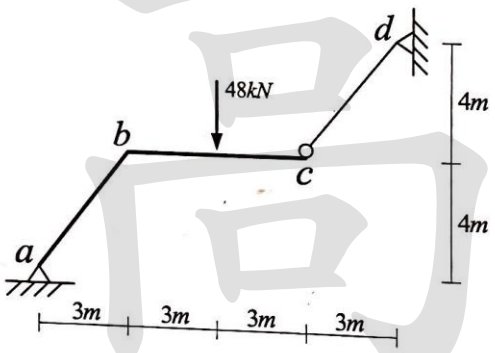
《結構學》

一、如圖一所示結構,承受垂直集中載重 48kN，a 點及 d 點為鉸支承，點 c 連接一軸力桿件 cd，桿件 cd 彈性模數 E 與斷面積 A 之乘積為 EA=62500kN，而桿件 ab 及 bc 有相同之彈性模數 E 與慣性矩 I，且 EI=318000kN-m^2。若不考慮桿件 ab 及 bc 的軸向變形，求支承 a 點反力、cd 桿件軸力及 b 點水平位移。(25 分)

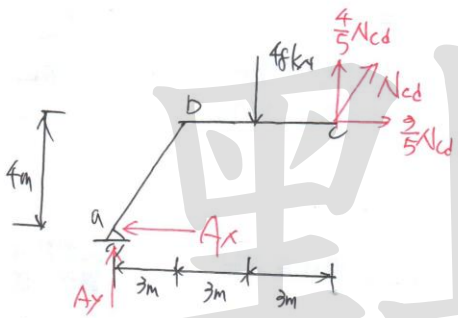


圖一

試題評析	屬於靜定結構(剛架加二力桿件)基本題型，計算量有點大。
考點命中	《高點土木結構學講義》p6-92題型相同

解：

1). Cd桿為二力桿件：求 $N_{cd}=?$ $A_x=?$ $A_y=?$



$\because \Sigma M_a=0$ (↻)

$\therefore \frac{4}{5}N_{cd}(9)-\frac{3}{5}N_{cd}(4)-48\times 6=0$

$\therefore N_{cd}=60(kN)$ (拉)

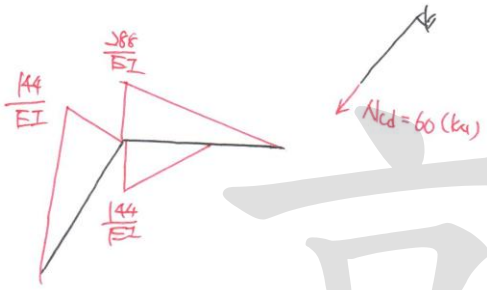
$\because \Sigma F_x=0$

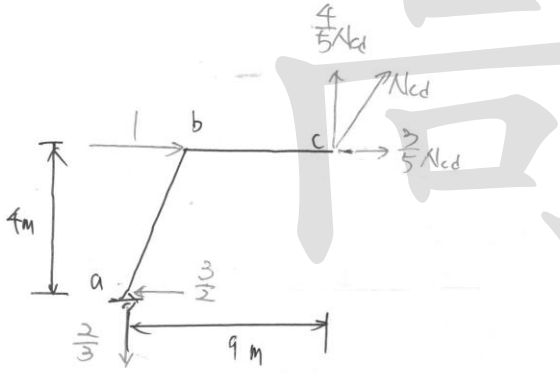
$\therefore A_x=36(kN)$ (←)

$\because \Sigma F_y=0$

$\therefore A_y=0$

P1 求 $(\delta_b)_h=?$ ⇒利用能方法分析：

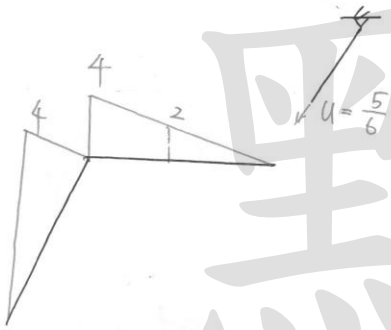




$\because \sum M_a=0$ (↻)

