

《統計學概要》

一、某自助餐販賣的便當以重量計價，消費者平均消費金額為77元，標準差5元。假設便當價格為常態分配。

- (一) 隨機選取一位客人，其消費金額介於77元和82元的機率是多少？(6分)
 (二) 若以4位客人為簡單隨機樣本，其平均消費金額介於77元和82元的機率是多少？(6分)
 (三) 購買的便當消費金額至少要幾元才算是前2.5%高價的消費金額？(6分)
 (四) 要選取多少位客人，才能使平均消費金額的95%信賴區間的邊際誤差 (margin of error) 控制在2元以內？(7分)

試題評析 本題是考常態分配之機率計算題，題意很清楚，要獲得滿分不難。

考點命中 《高點·高上統計學講義》第二回，趙治勳編撰，第七章第二節。

答：

令X表便當價格， $X \sim N(77, 5^2)$

$$(一) P(77 < X < 82) = P\left(\frac{77-77}{5} < Z < \frac{82-77}{5}\right) = P(0 < Z < 1) = 0.3413$$

(二) 樣本: $X_1, X_2, X_3, X_4 \stackrel{iid}{\sim} N(77, 5^2)$

$$\bar{X} \sim N\left(77, \frac{5^2}{4}\right)$$

$$P(77 < \bar{X} < 82) = P\left(\frac{77-77}{\sqrt{\frac{5^2}{4}}} < Z < \frac{82-77}{\sqrt{\frac{5^2}{4}}}\right) = P(0 < Z < 2) = 0.4772$$

$$(三) P(X \geq a) = P\left(Z \geq \frac{a-77}{5}\right) = 0.025 \Rightarrow \frac{a-77}{5} = z_{0.025} = 1.96 \Rightarrow a = 86.8$$

∴ 消費金額至少86.8元才算是前2.5%高價的消費金額

(四) 樣本: $X_1, X_2, \dots, X_n \stackrel{iid}{\sim} N(77, 5^2)$

$$\bar{X} \sim N\left(77, \frac{5^2}{n}\right)$$

$$P(|\bar{X} - 77| \leq 2) = 0.95 \Rightarrow P\left(|Z| \leq \frac{2}{\sqrt{\frac{5^2}{n}}}\right) = 0.95 \Rightarrow \frac{2}{\sqrt{\frac{5^2}{n}}} = z_{0.025} = 1.96$$

$$\Rightarrow n = \frac{1.96^2 \times 5^2}{2^2} = 24.01 \text{ 取} 25$$

∴ 需要選取25位客人

二、假設有四面骰子，其四面之點數分別為1、2、3、4點。今擲出一對公正的四面骰子，令X等於較大點數的結果，例如若擲出點數為1點與4點，則X等於4點。

(一) 試求 $E(X)$ 。(7分)

(二) 試求 $E(X^2)$ 。(8分)

(三) 試求 $\text{Var}(X)$ 。(10分)

試題評析 本題是考隨機變數之期望值計算題，屬於基本計算題型，講義上也有相關隨機實驗之範例，要獲得滿分不難。

考點命中 《高點·高上統計學講義》第一回，趙治勳編撰，第五章。

答：

令 X_1, X_2 分別表第一顆與第二顆骰子投出之點數

$$X = \max(X_1, X_2)$$

$X = \max(X_1, X_2)$		X_2			
		1	2	3	4
X_1	1	1	2	3	4
	2	2	2	3	4
	3	3	3	3	4
	4	4	4	4	4

$X = x$	1	2	3	4
$f_X(x)$	$\frac{1}{16}$	$\frac{3}{16}$	$\frac{5}{16}$	$\frac{7}{16}$

$$(一) E(X) = 1 \times \frac{1}{16} + 2 \times \frac{3}{16} + 3 \times \frac{5}{16} + 4 \times \frac{7}{16} = 3.125$$

$$(二) E(X^2) = 1^2 \times \frac{1}{16} + 2^2 \times \frac{3}{16} + 3^2 \times \frac{5}{16} + 4^2 \times \frac{7}{16} = 10.625$$

$$(三) V(X) = E(X^2) - [E(X)]^2 = 10.625 - (3.125)^2 = 0.859$$

三、男生是否比女生更願意花大錢購買高階手機？一項手機購買行為的調查以男女各400人為隨機樣本，其中有280位男生願意花大錢購買高階手機，而願意花此大錢的女生有200人。以 P_1 與 P_2 分別代表母體中男生與女生願意花大錢購買高階手機的比例。在0.05顯著水準之下，檢定男生比女生更願意花大錢購買高階手機。

