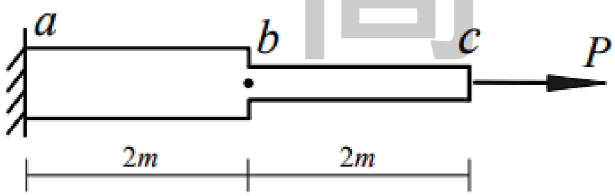
# 《材料力學概要》

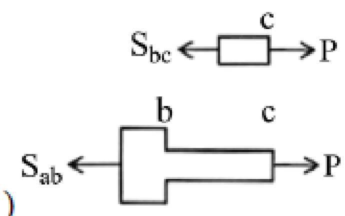
一、如圖所示均質材料桿件，$ab$ 桿件及 $bc$ 桿件有相同彈性模數為 $E=200\times10^6\ kN/m^2$，$ab$ 桿件及 $bc$ 桿件之斷面積分別是 $A_{ab}=0.002\ m^2$、$A_{bc}=0.001\ m^2$。當軸向水平載重 $P=200\ kN$，求 $ab$ 桿件與 $bc$ 桿件的軸向應力、軸向應變及 $c$ 點軸向位移。(25 分)




| | |
|---|---|
| **試題評析** | 超級簡單的軸力桿件考題，大概是學校的回家作業吧。 |
| **考點命中** | 1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.1.2。<br>2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題2.1.1。 |

**答**：

1.計算各桿軸力(內力)




由水平方向力平衡可求得各桿件內力：

桿件 ab 段軸力 $S_{ab}$ = 桿件 bc 段軸力 $S_{bc} = P = 200\ kN$(拉力)

2.計算 ab 桿件與 bc 桿件的軸向應力、軸向應變及 c 點軸向位移

桿件 ab 段軸向應力 $\sigma_{ab}=\dfrac{S_{ab}}{A_{ab}}=\dfrac{200\times10^3}{0.002}=100\times10^6\ \text{Pa}=\underline{100\ \text{MPa}\ (拉應力)}$

桿件 bc 段軸向應力 $\sigma_{bc}=\dfrac{S_{bc}}{A_{bc}}=\dfrac{200\times10^3}{0.001}=200\times10^6\ \text{Pa}=\underline{200\ \text{MPa}\ (拉應力)}$

桿件ab段正向應變 $\varepsilon_{ab}=\dfrac{\sigma_{ab}}{E}=\dfrac{100\times10^3}{200\times10^6}=\underline{0.0005\ (伸長)}$

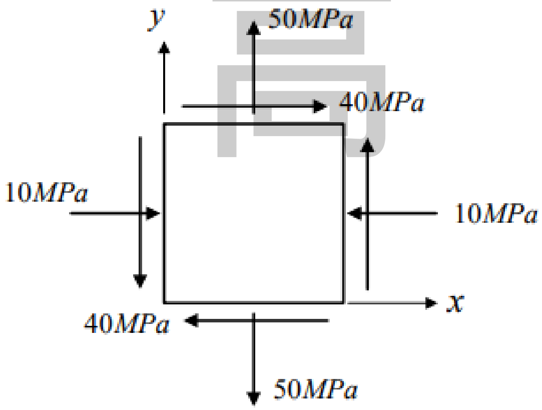
桿件bc段正向應變 $\varepsilon_{bc}=\dfrac{\sigma_{bc}}{E}=\dfrac{200\times10^3}{200\times10^6}=\underline{0.001\ (伸長)}$

c點位移 $\Delta_c=(不動a點\Delta_a=0)+\delta_{ab}+\delta_{bc}=0+\dfrac{S_{ab}L}{EA_{ab}}+\dfrac{S_{bc}L}{EA_{bc}}$

$\Rightarrow \Delta_c=\dfrac{2}{200\times10^6}(100\times10^3+200\times10^3)=\underline{0.003\ \text{m}\ (\rightarrow)}$

二、如圖所示為某點平面應力狀態，求其最大正向應力$\sigma_1$及最大同平面剪應力$\tau_{max}$。（25 分）

提示：$\sigma_1 = \dfrac{\sigma_x + \sigma_y}{2} + \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \left(\tau_{xy}\right)^2}$ ；$\tau_{max} = \sqrt{\left(\dfrac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \left(\tau_{xy}\right)^2}$




| | |
|---|---|
| **試題評析** | 超級簡單的應力狀態計算題，連公式都給你了，這還能算錯嗎？ |
| **考點命中** | 1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題6.2.1。<br>2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題6.2.1。 |

