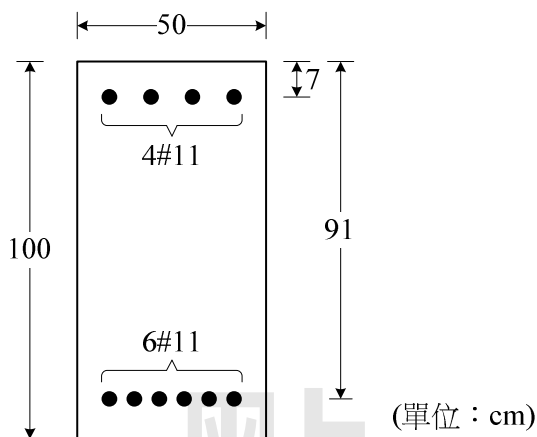


《鋼筋混凝土學與設計》

請依據內政部於民國110年3月2日公告實施迄今之「混凝土結構設計規範」或中國土木水利工程學會「混凝土工程設計規範與解說（土木401-100）」作答。

- 一、一鋼筋混凝土梁斷面尺寸如下所示，配置6支#11拉力筋，4支#11壓力筋。混凝土抗壓強度為 280 kgf/cm^2 ，鋼筋降伏強度為 4200 kgf/cm^2 ，求斷面設計彎矩強度 ϕM_n 為何？需考慮壓力筋對彎矩強度的貢獻。1支#11鋼筋斷面積為 10.07 cm^2 。(25分)



試題評析	標準典型題，毫無埋伏可言，一般考生都能輕鬆得分。
考點命中	《高點土木解說鋼筋混凝土講義》，例題[2-5.2]，歐陽編撰，相似度90%。

答：

- (1) 檢驗極限時，拉力筋降伏否

$$\text{平衡破壞時，中性軸深度 } x_b = \frac{3}{5} d = \frac{3}{5} \times 91 = 54.6 \text{ cm}$$

$$A_{sb} = \frac{0.85f'_c ab}{f_y} + A'_s = \frac{0.85 \times 280 \times 0.85 \times 54.6 \times 50}{4200} + 4 \times 10.07 = 171.8 \text{ cm}^2$$

$$\text{實際提供拉筋量 } A_{s,prov'd} = 6(10.07) = 60.42 \text{ cm}^2 < A_{sb}$$

故極限時，拉力筋降伏

- (2) 檢驗極限時，壓力筋降伏否

$$x' = d' \times 3 = 7 \times 3 = 21 \text{ cm}$$

$$A'_{sb} = \frac{A_s f_y - 0.85f'_c (\beta_1 x') b}{f_y - 0.85f'_c} = \frac{60.42 \times 4200 - 0.85^2 \times 280 \times 21 \times 50}{4200 - 0.85 \times 280} = 10.44 \text{ cm}^2$$

$$\text{實際提供壓筋量 } A'_{s,prov'd} = 40.28 \text{ cm}^2 > A'_{sb}$$

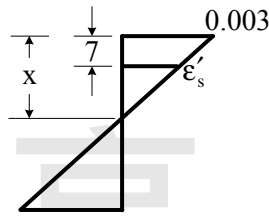
故極限時，壓力筋不降伏

- (3) 設極限時，中性軸深度 x cm

$$T = A_s f_y = 60.42(4.2) = 253.764 \text{ tf}$$

$$C_c = 0.85 f'_c ab = (0.85)(0.28)(0.85x)(50) = 10.115x \text{ tf}$$

按應變圖比例，求壓力鋼筋應變



$$\frac{0.003}{x} = \frac{\epsilon'_s}{x-7}$$

$$\Rightarrow \epsilon'_s = \left(1 - \frac{7}{x}\right) 0.003$$

$$\Rightarrow f'_s = \left(1 - \frac{7}{x}\right) 6120 \text{ kgf/cm}^2 = 6.12 \left(1 - \frac{7}{x}\right) \text{ tf/cm}^2$$

$$C_s = A'_s [f'_s - 0.85 f'_c] = 40.28 \left[6.12 \left(1 - \frac{7}{x}\right) - 0.85 \times 0.28 \right] = 40.28 \left[5.882 - \frac{42.84}{x} \right] \text{ tf}$$