$\therefore \frac{4}{5}N_{cd}(9)-\frac{3}{5}N_{cd}(4)-1\times4=0$

$\therefore N_{cd}=\frac{5}{6}$

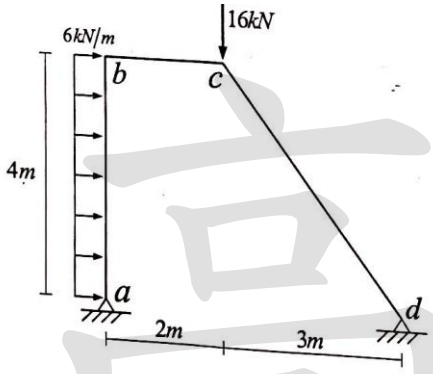


$$(\delta_b)_h=\frac{144}{318000}\times\frac{1}{2}\times5\times\frac{2}{3}\times4+\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{288}{318000}\right)(6)\times\left(\frac{2}{3}\times4\right)$$

$$-\left(\frac{1}{2}\right)\left(\frac{144}{318000}\right)(3)\left(2+\frac{2}{3}\times2\right)+\frac{60\times\left(\frac{5}{6}\right)\times5}{62500}$$

$$=0.012\ (m)\ (\rightarrow)$$

二、如圖二所示剛架，a 點及 d 點為鉸支承，各桿件有相同之彈性模數 E 值與慣性矩 I 值，ab 桿件承受水平均布載重 6kN/m，c 點承受垂直集中載重 16kN。
不考慮各桿件的軸向變形，求各支承反力及bc桿件的端點彎矩。(25分)

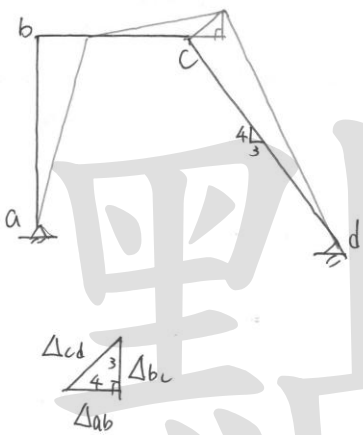


圖二

試題評析	屬於傾角撓度法之基本題型，但計算量較大，同學必須細心點才能拿到份數。
考點命中	《高點土木結構學講義》p9-29題型相同。

解：

(1)



令 $\Delta_{cd}=\Delta$

$\therefore \Delta_{ab}=\frac{4}{5}\Delta$ ，$\Delta_{bc}=\frac{3}{5}\Delta$

(2) 令 EI=1

$$M_{ba}=\frac{2EI}{4}\left(1.5\theta_b-1.5\frac{\frac{4}{5}\Delta}{4}\right)+\frac{3}{2}\frac{6\times4^2}{12}=0.75\theta_b-0.15\Delta+12$$

$$M_{bc}=\frac{2EI}{2}\left(2\theta_b+\theta_c+3\frac{\frac{3}{5}\Delta}{2}\right)=2\theta_b+\theta_c+0.9\Delta$$

$$M_{cb}=\frac{2EI}{2}\left(\theta_b+2\theta_c+3\frac{\frac{3}{5}\Delta}{2}\right)=\theta_b+2\theta_c+0.9\Delta$$

$$M_{cd}=\frac{2EI}{5}\left(1.5\theta_c-1.5\frac{\Delta}{5}\right)=0.6\theta_c-0.12\Delta$$

(3).

$\Sigma M_b=0$

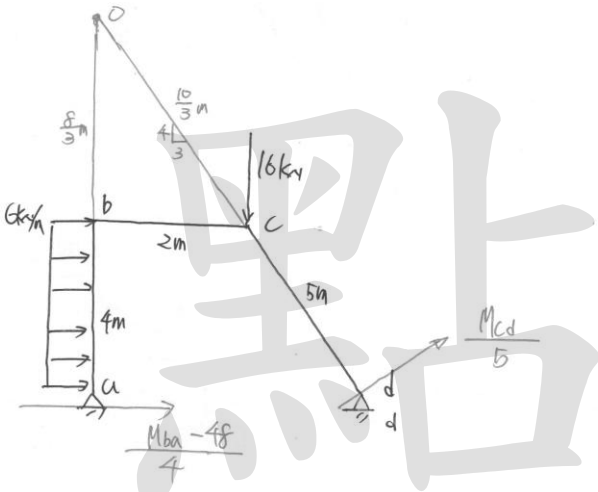
$\Rightarrow M_{ba}+M_{bc}=0$

$\Rightarrow 2.75\theta_b+\theta_c+0.75\Delta=-12$ —d)

