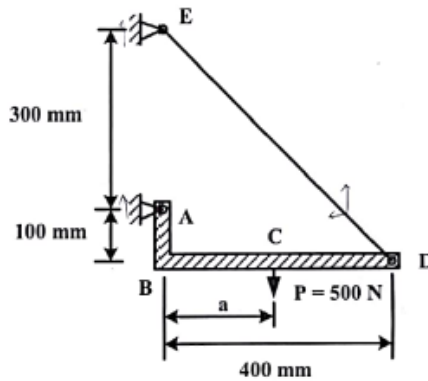


工程力學概要

圖一為托架 ABCD，在 A 點為鉸支承 (hinged support)，D 點由繩索 DE 支承，C 點承受一集中載重 $P = 500 \text{ N}$ ，如 B 點與 C 點所承受之彎矩均相同，不計托架 ABCD 及繩索 DE 自重，試回答下列問題：

- (一) B 點與 C 點間距離 a 應為何？(20 分)
 (二) 繩索 DE 承受力量為何？(5 分)



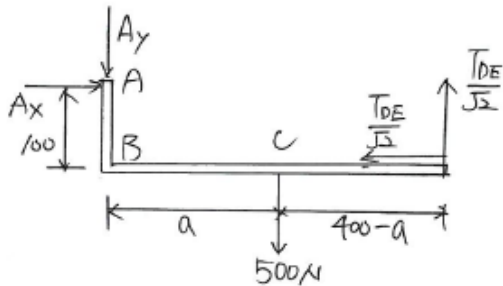
圖一

試題評析 屬於平面剛體平衡基本題型。

考點命中 《高點建國靜力學教材》P2-34，範例19。

解：

(1). 取 ABCD 桿為自由體分析：



$$\sum M_A = 0, \text{ (}\uparrow\text{)}$$

$$\therefore \frac{T_{DE}}{\sqrt{2}}(400) - \frac{T_{DE}}{\sqrt{2}}(100) - 500(a) = 0$$

$$\therefore T_{DE} = 2.357a$$

(2). $\therefore M_C = M_B$

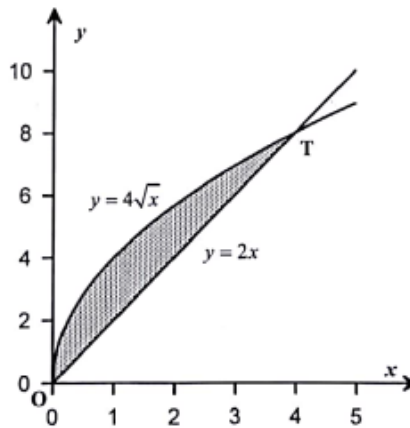
$\therefore \frac{1}{\sqrt{2}}(2,537a) \times (400 - a) = \frac{1}{\sqrt{2}}(2,537a) \times 400 - 500(a)$

$\therefore a = 300 \text{ (mm)}$

$\therefore T_{DE} = 707.1 \text{ (N)}$

二、

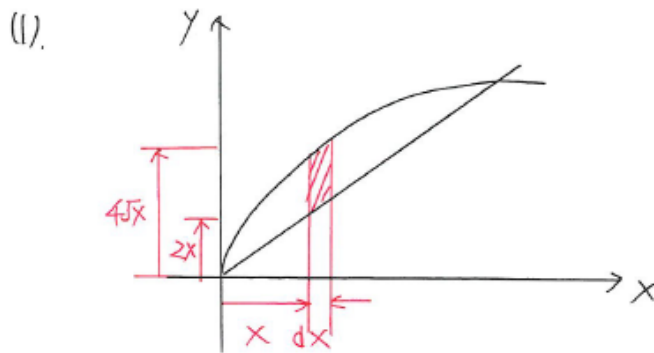
圖二為直線 $y = 2x$ 與拋物線 $y = 4\sqrt{x}$ 相交於 O 點與 T 點之陰影，試求此陰影面積形心 (centroid) 位置為何？(25 分)



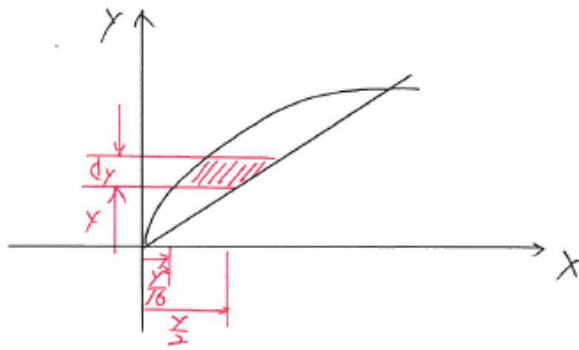
圖二

試題評析	求面積形心之基本題型。
考點命中	《高點建國靜力學教材》P5-6，範例5。

解：



$dA = (4\sqrt{x} - 2x) dx$



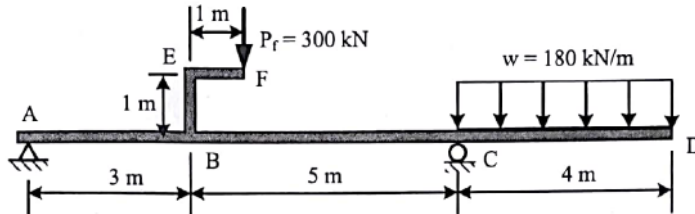
$$dA = \left(\frac{x}{2} - \frac{y^2}{8}\right) dy$$