$$= 236.92696 - \frac{1725.5952}{x} \text{ tf}$$

$$\sum F_x = 0 \quad \Rightarrow C_c + C_s = T$$

$$\Rightarrow 10.115x + 236.92696 - \frac{1725.5952}{x} = 253.764$$

$$\text{整理得 } 10.115x^2 - 16.83704x - 1725.5952 = 0$$

$$\text{解出 } x = 13.92 \text{ cm}$$

$$x \text{ 代回 } C_c \text{ 與 } C_s \text{ 得 } C_c = 140.801 \text{ tf}, \quad C_s = 112.962 \text{ tf}$$

$$M_n = 140.801 \left[91 - \left(\frac{0.85 \times 13.92}{2} \right) \right] + 112.962(91-7) = 21468 \text{ tf} \cdot \text{cm} = 214.68 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

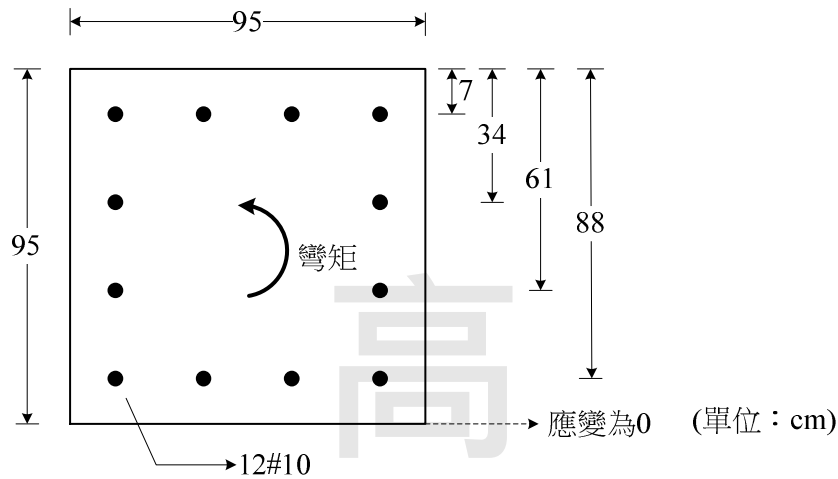
$$(4) x_{tc} = x_{0.005} = \frac{3}{8} d_t = 0.375(91) = 34.125 \text{ cm}$$

$$x = 10.37 \text{ cm} < x_{0.005}$$

$$\phi = 0.9$$

$$\phi M_n = 0.9(214.68) = \underline{193.22 \text{ tf} \cdot \text{m}}$$

二、一鋼筋混凝土柱斷面尺寸與配筋（12支#10）如下所示，試計算該斷面受軸力與彎矩聯合作用之設計軸力與彎矩強度（ ϕP_n 與 ϕM_n ）。計算前述強度時，斷面受彎矩方向如圖所示，且斷面下緣應變恰為零。混凝土抗壓強度為 280 kgf/cm^2 ，鋼筋降伏強度為 4200 kgf/cm^2 。1支#10鋼筋斷面積為 8.14 cm^2 。（25分）



試題評析	計算量比較大，但考試是相對的，別人也是計算多，計算穩定性比速度重要。
考點命中	《高點土木解說鋼筋混凝土講義》，例題[5-2.1]，歐陽編撰，相似度90%。

答：

設靠近中性軸為第一排鋼筋，最上緣為第四排鋼筋

$$a = \beta_1 x = 0.85 \times 95 = 80.75 \text{ cm}$$

$$\text{斷面曲率 } \kappa = \frac{0.003}{x} = \frac{0.003}{95} = 3.1579 \times 10^{-5} \text{ cm}^{-1}$$

$$\varepsilon'_{s1} = 7 \kappa = 2.2105 \times 10^{-4} < \varepsilon_y = 0.002$$

$$\varepsilon'_{s2} = 34 \kappa = 1.0737 \times 10^{-3} < \varepsilon_y$$

$$\varepsilon'_{s3} = 61 \kappa = 1.9263 \times 10^{-3} < \varepsilon_y$$

$$\varepsilon'_{s4} = 88 \kappa = 2.7789 \times 10^{-3} > \varepsilon_y$$

$$C_c = 0.85 f'_c ab = 0.85 \times 0.28 \times 95 \times 0.85 \times 95 = 1825.758 \text{ tf}$$