(一) 試寫出虛無及對立假設。(5分)

(二) 試寫出檢定統計量及結論。(10分)

(三) 試求 $P_1 - P_2$ 的95%信賴區間。(10分)

試題評析

本題是考兩獨立母體成功比例之假設檢定與信賴區間，屬於基本計算題型，講義上也有幾乎相同之範例，要獲得滿分不難。

考點命中

《高點·高上統計學講義》第二回，趙治勳編撰，第十章與第十一章。

答：

令 X_1, X_2 分別表男生與女生願意花大錢購買高階手機

母體： $X_1 \sim \text{Ber}(p_1) \perp X_2 \sim \text{Ber}(p_2)$

樣本： $X_{11}, X_{12}, \dots, X_{1400} \stackrel{iid}{\sim} \text{Ber}(p_1) \quad X_{21}, X_{22}, \dots, X_{2400} \stackrel{iid}{\sim} \text{Ber}(p_2)$

點估計： $\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \underset{\text{by C.L.T.}}{\sim} N(p_1 - p_2, \frac{p_1(1-p_1)}{400} + \frac{p_2(1-p_2)}{400})$

(一) $H_0: p_1 \leq p_2$ vs $H_1: p_1 > p_2$

(二) T.S.: $Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (0)}{\sqrt{\hat{p}(1-\hat{p})(\frac{1}{400} + \frac{1}{400})}} \underset{\text{by C.L.T.}}{\sim} N(0,1)$ 其中 $\hat{p} = \frac{280+200}{400+400} = 0.6$

R.R.: Reject H_0 at $\alpha = 0.05$ if $Z^* > z_{0.05} = 1.645$

$$\therefore Z^* = \frac{\left(\frac{280}{400} - \frac{200}{400}\right) - (0)}{\sqrt{0.6(1-0.6)\left(\frac{1}{400} + \frac{1}{400}\right)}} = 5.774 \quad \therefore \text{reject } H_0$$

結論：我們有足夠證據去推論男生比女生更願意花大錢購買高階手機

$$(三) \text{ 樞紐量: } Z = \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{400} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{400}}} \stackrel{\text{by C.L.T.}}{\sim} N(0,1)$$

$$\text{機率區間: } P(-z_{0.025} \leq \frac{(\hat{p}_1 - \hat{p}_2) - (p_1 - p_2)}{\sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{400} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{400}}} \leq z_{0.025}) = 0.95$$

$\therefore p_1 - p_2$ 之95%信賴區間為

$$(\hat{p}_1 - \hat{p}_2 \mp z_{0.025} \sqrt{\frac{\hat{p}_1(1-\hat{p}_1)}{400} + \frac{\hat{p}_2(1-\hat{p}_2)}{400}}) = (0.1335, 0.2665)$$

四、研究者用多元迴歸分析，以燃料消耗量（單位mpg：英里/每加侖）及汽車排氣量（單位：立方英寸）來預測汽車售價（單位：千元）。研究者隨機抽取100輛汽車進行研究，結果如下：

ANOVA

	df	SS	MS	F
Regression				
Error		34,188,066		
Total		43,506,728		

	係數	標準誤
截距	572.824	701.364
燃料消耗量	-9.362	13.344
汽車排氣量	7.515	2.641

(一)若一輛汽車燃料消耗量為每加侖50英里，排氣量為100立方英寸，售價為549,900元。根據迴歸分析結果做預測，試問殘差為何？（5分）

(二)欲知汽車排氣量之係數是否顯著，試問檢定統計量為何？（6分）

(三)欲知燃料消耗量與汽車排氣量之係數是否同時為0，試問檢定統計量為何？（7分）

(四)試問燃料消耗量和汽車排氣量可以解釋多少比例的汽車價格之變異量？（7分）

試題評析	本題是複迴歸之基本計算題型，講義上老師整理之「複迴歸七大計算題」都有，考生獲得滿分不難。
考點命中	《高點·高上迴歸分析講義》第一回，趙治勳編撰，第參部份例題5。