$$\begin{aligned} \bar{x} &= \frac{\int x dA}{\int dA} = \frac{\int_0^4 x(4\sqrt{x} - 2x) dx}{\int_0^4 (4\sqrt{x} - 2x) dx} = \frac{8.533}{\frac{16}{3}} = \frac{8}{5} \\ \bar{y} &= \frac{\int y dA}{\int dA} = \frac{\int_0^8 y\left(\frac{x}{2} - \frac{y^2}{8}\right) dy}{\int_0^8 \left(\frac{x}{2} - \frac{y^2}{8}\right) dy} = \frac{\frac{64}{3}}{\frac{16}{3}} = 4 \end{aligned}$$

三、

圖三為簡支撐外伸梁 ABCDEF，承受一垂直集中載重 $P_f = 300 \text{ kN}$ 及均布載重 $w = 180 \text{ kN/m}$ ，假設梁之 EI 值及幾何尺寸均相同，試回答下列問題：

- (一)求 A 及 C 支撐點之反力。(5 分)
 (二)繪製此梁 ABCD 之剪力圖及彎矩圖。(20 分)

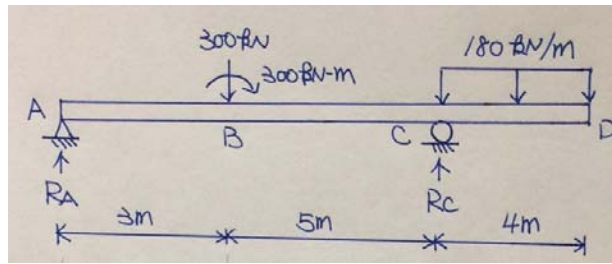
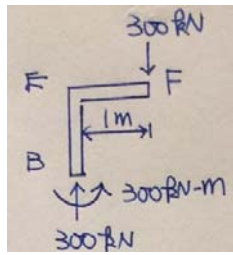


圖三

試題評析	本題屬於靜定結構畫剪力彎矩圖題型，在普考中是很常見題型。每年上課都會提到類似題型，在課前小考也曾出現過此種題目，進考場看見本題根本是送分題。
考點命中	《高點建國土木材料力學講義》第一回，附錄二，例題2.3.1。 《國考材料力學精解》，附錄二，例題2.9。 《107年課前牛刀小試第五回》，練習3。

解：

- (一)求 A 及 C 支撐點反力



先將BEF桿件取出，此時由力平衡可以得到B點處內力值300 kN與300kN-m，接著將BEF桿處之B點內力值畫在ABCD桿件上，此時B點處會有向下集中力300 kN與順時針力矩300kN-m作用。在僅考慮桿件ABCD情況下，對A點取力矩平衡可得C點垂直反力 R_C ：

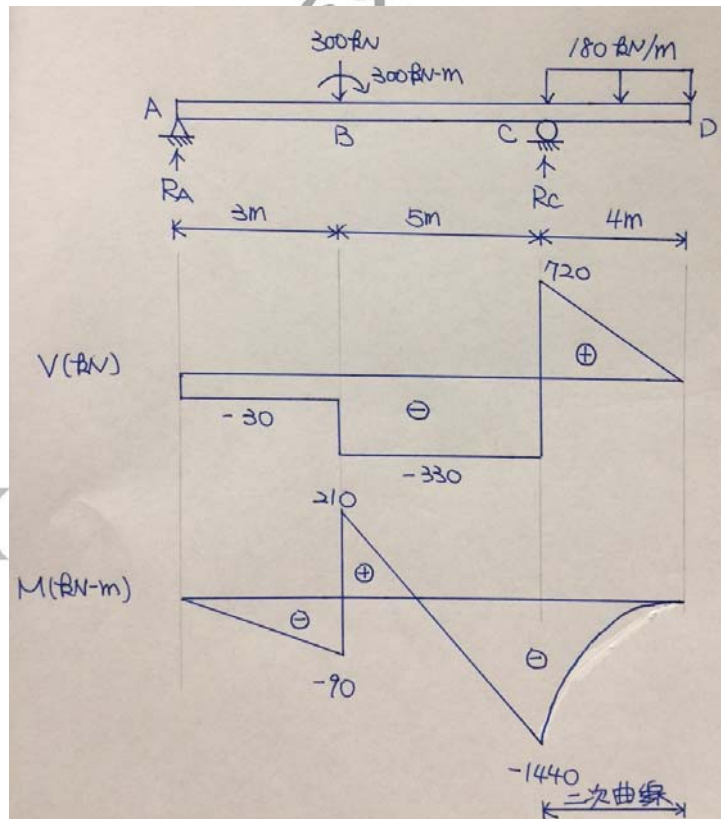
$$\sum M_A = 0 \Rightarrow R_C = \frac{(300 \times 3) + 300 + (180 \times 4 \times 10)}{8} = 1050 \text{ kN (T)}$$