**答**：

1.寫出正向應力$\sigma_x$、$\sigma_y$及剪應力$\tau_{xy}$值

採用**拉逆為正**符號系統，$\sigma_x = -10$ MPa、$\sigma_y = 50$ MPa、$\tau_{xy} = 40$ MPa。

2.由應力莫爾圓觀念求主應力與最大剪應力

莫爾圓圓心及半徑計算如下：

$$圓心(\sigma_{avg},0) = \left(\frac{\sigma_x+\sigma_y}{2}，0\right) = \left(\frac{-10+50}{2}，0\right) = (20，0)$$

$$半徑\ R = \sqrt{\left(\frac{\sigma_x - \sigma_y}{2}\right)^2 + \tau_{xy}^2} = \sqrt{\left(\frac{-10-50}{2}\right)^2 + (40)^2} = 50$$

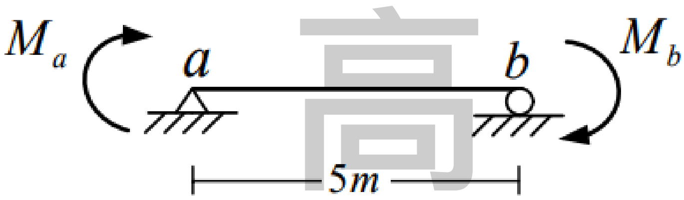


由應力莫爾圓可知最大正向應力$\boldsymbol{\sigma_1}$ = **圓心+半徑**：

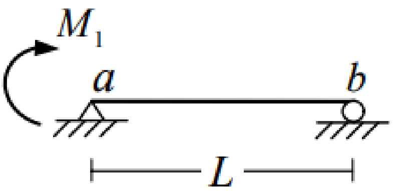
最大正向應力$\sigma_1$ = 圓心+半徑 = 20+50 = <u>70 MPa（拉應力）</u>

平面內最大剪應力$\tau_{max}$ = 半徑 R = <u>50 MPa</u>

三、如圖(a)所示簡支梁，$a$點鉸支承，$b$點為滾支承，梁桿件有相同的彈性模數 $E$ 與慣性矩 $I$，且 $EI = 20000\ kN\text{-}m^2$。$a$點及$b$點分別承受順時針彎矩 $M_a = 48\ kN\text{-}m$、$M_b = 24\ kN\text{-}m$，求簡支梁$a$點及$b$點的轉角。(25 分)
提示：請應用圖(b)及圖(c)所提供的公式

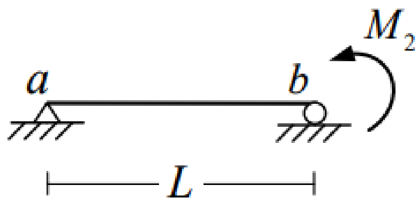



(a)




$\theta_a = \dfrac{M_1L}{3EI}$　　$\theta_b = \dfrac{M_1L}{6EI}$

(b)



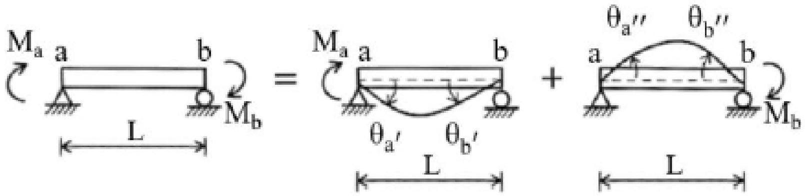

$\theta_a = \dfrac{M_2L}{6EI}$　　$\theta_b = \dfrac{M_2L}{3EI}$

(c)



| | |
|---|---|
| **試題評析** | 今年四等材力沒考100分真的是對不起自己，公式都給到這樣了，只差沒直接給答案了。 |
| **考點命中** | 1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.3.2。<br>2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題5.3.9。 |

**答**：






將原始考題在端點承受$M_a = 48$ kN-m與$M_b = 24$ kN-m，拆成力量各自作用在原結構之組合：(1)簡支梁在左側端點承受$M_a = 48$ kN-m加上(2)簡支梁在右側端點承受$M_b = 24$ kN-m，計算如下：