$\Sigma M_c=0$

$\Rightarrow M_{cb}+M_{cd}=0$

$\Rightarrow \theta_b+2.6\theta_c+0.78\Delta=0$ —e)



$\Sigma M_a=0$, f)

$\Rightarrow \left(\frac{M_{ba}-48}{4}\right)\left(4+\frac{8}{3}\right)+24\times\left(2+\frac{8}{3}\right)+\left(\frac{M_{cd}}{5}\right)\left(5+\frac{10}{3}\right)-16\times2=0$

$\therefore \frac{5}{3}(0.075\theta_b - 0.15\Delta + 12) - 80 + 112 + \frac{5}{3}(0.06\theta_c - 0.12\Delta) - 32 = 0$

$\therefore 1.25\theta_b + \theta_c - 0.45\Delta = -20 \quad -(3)$

∴ 由以上(3)式得

$\theta_b = -8.32$

$\theta_c = -1.92$

$\Delta = 17.067$

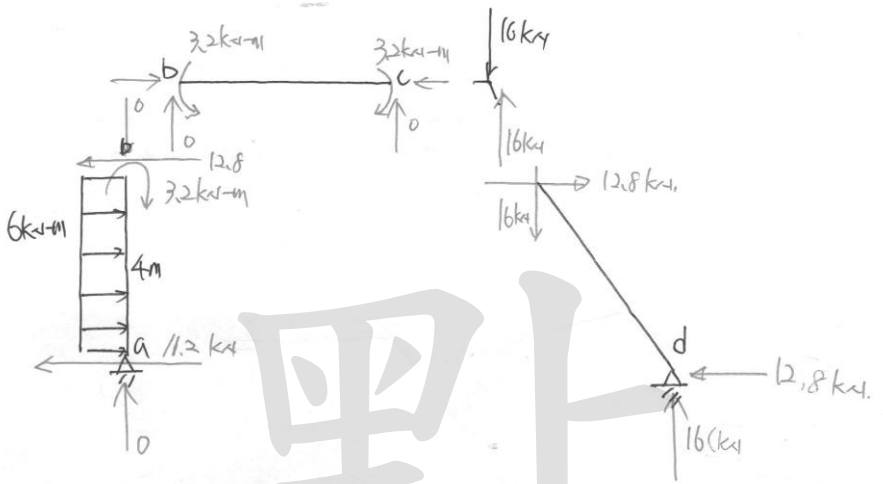
$\therefore M_{ba} = 3.2 \text{ kN-m}$ (↻)

$M_{bc} = -3.2 \text{ kN-m} = 3.2 \text{ (kN-m)}$ (↺)

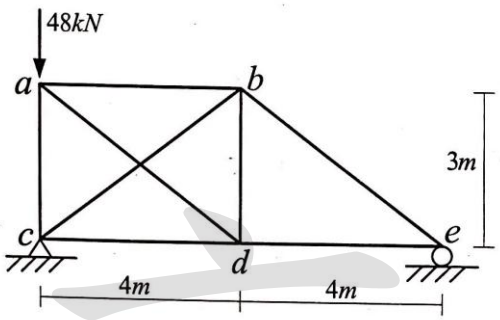
$M_{cb} = 3.2 \text{ kN-m}$ (↻)

$M_{cd} = -3.2 \text{ kN-m} = 3.2 \text{ (kN-m)}$ (↺)

(4)



三、如圖三所示之平面桁架結構，c 點為鉸支承，e 點為滾支承，各桿件都有相同之彈性模數 E 值與斷面積 A 值，且 EA=5250kN，a 點承受垂直集中載重 48kN。已知 bd 桿件為 3kN 軸拉力、be 桿件及 de 桿件軸力為零，求桁架其他桿件的軸力及 b 點的垂直位移。(25 分)

