入A產業與B產業的起始月薪是否有顯著差異，有一家市場調查公司自二個產業的新進人員母體中隨機抽取了以下樣本數為6的A、B二組起始月薪樣本資料（單位：千元）：

A產業	29	31	32	32	33	35
B產業	32	33	34	35	41	41

假設二母體資料分配都是常態分配且二分配的變異數相等，根據這個假設，回答以下四個子問題：

- (一) 計算出虛無假設：「二母體資料的平均數沒有差異」下的t檢定統計量的估計值，計算過程必須列出。（10分）
- (二) 利用單因子變異數分析方法再次檢定「二母體資料的平均數是否有差異」，計算出變異數分析(ANOVA)表中的每一個數值即可，計算過程必須列出。（10分）
- (三) 令Z表示標準常態分配，U表示自由度n的卡方分配，W表示自由度m的卡方分配，且Z、U、W三者彼此相互獨立。寫出檢定統計量t與F的定義，並根據這二個定義寫出這二個檢定統計量的關係表達式。（10分）
- (四) 利用題(三)的結果及所附三個統計分配的右尾機率表，在顯著水準5%之下，寫出題(二)中利用單因子變異數分析方法檢定「二母體資料的平均數是否有差異」的拒絕域及結論。（5分）

試題評析	第四大題主要考在一因子變異數分析中，當處理數k=2時，即為兩個常態母體平均數是否相等之混合t檢定。另外第三小題主要考的是Z、T、 χ^2 、F分配的關係。
考點命中	《統計學(概要)重點整理》，高點文化出版，頁10-27~頁10-30，頁11-2~頁11-14，頁7-28~頁7-37。

答：

(一)因二母體資料分配都是常態分配且變異數相等，

$$\text{故 } \sigma_1^2 = \sigma_2^2 = s_p^2$$

設X為A產業的起始月薪

Y為B產業的起始月薪

則 $n_1 = n_2 = 6$

$$\bar{X} = 32, \bar{Y} = 36$$

$$s_1^2 = 4, s_2^2 = 16$$

$$s_p^2 = \frac{(n_1-1)s_1^2 + (n_2-1)s_2^2}{(n_1-1) + (n_2-1)} = \frac{(6-1) \times 4 + (6-1) \times 16}{(6-1) + (6-1)} = 10$$

$$H_0: \mu_1 - \mu_2 = 0$$

$$H_1: \mu_1 - \mu_2 \neq 0$$

$$t = \frac{\bar{X} - \bar{Y} - 0}{\sqrt{s_p^2 \left(\frac{1}{n_1} + \frac{1}{n_2} \right)}} = \frac{(32-36)-0}{\sqrt{10 \left(\frac{1}{6} + \frac{1}{6} \right)}} = -2.19 \text{ 為檢定統計量}$$

(二)ANOVA表：

變異來源	平方和(SS)	自由度(d.f.)	均方和(MS)	F值
處理(Treatment)	④	①	⑦	⑨
誤差(Error)	⑤	②	⑧	
總變異(Total)	⑥	③		

$$\textcircled{1} = k - 1 = 2 - 1 = 1$$

$$\textcircled{2} = N - k = 12 - 2 = 10$$

$$\textcircled{3} = N - 1 = 12 - 1 = 11$$

$$\textcircled{4} = \text{SSTR} = \sum_{i=1}^k n_i (\bar{x}_i - \bar{x}_..)^2 = 6(32 - 34)^2 + 6(36 - 34)^2 = 48$$

$$\textcircled{5} = \text{SSE} = \sum_{i=1}^k (n_i - 1) s_i^2 = (6 - 1) \times 4 + (6 - 1) \times 16 = 100$$

$$\textcircled{6} = \text{SST} = \text{SSTR} + \text{SSE} = 48 + 100 = 148$$

$$\textcircled{7} = \text{MSTR} = \text{SSTR} / k - 1 = 48 / 1 = 48$$

$$\textcircled{8} = \text{MSE} = \text{SSE} / N - k = 100 / 10 = 10$$

$$\textcircled{9} = F = \text{MSTR} / \text{MSE} = 48 / 10 = 4.8$$

∴ANOVA表：

變異來源	平方和(SS)	自由度(d.f.)	均方和(MS)	F值
處理(Treatment)	48	1	48	4.8
誤差(Error)	100	10	10	
總變異(Total)	148	11		

(三) $Z \sim N(0,1)$, $U \sim \chi^2(n)$, $W \sim \chi^2(m)$

$$1. t = \frac{Z}{\sqrt{U/n}} \sim t(n)$$

$$2. F = \frac{U/n}{W/m} \sim F(n, m)$$

$$3. t_{\frac{\alpha}{2}}(n) = \sqrt{F_{\alpha}(1, n)}$$

(四) $\begin{cases} H_0: \mu_1 = \mu_2 \\ H_1: \mu_1 \neq \mu_2 \end{cases}$

$$\alpha = 0.05$$

$$F_{0.05}(1, 10) = t_{0.025}^2(10) = 2.228^2 = 4.96$$

$$\text{拒絕域} C = \{F | F > F_{\alpha}(k-1, N-k)\} = \{F | F > F_{0.05}(1, 10) = 4.96\}$$

$$F = 4.8 \notin C$$

結論：不拒絕 H_0 ，在 $\alpha = 0.05$ 下，無充分證據顯示二母體資料的平均數有差異。

【參考書目】

George Casella, Statistical Inference (2nd), Cengage.

高點

用一套書連續成功

高普特考
打通關！

2024
最新版



12月地方特考

報名：09/10~09/19 考試：12/07~12/09

重點整理



解題完全制霸



工具書



112高普考
命中事實



好書+好課
立即嘗鮮



更多套書

歷屆高手聯合推薦，上榜必讀這套！

一般行政



一般民政



人事行政



財稅行政



會計



高點文化事業
publish.get.com.tw



113/7/11-8/31年中慶特惠中
手刀購買，快至高點網路書店