$$C_{s1} = 4 \times 8.14 [E_s \varepsilon'_{s1}] = 14.683 \text{ tf}$$

$$C_{s2} = 2 \times 8.14 [E_s \varepsilon'_{s2} - 0.85 f'_c] = 31.487 \text{ tf}$$

$$C_{s3} = 2 \times 8.14 [E_s \varepsilon'_{s3} - 0.85 f'_c] = 60.101 \text{ tf}$$

$$C_{s4} = 4 \times 8.14 [4.2 - 0.85 f'_c] = 129.003 \text{ tf}$$

$$P_n = C_c + C_{s1} + C_{s2} + C_{s3} + C_{s4} = 2061.329 \text{ tf}$$

$$\phi P_n = 0.65 \times 2061.329 = \underline{1339.864 \text{ tf}}$$

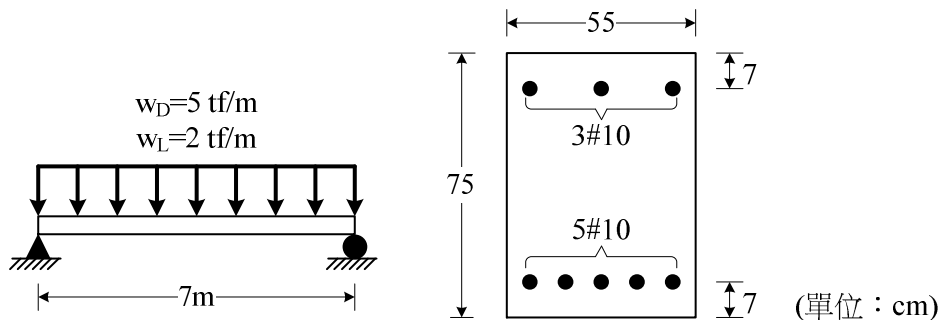
對塑心取力矩

$$\begin{aligned} M_n &= C_c (47.5 - 0.5a) + (C_{s4} - C_{s1})(40.5) + (C_{s3} - C_{s2})(13.5) \\ &= 1825.758(7.125) + 114.32(40.5) + 28.614(13.5) = 18025 \text{ tf-cm} = 180.25 \text{ tf-m} \end{aligned}$$

$$\phi M_n = 0.65 \times 180.25 = \underline{117.16 \text{ tf-m}}$$

三、一鋼筋混凝土簡支梁如下所示，受均佈使用等級靜載 $w_D=5 \text{ tf/m}$ ，均佈使用等級活載 $w_L=2 \text{ tf/m}$ ，試計算跨度中央受持續載重之長時撓度 Δ ，持續載重包括靜載與 20%活載。計算未開裂斷面慣性矩時，忽略鋼筋之貢獻，計算開裂斷面慣性矩時，須考慮拉力與壓力鋼筋之貢獻。持續載重之時間效應因數 ξ 採 2.0。混凝土抗壓強度為 280 kgf/cm^2 ，鋼筋降伏強度為 4200 kgf/cm^2 。1 支 #10 鋼筋斷面積為 8.14 cm^2 。(25 分)
相關公式羅列如下：

$$I_e = \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 I_g + \left[1 - \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \right] I_{cr}, \quad E_c = 15000 \sqrt{f'_c}, \quad f_r = 2.0 \sqrt{f'_c}, \quad \lambda_\Delta = \frac{\xi}{1 + 50\rho'}, \quad \Delta = \frac{5wL^4}{384EI}$$



考點命中 《高點土木解說鋼筋混凝土講義》，例題[6-2.1]，歐陽編撰，相似度90%。

答：

(1) $d = 75 - 7 = 68 \text{ cm}$

$d' = 7 \text{ cm}$

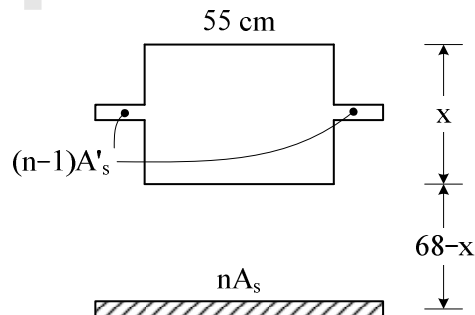
$A_s = 5 \times 8.14 = 40.7 \text{ cm}^2$