答：

令 Y, X_1, X_2 表汽車售價(千元)、燃料消耗量(英里/加侖)與汽車排氣量(立方英寸)

假設模型: $Y_i = \beta_0 + \beta_1 X_{1i} + \beta_2 X_{2i} + \varepsilon_i$, $\varepsilon_i \stackrel{iid}{\sim} N(0, \sigma^2)$, $i = 1, 2, \dots, 100$

$$(一) \hat{Y} = 572.824 - 9.362(50) + 7.515(100) = 856.224$$

$$\text{殘差 } e = Y - \hat{Y} = 549.9 - 856.224 = -306.324$$

$$(二) H_0: \beta_2 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1: \beta_2 \neq 0$$

$$\text{T.S.: } T^* = \frac{\hat{\beta}_2 - 0}{S(\hat{\beta}_2)} = \frac{7.515}{2.641} = 2.8455$$

(三)

ANOVA TABLE				
source	SS	d.f.	MS	F
Reg	9318662	2	4659331	$F^* = 13.2197$
Error	34188066	97	352454.2887	
Total	43506728	99		

$$H_0: \beta_1 = \beta_2 = 0 \quad \text{vs} \quad H_1: \text{至少一個 } \beta_j \neq 0$$

$$\text{T.S.: } F^* = \frac{MSR}{MSE} = 13.2197$$

$$(四) \quad R^2 = \frac{SSR}{SST} = \frac{9318662}{43506728} = 0.21419$$

燃料消耗量與汽車排氣量可以解釋汽車價格之總變異達21.419%

【版權所有，重製必究！】

行政有福了

高點搶救弱科 成功贏佔高普考！

魔訓課程

- ★ 早午晚密集進度
- ★ 點名制終結惰性
- ★ 6週封閉訓練

課程特色

- ★ 精品班只收30人/科
- ★ 老師親授破除盲點
- ★ 專屬助教個別解惑
- ★ 與狀元一起讀書會

高考一般行政
【狀元】黃稚閱

我就是海量練題考取的！

模考內容

- 複習考+週考+全真模考
- ★ 考古題：提升答題力
 - ★ 時事題：新知全掌握
 - ★ 修法題：爭點全破解

名師打前鋒，助教手把手

6週

狂做題

課表操課監管嚴

海量做題提分快

行政狂做題班

權威開課
台北·台中
111/5上旬
全修 15,000元
單科 3,500元
※限面授

寫作實戰特攻包

(含狂做題+申寫班+誘答班)

7,000元起

申論寫作班

限額小班
行政法/政治學/
行學+公策+公管/
各國考銓/
刑法(含刑總)/刑訴
單科 2,500元起
※限面授/VOD·函授另有優惠！

一般行政 一般民政 戶政 人事行政 法律廉政 財經廉政

【知識達數位科技有限公司附設臺北市私立高上文理短期補習班】
 【高點數位科技股份有限公司附設私立高點文理短期補習班】
 【高點數位科技股份有限公司附設新竹市私立高點建國文理短期補習班】
 【高點數位科技股份有限公司附設臺中市私立高點文理短期補習班】
 【高點數位科技股份有限公司附設嘉義市私立高點建國文理短期補習班】
 【高點數位科技股份有限公司附設臺南市私立高點文理短期補習班】
 【高點數位科技股份有限公司附設高雄市私立高點文理短期補習班】

台北市開封街一段2號8樓
 桃園市中壢區中山路100號14樓
 新竹市東區民族路7號4樓
 台中市東區大智路36號2樓
 嘉義市垂楊路400號7樓
 台南市中西區中山路147號3樓之1
 高雄市新興區中山一路308號8樓

北市教四字第32151號
 府教習字第0990091487號
 府教社字第1020399275號
 中市教終字第1090019268號
 府教社字第1011513214號
 南市教社字第09912575780號
 高市教四字第0980051133號



另有 政大·淡江·三峽·羅東·逢甲·東海·中技·中科·彰化·雲科·中正