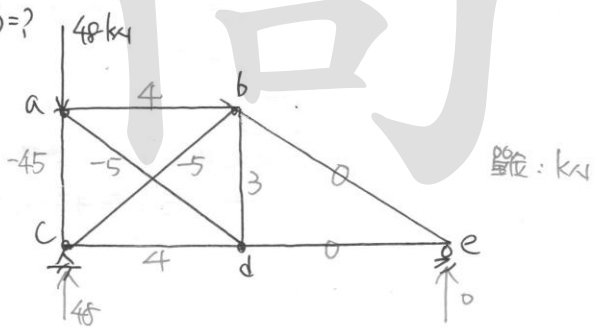


圖三

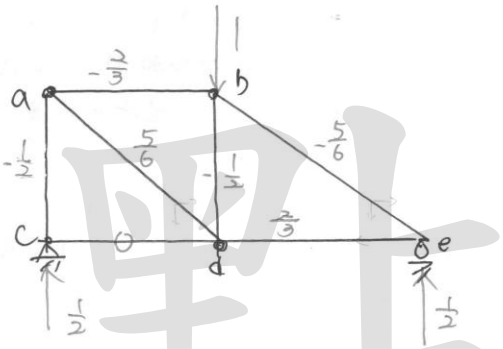
試題評析	這題是洪達老師上課時一直強調一定會考的題型，就是靜不定桁架(結構)，各桿件內力求得後，可以取任何靜定結構配合單位力法求變位。

解：

(1)、求各桿件之受力=?



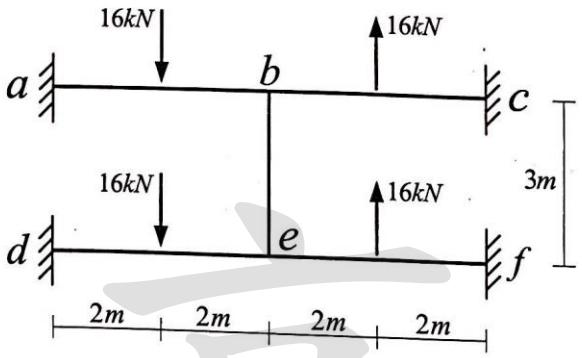
(2)求 $(\delta_b)_V$ = ?



$$(\delta_b)_V = \frac{1}{5250}\left[(4)(-\frac{2}{3})(4)+(-45)(-\frac{1}{2})(3)+(3)(-\frac{1}{5})(3)+(-5)(\frac{5}{6})(5)\right]$$

$$= 6\times10^{-3}\,(m)\,(\downarrow)$$

四、如圖四所示之平面剛架結構，a、c、d、f 點為固定端，b 點及 e 點為剛性接頭，各桿件有相同之彈性模數 E 與慣性矩 I，且 EI=4000kN-m^2。不考慮各桿件的軸向變形，求 b 點轉角、ab 桿件的端點彎矩及 a 點反力。(25 分)

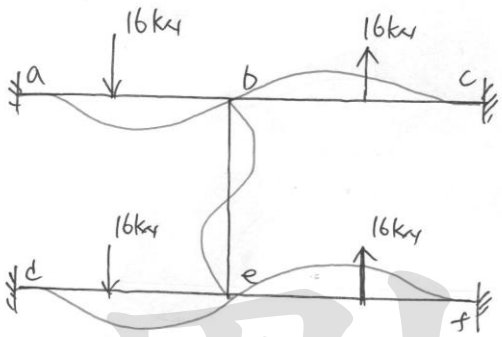


圖四

試題評析	考結構對稱性觀念，屬於進階較難題型。
考點命中	《高點土木結構學講義》p9-89題型相同，最近這幾年高考很常出現題型。

解：(D.由結構受形圖判斷，結構為上下對稱，左右反對稱，

⇒無受位，⇒取一半分析：



$M_{ab}=\frac{2EI}{4}(\theta_b)-\frac{16\times4}{8}=\frac{EI}{2}\theta_b-8$

$M_{ba}=\frac{2EI}{4}(2\theta_b)+\frac{16\times4}{8}=EI\,\theta_b+8$

$M_{be}=\frac{2EI}{3}(2\theta_b+\theta_e)=\frac{2EI}{3}\theta_b$ （$\theta_e=\theta_b$）

$M_{bc}=\frac{2EI}{4}(2\theta_b)+\frac{16\times4}{8}=EI\,\theta_b+8$

∵ $\Sigma M_b=0$

∴ $M_{ba}+M_{bc}+M_{be}=0$

$$\Rightarrow \frac{8EI}{3}\theta_b + 16 = 0$$

$$\therefore \theta_b = \frac{-6}{EI}$$

$$\therefore \theta_b = \frac{6}{EI}\ (\curvearrowright)$$

(2) 求 ab 桿件端彎矩及 a 支承反力 = ?