$A'_s = 3 \times 8.14 = 24.42 \text{ cm}^2$

計算基本數據 I_g 、 I_{cr} 、 M_{cr}

$$I_g = \frac{1}{12} \times 55 \times 75^3 = 1,933,593.75 \text{ cm}^4$$

計算 I_{cr} ，參考右圖



設中性軸位置為 x ， $n = \frac{2.04 \times 10^6}{15000 \sqrt{280}} = 8.127$

$nA_s = 330.79 \text{ cm}^2$

$(n-1)A'_s = 174.05 \text{ cm}^2$

$55x(x/2) + 174.05(x-7) = 330.79(68-x)$

解出 $x = 21.59 \text{ cm}$

$$I_{cr} = \frac{1}{3} \times 55 \times 21.59^3 + 330.79(68-21.59)^2 + 174.05(21.59-7)^2 = 934,035.61 \text{ cm}^4$$

計算 M_{cr}

$$M_{cr} = f_r I_g / y_t = \frac{2\sqrt{280} \times 55 \times 75^3}{12 \times 37.5} \times 10^{-5} = 17.256 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

(2) 計算 $w_D + w_L$ 作用下之撓度 $(\Delta_i)_{D+L}$

$$w_D + w_L = 5 + 2 = 7 \text{ tf/m} = 70 \text{ kgf/cm}$$

$$M_a = \frac{1}{8} \times (5 + 2) \times 7^2 = 42.875 \text{ tf} \cdot \text{m} > 17.256 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

$$I_{e,D+L} = I_{cr} + (I_g - I_{cr}) \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 = 934035.61 + (1933593.75 - 934035.61) \left(\frac{17.256}{42.875} \right)^3 = 999200.86 \text{ cm}^4$$

$$(\Delta_i)_{D+L} = \frac{5 \times 70 (700)^4}{384 \times 15000 \sqrt{280} \times 999200.86} = 0.873 \text{ cm} \quad (\downarrow)$$

(3) 計算持續載重下之 $(\Delta_i)_{sus}$

$$w_{sus} = w_D + 0.2 w_L = 5 + 0.2 \times 2 = 5.4 \text{ tf/m} = 54 \text{ kgf/cm}$$

$$M_a = \frac{1}{8} w_{sus} L^2 = \frac{1}{8} \times 5.4 \times 7^2 = 33.075 \text{ tf} \cdot \text{m} > M_{cr} = 17.256 \text{ tf} \cdot \text{m}$$

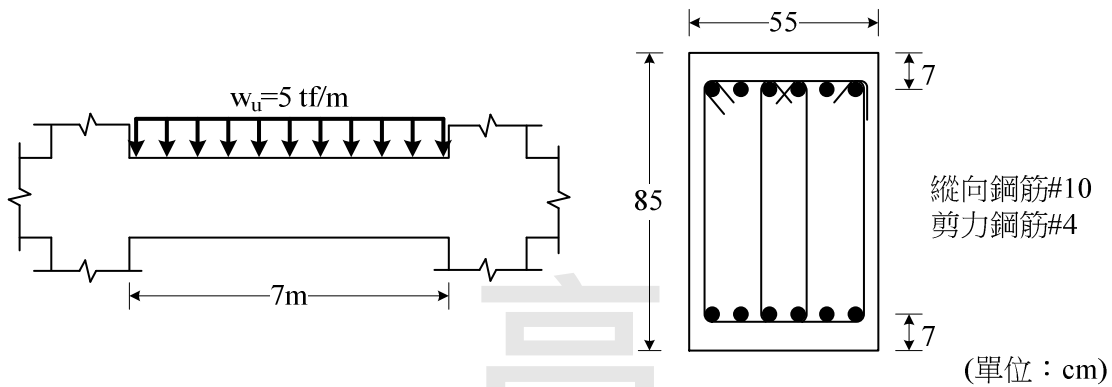
$$\begin{aligned} \text{有效慣性矩 } I_{e,sus} &= I_{cr} + (I_g - I_{cr}) \left(\frac{M_{cr}}{M_a} \right)^3 \\ &= 934035.61 + (1933593.75 - 934035.61) \left(\frac{17.256}{33.075} \right)^3 = 1075983.5 \text{ cm}^4 \end{aligned}$$