由垂直方向力平衡可得A點垂直反力 R_A ：

$$\sum F_y = 0 \Rightarrow R_A = 300 + 180 \times 4 - R_C = -30 \text{ kN (D)}$$

(二)繪製梁ABCD剪力圖與彎矩圖

梁ABCD之剪力圖及彎矩圖如下所示。

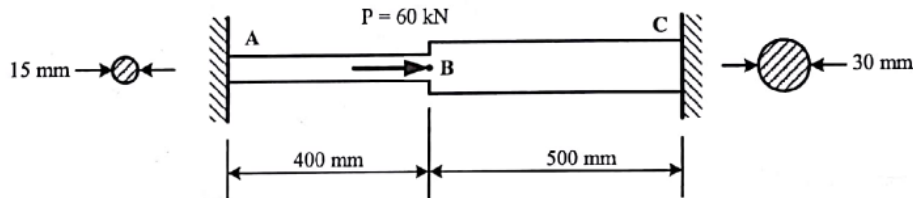


四、

圖四為兩端固定之兩個不等截面圓軸 ABC，在 B 點承受集中載重 $P = 60 \text{ kN}$ ，大小軸之直徑分別為 30 mm 及 15 mm ，長度分別為 500 mm 及 400 mm ，製作圓軸之材料彈性模數 E 為 200 GPa ，假如材料自重不計，試回答下列問題：

(一) 軸 AB 及軸 BC 之應力各為何？(20 分)

(二) B 點之位移為何？(5 分)



圖四

試題評析	完全照抄104年土木技師考題，程老師千交代萬交代要做考古題，因為再次出現的機率太高了！本題亦可採設贅力方式進行求解，很簡單的阿！
考點命中	《高點建國土木材料力學講義》第一回，例題2.5.1。 《國考材料力學精解》，例題2.5.1。

解：

1. 求支承反力及各桿內力

$$AB \text{ 桿斷面積 } A_{AB} = \frac{\pi(15^2)}{4} = 56.25\pi \text{ mm}^2$$

$$BC \text{ 桿斷面積 } A_{BC} = \frac{\pi(30^2)}{4} = 225\pi \text{ mm}^2$$

此1度靜不定軸力桿件可視為AB桿與BC桿「並聯」。先求出兩桿之軸向勁度：

$$AB \text{ 桿軸向勁度 } k_{AB} = \frac{A_{AB}E}{L_{AB}} = \frac{(56.25\pi)(200 \times 10^3)}{400} = 88357.293 \text{ N/mm}$$

$$BC \text{ 桿軸向勁度 } k_{BC} = \frac{A_{BC}E}{L_{BC}} = \frac{(225\pi)(200 \times 10^3)}{500} = 282743.339 \text{ N/mm}$$

依反力與勁度成正比可算出A點反力 R_A 與C點反力 R_C ：

$$R_A = \left(\frac{k_{AB}}{k_{AB} + k_{BC}} \right) P = \left(\frac{88357.293}{88357.293 + 282743.339} \right) 60 = 14.286 \text{ kN (←)}$$

$$R_C = P - R_A = 60 - 14.286 = 45.714 \text{ kN (←)}$$

$$AB \text{ 桿軸力 } S_{AB} = R_A = 14.286 \text{ kN (拉力)}$$

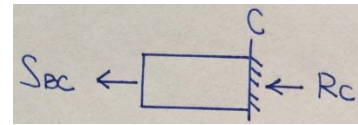
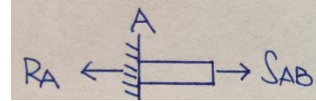
$$BC \text{ 桿軸力 } S_{BC} = -R_C = -45.714 \text{ kN (壓力)}$$

2. 求各桿件應力

由(應力)=(內力)/(面積)，可得AB桿應力 σ_{AB} 及BC桿應力 σ_{BC} ：

$$\sigma_{AB} = \frac{S_{AB}}{A_{AB}} = \frac{14.286 \times 10^3}{56.25\pi} = \underline{80.842 \text{ MPa (拉應力)}}$$

$$\sigma_{BC} = \frac{S_{BC}}{A_{BC}} = \frac{-45.714 \times 10^3}{225\pi} = \underline{-64.672 \text{ MPa (壓應力)}}$$



3. 求B點位移

B點位移=AB桿伸長量=BC桿縮短量，以下使用AB桿伸長量計算B點位移：

$$\Delta_B = \delta_{AB} = \frac{S_{AB}L_{AB}}{A_{AB}E} = \frac{(14.286 \times 10^3)(400)}{(56.25\pi)(200 \times 10^3)} = \underline{0.162 \text{ mm (}\rightarrow\text{)}}$$

高
點
建
國

【版權所有，翻印必究】