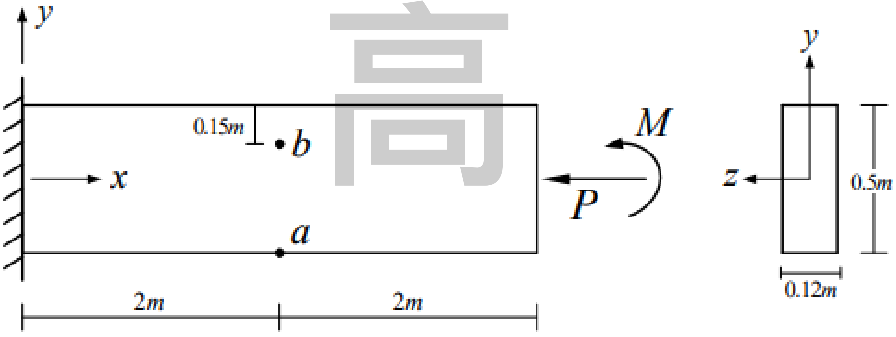
a 點轉角 $\theta_a = \theta_a'(\circlearrowright)+\theta_a''(\circlearrowleft) = \dfrac{M_aL}{3EI} - \dfrac{M_bL}{6EI} = \dfrac{5}{(3)(20000)}(48 - \dfrac{1}{2}\times 24)$

$\Rightarrow \theta_a = \underline{0.003\ \text{rad}\ (\circlearrowright)}$

b 點轉角 $\theta_b = \theta_b'(\circlearrowleft)+\theta_b''(\circlearrowright) = -\dfrac{M_aL}{6EI}+\dfrac{M_bL}{3EI} = \dfrac{5}{(3)(20000)}(-\dfrac{1}{2}\times 48+24) = \underline{0}$

四、如圖所示為梁桿件，矩形斷面寬度 $b = 0.12\ m$，深度 $h = 0.50\ m$，梁桿件斷面承受軸向載重 $P = 120\ kN$ 及彎矩 $M = 60\ kN\text{-}m$ 作用。求此矩形斷面在 $a$ 點及 $b$ 點的正向應力 $\sigma_x$。（25 分）

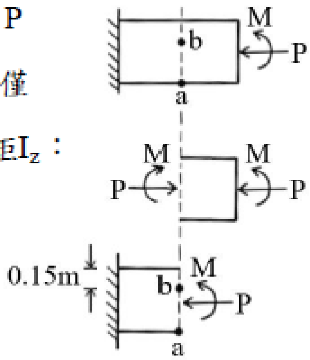
提示：$\sigma = \dfrac{P}{A} + \dfrac{My}{I}$　　　$I_y = \dfrac{bh^3}{12}$




| 試題評析 | 一樣是超級簡單的合成應力考題，算是這張考卷最難的一題吧(笑) |
| --- | --- |
| 考點命中 | 1.《國考材料力學重點暨題型解析》，高點文化出版，程中鼎編著，例題7.2.6。<br>2.《材料力學》，高點文化出版，程中鼎編著，例題7.2.4。 |

**答**：

分析 a 點及 b 點所在之截面內力如圖，由於軸向載重 P 已通過形心故不會引致其他額外內力，因此欲分析斷面上僅有軸力 P 與正彎矩 M 作用。計算斷面積 A 與對 z 軸慣性矩 $I_z$：




斷面積 $A = 0.5 \times 0.12 = 0.06\ m^2$

z 軸慣性矩 $I_z = \dfrac{0.12 \times 0.5^3}{12} = 0.00125\ m^4$

在軸壓力 P 與正彎矩 M 的組合下，a 點正向應力 $\sigma_a$ 計算如下：

$$\sigma_a = -\frac{P}{A} + \frac{My_a}{I_z} = \frac{-120\times10^3}{0.06} + \frac{(60\times10^3)(0.25)}{0.00125} = 10\times10^6\ Pa = \underline{10\ MPa\ (\text{拉應力})}$$

在軸壓力 P 與正彎矩 M 的組合下，b 點正向應力 $\sigma_b$ 計算如下：

$$\sigma_b = -\frac{P}{A} - \frac{My_b}{I_z} = \frac{-120\times10^3}{0.06} - \frac{(60\times10^3)(0.1)}{0.00125} = -6.8\times10^6\ Pa$$

$$\Rightarrow \sigma_B = \underline{-6.8\ MPa\ (\text{壓應力})}$$