$$(\Delta_i)_{sus} = \frac{5 w_{sus} L^4}{384 E I_{e,sus}} = \frac{5 \times 54 (700)^4}{384 \times 15000 \sqrt{280} \times 1075983.5} = 0.625 \text{ cm} \quad (\downarrow)$$

$$\begin{aligned} (4) \Delta_{5\text{-year}} &= (\Delta_i)_{D+L} + \lambda_{\Delta} (\Delta_i)_{sus} = 0.873 + \frac{\xi}{1 + 50\rho'} \times 0.625 = 0.873 + \frac{2.0}{1 + 50[24.42 / (55 \times 68)]} \times 0.625 \\ &= \underline{1.815 \text{ cm}} \quad (\downarrow) \end{aligned}$$

四、一韌性（特殊）抗彎矩構架梁如下所示，該梁受一均佈靜載與活載組合之設計載重 $w_u = 5 \text{ tf/m}$ ，不受軸力作用，剪力鋼筋採#4，試設計梁塑鉸區之剪力鋼筋最大間距。混凝土抗壓強度為 280 kgf/cm^2 ，鋼筋降伏強度為 4200 kgf/cm^2 。按規範，若地震引致之剪力超過設計剪力之半，且包括地震效應之設計軸壓力小於 $0.05 A_g f'_c$ ，則設計其剪力鋼筋時， V_c 值應假設為零。1支#10鋼筋斷面積為 8.14 cm^2 ，1支#4鋼筋斷面積為 1.27 cm^2 。計算梁兩端斷面最大可能彎矩強度 M_{pr} 時，忽略壓力筋貢獻。（25分）

混凝土剪力強度公式採 $V_c = 0.53 \sqrt{f'_c} b_w d$ 。



試題評析	設地震時，梁因數化軸力小於 $0.05^1 \cdot A_g$ ，這是避免P-M互制效應，P大會降低M，導致M難算。本題是剪力容量設計標準題，非變化球，直球過來，你應當擊出深遠安打。勿漏檢核封閉筋筋與繫筋間距。
考點命中	《高點土木解說鋼筋混凝土講義》，例題[11-2.1]，歐陽編撰，相似度95%。

答：

(1) 計算斷面彎矩 M_{pr}

$$1.25A_s f_y = 0.85 f'_c ab$$

$$\Rightarrow 1.25 \times 6 \times 8.14 \times 4.2 = 0.85(0.28)(55a)$$

$$\text{解出 } a = 19.59 \text{ cm}$$

$$M_{pr} = 1.25A_s f_y \left(d - \frac{a}{2} \right) = 1.25 \times 6 \times 8.14 \times 4.2 \left(85 - 7 - \frac{19.59}{2} \right) = 17488.7 \text{ tf-cm} = 174.887 \text{ tf-m}$$

$$(2) V_{e1} = \frac{M_{pr1} + M_{pr2}}{l_n} + \frac{w_u l_n}{2} = \frac{174.887 \times 2}{7} + \frac{5 \times 7}{2} = 49.968 + 17.5 = 67.468 \text{ tf} = 67468 \text{ kgf}$$

$$49.968 \text{ tf} > 17.5 \text{ tf}$$

故混凝土抗剪強度 V_c 視為零 ($V_c = 0 \text{ kgf}$)

(3) $\phi(V_c + V_s) = V_u$

$$\Rightarrow 0.75 \left(0 + \frac{4 \times 1.27 \times 4200 \times (85 - 7)}{s} \right) = 67468$$

$$\text{解出 } s = 18.5 \text{ cm}$$

$$s_{\max} = \min [d/4, 30 \text{ cm}, 8d_b, 24d_n] = \min [19.5, 30, 25.76, 30.48] = 19.5 \text{ cm}$$

check s OK!

考慮施工性，故使用 $s = 15 \text{ cm}$